

1. $a_1 = 3, a_{n+1} = 2a_n (n = 1, 2, 3, \dots)$ 으로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에서 a_5 의 값은?

① 4

② 8

③ 16

④ 32

⑤ 48

2. $a_1 = 4$, $a_{n+1} = a_n + 3 (n = 1, 2, 3, \dots)$ 과 같이 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에서 a_{10} 의 값은?

① 29

② 31

③ 33

④ 35

⑤ 37

3. $a_1 = 1, a_{n+1} - a_n = 3 (n = 1, 2, 3, \dots)$ 으로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에서 $\sum_{k=1}^{20} a_k$ 의 값은?

① 115 ② 270 ③ 326 ④ 445 ⑤ 590

4. $a_1 = \frac{1}{2}$, $a_{n+1} = 2a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) 과 같이 정의된 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항을 구하면?

- ① 2^{n-1} ② 2^n ③ 2^{n-2} ④ 2^{n+1} ⑤ $\frac{1}{2}n$

5. $a_1 = 2$, $a_{n+1} = a_n^2 - n (n = 1, 2, 3, \dots)$ 과 같이 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에서 a_4 의 값은?

① 26

② 31

③ 36

④ 46

⑤ 51

6. $a_1 = 23, a_2 = 20$ 이고, $2a_{n+1} = a_n + a_{n+2} (n = 1, 2, 3, \dots)$ 를 만족하는 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_k = -115$ 일 때, 자연수 k 의 값은?

① 43

② 44

③ 45

④ 46

⑤ 47

7. $a_1 = 1, 4a_na_{n+1} = a_n - a_{n+1} \ (n = 1, 2, 3, \dots)$ 로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에서 일반항 a_n 을 구하면?

① $\frac{1}{n}$

② $\frac{1}{2n-1}$

③ $\frac{1}{3n-2}$

④ $\frac{1}{4n-3}$

⑤ $\frac{1}{5n-4}$

8. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 1$, $a_2 = 2$, $a_{n+1}^2 = a_n a_{n+2}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)를 만족할 때, $S_5 = a_1 + a_2 + \dots + a_5$ 의 값은?

- ① 31 ② 63 ③ 127 ④ 255 ⑤ 511

9. $a_1 = -1$, $a_{n+1} = a_n + n (n = 1, 2, 3, \dots)$ 과 같이 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_{10} 의 값을 구하여라.

 답: _____

10. 수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_{10} = 2^{50}$, $a_{n+1} = 2^n a_n (n = 1, 2, 3, \dots)$ 일 때, 이 수열의 첫째항은?

① 32

② 64

③ 128

④ 256

⑤ 512

11. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 $a_{n+1} = 2a_n + 1$ 이 성립하고 $a_1 = 1$ 일 때, $a_{10} + 1$ 을 구하여라.

 답: _____

12. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 1$, $a_2 = 3$ 이고, $a_{n+2} - 4a_{n+1} + 3a_n = 0$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)을 만족할 때, 일반항 a_n 을 구하면?

- ① 2^{n-1} ② 3^{n-1} ③ 4^{n-1} ④ 5^{n-1} ⑤ 6^{n-1}

13. 다음은 $\sum_{k=1}^n k^3 = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$ 이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

증명

(i) $n = 1$ 일 때, $1^3 = \left(\frac{1 \cdot 2}{2} \right)^2$ 이므로 주어진 명제는 참이다.

(ii) $n = m$ 일 때 주어진 명제가 성립한다고 가정하면,

$$\sum_{k=1}^m k^3 = \left\{ \frac{m(m+1)}{2} \right\}^2$$

양변에 $(\ominus)^3$ 을 더하면

$$\sum_{k=1}^m k^3 + (\ominus)^3 = \left\{ \frac{m(m+1)}{2} \right\}^2 + (\ominus)^3$$

$$\sum_{k=1}^{m+1} k^3 = \left\{ \frac{m(m+1)}{2} \right\}^2 + (\ominus)^3$$

$$= \frac{(m+1)^2 (\omin�)^2}{4}$$

$$= \left\{ \frac{(m+1)(\omin�)}{2} \right\}^2$$

따라서 $n = m + 1$ 일 때도 주어진 명제가 성립한다.

