

1. 안에 알맞은 수를 써넣어라.

$$16^4 \times 8^{\square} \div 32^3 = 2^7$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$16^4 \times 8^{\square} \div 32^3 = 2^{16} \times 2^{3 \times \square} \div 2^{15} = 2^7$$

$$2^{16+3 \times \square-15} = 2^7$$

$$16 + 3 \times \square - 15 = 7$$

$$\therefore \square = 2$$

2. $a : b = 3 : 2$, $b : c = 1 : 2$ 일 때, $\frac{6a + 5b - c}{3a + 4b}$ 의 값은?

① $\frac{9}{2}$

② $\frac{10}{3}$

③ $\frac{19}{11}$

④ $\frac{24}{17}$

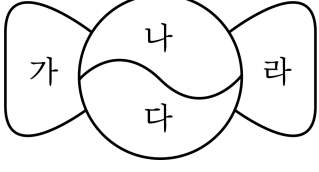
⑤ $\frac{27}{19}$

해설

$$3b = 2a, c = 2b \text{ 이므로 } a = \frac{3}{2}b, c = 2b$$

$$\therefore \frac{6a + 5b - c}{3a + 4b} = \frac{(9 + 5 - 2)b}{\left(\frac{9}{2} + 4\right)b} = \frac{12}{\frac{17}{2}} = \frac{24}{17}$$

3. 빨강, 파랑, 노랑, 초록 4 가지 색을 모두 사용하여 다음 그림과 같은 사탕 모양의 가, 나, 다, 라 영역을 구분하려고 합니다. 색칠할 수 있는 방법은 모두 몇 가지인가?



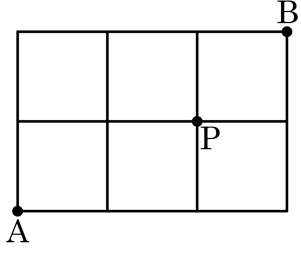
- ① 6 가지 ② 12 가지 ③ 18 가지
④ 24 가지 ⑤ 30 가지

해설

가에 들어갈 색은 빨강, 파랑, 노랑, 초록의 네 가지 색이고 나에 들어갈 색은 가의 한 가지 색을 제외한 3 가지 색이 들어간다. 다에는 가, 나에 들어가 색을 제외한 나머지 두 가지 색이 들어간다. 라에는 나머지 한 가지 색이 들어간다.

따라서 색칠할 수 있는 방법은 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (가지) 이다.

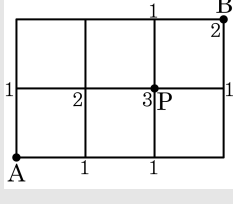
4. 점 A 에서 점 B 까지 선을 따라 가는데 점 P 를 거쳐서 가장 짧은 거리로 가는 방법은 몇 가지인지 구하여라.



▶ 답 : 6 가지

▷ 정답 : 6 가지

해설



점 A 에서 점 P 까지 가는 최단 경로의 경우의 수는 3 가지이고
점 P 에서 점 B 까지 가는 최단 경로의 경우의 수는 2 가지이다.
따라서 점 A 에서 점 B 까지 가는 최단 경로의 경우의 수는
 $3 \times 2 = 6$ (가지) 이다.

5. 다음 보기의 조건에서 $3a - b = 3$ 일 확률을 구하면?

보기

- (가) 한 개의 주사위를 두 번 던져서 처음에 나온 수를 a 라고 한다.
(나) 나중에 나온 수를 b 라고 한다.

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{9}$ ④ $\frac{1}{12}$ ⑤ $\frac{1}{18}$

해설

주사위를 두 번 던져서 나온 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$ (가지)이다.
 $3a - b = 3$ 을 만족시키는 (a, b) 는 $(2, 3), (3, 6)$ 의 2 가지이므로
구하는 확률은 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ 이다.

