1. 이차방정식 $x^2 - 3x - 2 = 0$ 의 근이 $x = \dfrac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 일 때, $A - B$ 의 값은?

① -14 ② 14 ③ 20 ④ -20 ⑤ 17

해설

$x = \dfrac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$ 이므로 $A = 3,\ B = 17$

$\therefore\ A - B = -14$

2. 이차방정식 $0.3x^2 - x = 0.1$을 풀면?

① $x = \pm\frac{2}{3}$ ② $x = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{3}$ ③ $x = \frac{5 \pm 2\sqrt{7}}{3}$

④ $x = \frac{5 \pm 3\sqrt{7}}{3}$ ⑤ $x = \frac{7 \pm 2\sqrt{7}}{3}$

해설

양변에 10을 곱하면

$3x^2 - 10x - 1 = 0$

$x = \frac{5 \pm \sqrt{25+3}}{3}$

$= \frac{5 \pm \sqrt{28}}{3}$

$= \frac{5 \pm 2\sqrt{7}}{3}$

3. 다음은 이차방정식 $ax^2+bx+c=0\,(a\neq 0)$ 을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$ax^2+bx+c=0$
$x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$
$x^2+\frac{b}{a}x+①=-\frac{c}{a}+①$
$(x+②)^2=③$
$x=④\pm⑤$

① $\frac{b^2}{4a^2}$ ② $\frac{b}{2a}$ ③ $\frac{b^2-4ac}{2a}$
④ $-\frac{b}{2a}$ ⑤ $\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

해설

$ax^2+bx+c=0$ ← 양변을 a 로 나눈다.
$x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$ ← 양변에 $\left(\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2}{4a^2}$ 을 더한다.
$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}=-\frac{c}{a}+\frac{b^2}{4a^2}$
$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2} \leftrightarrow x+\frac{b}{2a}=\pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$
$x=-\frac{b}{2a}\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
∴ ③이 잘못되었다.

4. 다음은 이차방정식 $ax^2+2bx+c=0\ (a\neq 0)$을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2-ac\geq 0$)

$ax^2+2bx+c=0\,(a\neq 0)$

$x^2+\frac{2b}{a}x=-\frac{c}{a}$

$x^2+\frac{2b}{a}x+①=-\frac{c}{a}+①$

$(x+②)^2=③$

$x=④\pm⑤$

① $\frac{b^2}{a^2}$ ② $\frac{b}{a}$ ③ $\frac{b^2-ac}{a^2}$

④ $-\frac{b}{a}$ ⑤ $\frac{\sqrt{b^2-ac}}{a^2}$

해설

$ax^2+2bx+c=0\,(a\neq 0)$

양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면

$x^2+\frac{2b}{a}x=-\frac{c}{a}$,

양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$x^2+\frac{2b}{a}x+\frac{b^2}{a^2}=-\frac{c}{a}+\frac{b^2}{a^2}$

$\left(x+\frac{b}{a}\right)^2=\frac{b^2-ac}{a^2}$

$x+\frac{b}{a}=\pm\frac{\sqrt{b^2-ac}}{a}$

$x=-\frac{b}{a}\pm\frac{\sqrt{b^2-ac}}{a}$

∴ ⑤가 잘못 되었다.

5. 이차방정식 $3x^2 + 4x + A = 0$ 의 근이 $x = \dfrac{B \pm \sqrt{10}}{3}$ 일 때, A, B 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $A = -2$

▷ 정답: $B = -2$

해설

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 3 \times A}}{2 \times 3}$$
$$= \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 12A}}{6}$$
$$= \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 3A}}{3}$$

따라서 $-2 \pm \sqrt{4 - 3A} = B \pm \sqrt{10}$ 이므로
$A = -2$, $B = -2$ 이다.

6. 이차방정식 $x^2 + ax - 10 = 0$ 의 해가 정수일 때, 정수 a 의 개수를 구하면?

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

곱이 -10 인 두 정수는
$-10 = (-1) \times 10 = 1 \times (-10)$
$= (-2) \times 5 = 2 \times (-5)$
$(-1,\ 10),\ (1,\ -10),\ (-2,\ 5),\ (2,\ -5)$
이므로 두 수의 합은 $-9,\ 9,\ -3,\ 3$ 이다.
$a = 9$ 또는 $a = -9$ 또는 $a = 3$ 또는 $a = -3$
따라서 정수 a 의 개수는 4 이다.

7. 이차방정식 $4x^2 + 25 = 20\sqrt{x^2}$ 을 풀어라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = \frac{5}{2}$ 또는 2.5

▷ 정답: $x = -\frac{5}{2}$ 또는 -2.5

해설

(i) $x \geq 0$ 일 때

$4x^2 + 25 = 20\sqrt{x^2}$, $4x^2 + 25 = 20x$

$4x^2 - 20x + 25 = 0$, $(2x-5)^2 = 0$

$\therefore\ x = \frac{5}{2}$

(ii) $x < 0$ 일 때

$4x^2 + 25 = 20\sqrt{x^2}$, $4x^2 + 25 = -20x$

$4x^2 + 20x + 25 = 0$, $(2x+5)^2 = 0$

$\therefore\ x = -\frac{5}{2}$

(i), (ii) 에서 $x = \pm\frac{5}{2}$

8. $a,\ b$ 가 $(a-b)^2-3(a-b)-10=0,\ a+b=-3$ 을 만족할 때, $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하여라. (단, $a,\ b$ 는 모두 음수)

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$a-b=t$ 로 치환하면 $(t+2)(t-5)=0$

$t=-2$ 또는 $t=5$

i) $\begin{cases} a-b=5 \\ a+b=-3 \end{cases}$ 또는

ii) $\begin{cases} a-b=-2 \\ a+b=-3 \end{cases}$

i) 에서 $a=1,\ b=-4$ 이므로 a,b 가 음수라는 조건에 맞지 않다.

ii) 에서 $a=-\frac{5}{2},\ b=-\frac{1}{2}$

$\therefore \frac{a}{b}=5$

9. 서로 다른 두 수 x, y 에 대하여 $9x^2+18xy+9y^2=2x+2y$ 의 관계가 성립할 때, $x+y$의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 0

▷ 정답: $\frac{2}{9}$

해설

$9(x+y)^2-2(x+y)=0$
$A=x+y$라 하면 $A(9A-2)=0$이다.
$\therefore A=0$또는 $A=\frac{2}{9}$이다.
$\therefore x+y=0$ 또는 $x+y=\frac{2}{9}$

10. x^2의 계수가 1인 이차방정식을 A, B두 사람이 푸는데, A는 일차항의 계수를 잘못 보고 -3또는 8을 해로 얻었고, B는 상수항을 잘못 보고 3또는 -5를 해로 얻었다. 이 때, 원래 주어진 이차방정식의 올바른 해는?

① $x=-2$ 또는 $x=5$　② $x=-3$ 또는 $x=-5$

③ $x=-4$ 또는 $x=6$　④ $x=4$ 또는 $x=-6$

⑤ $x=3$ 또는 $x=-8$

해설

구하는 이차방정식을 $x^2+bx+c=0$이라 하자.
A는 일차항의 계수를 잘못 봤으므로
$c=(-3)\times 8=-24$
B는 상수항을 잘못 보았으므로
$-b=3+(-5)=-2$, $b=2$
따라서 처음 식은 $x^2+2x-24=0$, $(x-4)(x+6)=0$
$\therefore$ $x=4$또는 $x=-6$