(i),(ii)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2 \text{ 이 성립한다.}$$

위의 증명 과정에서 $\ominus$ 에 들어갈 식을 $f(m)$, $\omin�$ 에 들어갈 식을 $g(m)$ 이라 할 때, $f(5) + g(6)$ 의 값을 구하여라.

 답: _____

14. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여 부등식 $4^n \leq 2^{n-1}(1+3^n)$ 이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

(i) $n = 1$ 일 때, (좌변) = 4, (우변) = $2^{1-1}(1+3) = 4$ 이므로
주어진 부등식은 성립한다.
(ii) $n = k$ 일 때 주어진 부등식이 성립한다고 가정하면
 $4^k \leq 2^{k-1}(1+3^k)$
양변에 4를 곱하면
 $4^{k+1} \leq \boxed{\text{(가)}}(1+3^k)$
 $= 2^k(2+2 \cdot 3^k)$
 $= 2^k(1+1+2 \cdot 3^k) < 2^k(1+3^k+2 \cdot 3^k) = \boxed{\text{(나)}}$
따라서, $n = k+1$ 일 때에도 주어진 부등식은 성립한다.
(i), (ii)에 의하여 주어진 부등식은 모든 자연수 n 에 대하여
성립한다.

위의 증명에서 (가), (나)에 알맞은 것은?

① (가) : 2^k , (나) : $2^{k-1}(1+3^{k-1})$

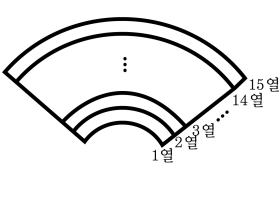
② (가) : 2^k , (나) : $2^{k-1}(1+3^k)$

③ (가) : 2^k , (나) : $2^k(1+3^{k+1})$

④ (가) : 2^{k+1} , (나) : $2^{k-1}(1+3^k)$

⑤ (가) : 2^{k+1} , (나) : $2^k(1+3^{k+1})$

15. 다음 그림과 같이 관람석이 전체 15열로 이루어진 극장이 있다. 제 n 열의 좌석 수를 a_n 이라 하면 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_{n+1} = a_n + 1$ 을 만족한다. 제 1열의 좌석 수가 30일 때, 이 극장의 총 좌석 수는?



- ① 1100 ② 555 ③ 430 ④ 330 ⑤ 290

16. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 5$, $a_{n+1} = \frac{n^2 + 2n}{n^2 + 2n + 1}a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)을 만족
시킬 때, a_{10} 의 값은?

① $\frac{9}{4}$

② $\frac{11}{4}$

③ $\frac{13}{4}$

④ $\frac{15}{4}$

⑤ $\frac{17}{4}$

17. 첫째항이 4인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 이차방정식 $x^2 - a_nx + a_{n+1} = 0$ 의 두 근 α_n, β_n 이 $(\alpha_n - 2)(\beta_n - 2) = 7$ 을 만족시킨다고 할 때, a_7 의 값을 구하여라.

 답: _____

18. 다음 규칙을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

- I. $a_1 = 3$
II. a_{n+1} 은 a_n^2 을 7로 나눈 나머지이다.

이 수열에서 $\sum_{k=1}^{10} a_{2k}$ 의 값은?

- ① 20 ② 24 ③ 35 ④ 40 ⑤ 42

19. 모든 항의 값이 자연수이고 $a_1 < a_2 < a_3 \cdots$ 인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여, $a_{n+2} = a_n + a_{n+1} (n \geq 1)$ 이 성립하고 $a_6 = 62$ 라 할 때, $a_1 + a_2$ 의 값을 구하여라.

 답: _____

20. 자연수 n 에 대한 명제 $p(n)$ 이 있다. 명제 $p(n)$ 이 모든 홀수 n 에 대하여 성립함을 증명하려면 다음 두 가지를 보이면 된다.

- (i) $p(a)$ 가 참이다.
(ii) $p(k)$ 가 참이라 가정하면 $p(k + b)$ 도 참이다.

이때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값을 구하여라.

 답: _____