6. 바둑통에 검은 돌이 10개, 흰 돌이 5개 들어 있다. 이 통에서 차례로 바둑돌 2개를 꺼낼 때, 처음에는 검은 돌, 두 번째에 흰 돌이 나올 확률은? (단, 처음에 꺼낸 돌은 다시 넣지 않는다.)

① $\frac{2}{3}$

② $\frac{1}{11}$

③ $\frac{5}{21}$

④ $\frac{5}{12}$

⑤ $\frac{4}{15}$

해설

바둑돌 15개 중 검은 돌 하나가 나올 확률은 $\frac{10}{15}$

남은 바둑돌 14개 중 흰 돌 하나가 나올 확률은 $\frac{5}{14}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{10}{15} \times \frac{5}{14} = \frac{5}{21}$

7. 민지와 종효가 홀수 번에는 민지가 주사위를, 짝수 번에는 종효가 동전을 던지는 놀이를 한다. 민지는 주사위 3 이상의 눈이 나오면 이기고, 종효는 동전의 앞면이 나오면 이기는 것으로 할 때, 6 회 이내에 종효가 이길 확률을 구하면?

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{7}{36}$ ③ $\frac{4}{108}$ ④ $\frac{43}{216}$ ⑤ $\frac{53}{216}$

해설

6 회 이내에 종효가 이길 경우는

(i) 2 회때 이길 경우

(ii) 4 회때 이길 경우

(iii) 6 회때 이길 경우

주사위 3 이상의 눈이 나오는 경우는 3, 4, 5, 6 이므로 확률은 $\frac{2}{3}$

이고, 동전의 앞면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$ 이다.

(i) 2 회때 이길 확률은 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$

(ii) 4 회때 이길 확률은 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{36}$

(iii) 6 회때 이길 확률은 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{216}$

$\therefore \frac{1}{6} + \frac{1}{36} + \frac{1}{216} = \frac{43}{216}$

8. 다음 중 옳지 않은 것은 무엇인가?

① $a > 0$ 일 때, $\sqrt{9a^2} = 3a$

② $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{4a^2} = 2a$

③ $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-5a)^2} = -5a$

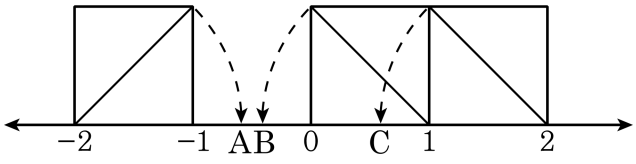
④ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{2a^2} = \sqrt{2}a$

⑤ $a > 0$ 일 때, $-\sqrt{25a^2} = -5a$

해설

③ $a < 0$ 일 때,
 $-\sqrt{(-5a)^2} = -\sqrt{25a^2} = -|5a| = 5a$

9. 다음 그림의 각 사각형은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다. A, B, C 세 점의 좌표를 a, b, c 라 할 때, $a + b + c$ 를 구하면?



- ① $1 - \sqrt{2}$ ② $2 - \sqrt{2}$ ③ $1 - 2\sqrt{2}$
 ④ $2 - 2\sqrt{2}$ ⑤ $3\sqrt{2}$

해설

$$a = -2 + \sqrt{2}, b = 1 - \sqrt{2}, c = 2 - \sqrt{2}$$

$$\therefore a + b + c = -2 + \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} + 2 - \sqrt{2} = 1 - \sqrt{2}$$

10. $\frac{4^x}{16^{-x+y}} = 64$, $\frac{25^{x+y}}{5^{3y}} = 125$ 일 때, $32^x \times 125^y$ 의 자리의 수를 구하여라.

▶ 답 : 자리의 수

▷ 정답 : 11자리의 수

해설

$$\begin{aligned} 4^x &= 64 \times 16^{-x+y} = 4^{3-2x+2y} = 4^{-2x+2y+3} \\ \therefore x &= -2x + 2y + 3 \\ 25^{x+y} &= 125 \times 5^{3y} = 5^3 \cdot 5^{3y} = 5^{3y+3} \\ \therefore 2x + 2y &= 3y + 3 \\ \text{두 식을 연립하면} \\ x = 3, y &= 3 \\ 32^x \times 125^y &= (2^5)^3 \times (5^3)^3 \\ &= 2^{15} \times 5^9 \\ &= (10)^9 \times 2^6 \\ &= 64 \times 10^9 \end{aligned}$$

따라서 11 자리의 수이다.

11. $\frac{5a-3b}{3} + \frac{3a+5b}{4} = 2a-b$ 를 a 에 관하여 풀면?

① $a = 3b$

② $a = -3b$

③ $a = \frac{1}{3}b$

④ $a = \frac{3}{b}$

⑤ $a = -\frac{3}{b}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{5a-3b}{3} + \frac{3a+5b}{4} &= 2a-b \\ 4(5a-3b) + 3(3a+5b) &= 24a-12b \\ 5a &= -15b \\ \therefore a &= -3b\end{aligned}$$

12. A, B, C 세 사람이 가위바위보를 할 때, A가 다른 사람과 함께 지게 되는 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2}{9}$

해설

모든 경우의 수는 $3 \times 3 \times 3 = 27$ (가지) 이고,
A, B가 함께 지는 경우는 (A, B, C)의 순서로 (가위, 가위, 바위), (바위, 바위, 보), (보, 보, 가위)의 3가지이다.
A, C가 함께 지는 경우는 (A, B, C)의 순서로 (가위, 바위, 가위), (바위, 보, 바위), (보, 가위, 보)의 3가지이다.
따라서 A가 다른 사람과 함께 지는 경우는 $3 + 3 = 6$ (가지)

따라서 구하는 확률은 $\frac{6}{27} = \frac{2}{9}$

13. $f(x) = \sqrt{x+2} - \sqrt{x+1}$ 일 때, $f(0)+f(1)+f(2)+\cdots+f(99)+f(100)$ 의 값을 구하면?

- ① -1
- ② $\sqrt{101} - 1$
- ③ $\sqrt{102} - 1$
- ④ $\sqrt{102} - \sqrt{101}$
- ⑤ $\sqrt{102}$

해설

$$\begin{aligned} f(0) &= \sqrt{2} - \sqrt{1} = -1 + \sqrt{2} \\ f(1) &= \sqrt{3} - \sqrt{2} = -\sqrt{2} + \sqrt{3} \\ f(2) &= \sqrt{4} - \sqrt{3} = -\sqrt{3} + \sqrt{4} \cdots \\ f(99) &= \sqrt{101} - \sqrt{100} = -\sqrt{100} + \sqrt{101} \\ f(100) &= \sqrt{102} - \sqrt{101} = -\sqrt{101} + \sqrt{102} \\ \therefore f(0) + f(1) + f(2) + \cdots + f(99) + f(100) \\ &= -1 + \sqrt{2} - \sqrt{2} + \sqrt{3} + -\sqrt{3} + \sqrt{4} + \cdots - \sqrt{100} + \sqrt{101} - \sqrt{101} + \sqrt{102} \\ &= -1 + (\sqrt{2} - \sqrt{2}) + (\sqrt{3} - \sqrt{3}) + (\sqrt{4} + \cdots - \sqrt{100}) + (\sqrt{101} - \sqrt{101}) + \sqrt{102} \\ &= -1 + (0) + (0) + (0) + \sqrt{102} \\ &= -1 + \sqrt{102} \end{aligned}$$

14. $\sqrt{20} + \sqrt{0.2} + \frac{4}{\sqrt{5}} = a\sqrt{5}$, $\sqrt{2.5} \times \sqrt{\frac{6}{5}} \times \sqrt{18} = b\sqrt{6}$ 일 때, $a \times b$ 의 값은?

① 4

② 9

③ 16

④ 25

⑤ 36

해설

$$2\sqrt{5} + \frac{\sqrt{5}}{5} + \frac{4\sqrt{5}}{5} = \frac{10\sqrt{5} + \sqrt{5} + 4\sqrt{5}}{5} = \frac{15\sqrt{5}}{5} = 3\sqrt{5}$$

$$\therefore a = 3$$

$$\sqrt{2.5} \times \sqrt{\frac{6}{5}} \times \sqrt{18} = \sqrt{\frac{25}{10} \times \frac{6}{5} \times 18} = 3\sqrt{6}$$

$$\therefore b = 3$$

$$\therefore a \times b = 9$$

15. $x + y = 2$, $x^2 + y^2 = 3$ 일 때, $x^6 + y^6$ 의 값을 구하여라.

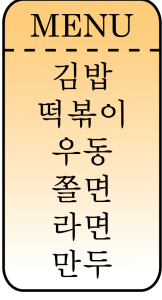
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{99}{4}$

해설

$$\begin{aligned}x + y &= 2, \quad x^2 + y^2 = 3 \\(x + y)^2 &= x^2 + 2xy + y^2 \\2^2 &= 3 + 2xy \\\therefore xy &= \frac{1}{2} \\x^3 + y^3 &= (x + y)^3 - 3xy(x + y) \\&= 2^3 - 3 \times \frac{1}{2} \times 2 = 5 \\\therefore x^6 + y^6 &= (x^3)^2 + (y^3)^2 \\&= (x^3 + y^3)^2 - 2(xy)^3 \\&= 5^2 - 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{99}{4}\end{aligned}$$

16. 다음은 어느 분식점의 메뉴판이다. 전화주문으로 음식을 두 개 주문하는 방법의 수를 구하여라. (단, 같은 음식을 배달시킬수 있고, 주문 순서는 상관이 있다.)



▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 36 가지

해설

$6 \times 6 = 36$

17. 다음 보기는 $vt = s + a$ 를 [] 안의 문자에 관하여 풀 것이다. 옳은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $s = vt + a [s]$

㉡ $a = vt - s [a]$

㉢ $v = \frac{s+a}{t} [v]$

㉣ $t = \frac{v}{s+a} [t]$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉢

해설

㉠ $vt = s + a$

$\therefore s = vt - a$

㉡ $vt = s + a$

$\therefore a = vt - s$

㉢ $vt = s + a$

$\therefore v = \frac{s+a}{t}$

㉣ $vt = s + a$

$\therefore t = \frac{s+a}{v}$

18. 등식 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$ 를 각각 a, b, f 관하여 풀었을 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

㉠ $a = \frac{bf}{b-f}$

㉡ $b = \frac{af}{a-f}$

㉢ $f = \frac{a+b}{ab}$

㉣ $f = \frac{ab}{a+b}$

㉤ $\frac{1}{b} = \frac{f+a}{fa}$

해설

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{a+b}{ab} = \frac{1}{f}$$

$$\therefore f = \frac{ab}{a+b}$$

같은 방법으로 a, b 에 관해 풀면 $a = \frac{bf}{b-f}, b = \frac{af}{a-f}$ 이다.

19. $\frac{2x-y}{3x+4y} = \frac{1}{3}$ 일 때 $\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}y + 3$ 을 y 에 관한 식으로 나타내면 $ay + b$ 이다. $9a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 23

해설

$$\frac{2x-y}{3x+4y} = \frac{1}{3}$$

$$6x - 3y = 3x + 4y$$

$$3x = 7y$$

$$\therefore x = \frac{7}{3}y$$

$$\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}y + 3 = \frac{14}{9}y + \frac{2}{3}y + 3 = \frac{20}{9}y + 3$$

$$\therefore a = \frac{20}{9}, b = 3 \therefore 9a + b = 23$$

20. 여자 4 명, 남자2 명을 일렬로 세울 때, 남자가 양 끝에 서게 되는 경우의 수는?

- ① 48 가지 ② 56 가지 ③ 120 가지
④ 240 가지 ⑤ 720 가지

해설

남자가 양 끝에 서게 되는 경우는 2가지,
여자 4 명을 일렬로 세우는 경우는 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (가지)
따라서 모든 경우의 수는 $2 \times 24 = 48$ (가지)