1. $a_1 = 3,\ a_{n+1} = 2a_n (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ 으로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에서 a_5 의 값은?

① 4 ② 8 ③ 16 ④ 32 ⑤ 48

2. $a_1 = 4,\ a_{n+1} = a_n + 3(n = 1,\ 2,\ 3, \cdots)$과 같이 정의된 수열 $\{a_n\}$에서 a_{10}의 값은?

① 29 ② 31 ③ 33 ④ 35 ⑤ 37

3. $a_1 = 1,\ a_{n+1} - a_n = 3(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ 으로 정의된 수열 $\{a_n\}$에서 $\sum_{k=1}^{20} a_k$ 의 값은?

① 115 ② 270 ③ 326 ④ 445 ⑤ 590

4. $a_1 = \dfrac{1}{2},\ a_{n+1} = 2a_n(n = 1,\ 2,\ 3, \cdots)$과 같이 정의된 수열 $\{a_n\}$의 일반항을 구하면?

① 2^{n-1} ② 2^n ③ 2^{n-2} ④ 2^{n+1} ⑤ $\dfrac{1}{2}n$

5. $a_1 = 2,\ a_{n+1} = a_n^2 - n(n = 1,\ 2,\ 3, \cdots)$ 과 같이 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에서 a_4 의 값은?

① 26 ② 31 ③ 36 ④ 46 ⑤ 51

6. $a_1 = 23$, $a_2 = 20$ 이고, $2a_{n+1} = a_n + a_{n+2}(n = 1, 2, 3, \cdots)$ 를 만족하는 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_k = -115$ 일 때, 자연수 k 의 값은?

① 43　　② 44　　③ 45　　④ 46　　⑤ 47

7. $a_1 = 1,\ 4a_na_{n+1} = a_n - a_{n+1}\ (n = 1,\ 2,\ 3, \cdots)$로 정의된 수열 $\{a_n\}$에서 일반항 a_n을 구하면?

① $\frac{1}{n}$ ② $\frac{1}{2n-1}$ ③ $\frac{1}{3n-2}$

④ $\frac{1}{4n-3}$ ⑤ $\frac{1}{5n-4}$

8. 수열 $\{a_n\}$이 $a_1 = 1,\ a_2 = 2,\ a_{n+1}^2 = a_n a_{n+2}(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$를 만족할 때, $S_5 = a_1 + a_2 + \cdots + a_5$의 값은?

① 31 ② 63 ③ 127 ④ 255 ⑤ 511

9. $a_1 = -1,\ a_{n+1} = a_n + n(n = 1,\ 2,\ 3, \cdots)$과 같이 정의된 수열 $\{a_n\}$에 대하여 a_{10}의 값을 구하여라.

답: ____________

10. 수열 $\{a_n\}$에서 $a_{10} = 2^{50}$, $a_{n+1} = 2^n a_n (n = 1, 2, 3, \cdots)$일 때, 이 수열의 첫째항은?

① 32 ② 64 ③ 128 ④ 256 ⑤ 512

11. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+1} = 2a_n + 1$이 성립하고 $a_1 = 1$일 때, $a_{10} + 1$을 구하여라.

답: ____________

12. 수열 $\{a_n\}$이 $a_1 = 1,\ a_2 = 3$이고, $a_{n+2} - 4a_{n+1} + 3a_n = 0(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$을 만족할 때, 일반항 a_n을 구하면?

① 2^{n-1} ② 3^{n-1} ③ 4^{n-1} ④ 5^{n-1} ⑤ 6^{n-1}

13. 다음은 $\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$ 이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

증명

(i) $n=1$ 일 때, $1^3 = \left(\frac{1\cdot 2}{2}\right)^2$ 이므로 주어진 명제는 참이다.

(ii) $n=m$ 일 때 주어진 명제가 성립한다고 가정하면,

$\sum_{k=1}^{m} k^3 = \left\{\frac{m(m+1)}{2}\right\}^2$

양변에 (㉠)^{3}을 더하면

$\sum_{k=1}^{m} k^3 + (\boxed{㉠})^3 = \left\{\frac{m(m+1)}{2}\right\}^2 + (\boxed{㉠})^3$

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{m+1} k^3 &= \left\{\frac{m(m+1)}{2}\right\}^2 + (\boxed{㉠})^3 \\ &= \frac{(m+1)^2(\boxed{㉡})^2}{4} \\ &= \left\{\frac{(m+1)(\boxed{㉡})}{2}\right\}^2\end{aligned}$$

따라서 $n=m+1$ 일 때도 주어진 명제가 성립한다.

(i),(ii) 에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여

$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$ 이 성립한다.

위의 증명 과정에서 ㉠에 들어갈 식을 $f(m)$, ㉡에 들어갈 식을 $g(m)$ 이라 할 때, $f(5)+g(6)$ 의 값을 구하여라.

답: ____________

14. 다음은 모든 자연수 n에 대하여 부등식 $4^n \le 2^{n-1}(1+3^n)$이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

> (i) $n = 1$일 때, (좌변)$= 4$, (우변)$= 2^{1-1}(1+3) = 4$이므로 주어진 부등식은 성립한다.
> (ii) $n = k$일 때 주어진 부등식이 성립한다고 가정하면
> $4^k \le 2^{k-1}(1+3^k)$
> 양변에 4를 곱하면
> $4^{k+1} \le \boxed{\quad (가) \quad}(1+3^k)$
> $= 2^k(2+2\cdot 3^k)$
> $= 2^k(1+1+2\cdot 3^k) < 2^k(1+3^k+2\cdot 3^k) = \boxed{\quad (나) \quad}$
> 따라서, $n = k+1$일 때에도 주어진 부등식은 성립한다.
> (i), (ii)에 의하여 주어진 부등식은 모든 자연수 n에 대하여 성립한다.

위의 증명에서 (가), (나)에 알맞은 것은?

① (가) : 2^k, (나) : $2^{k-1}(1+3^{k-1})$

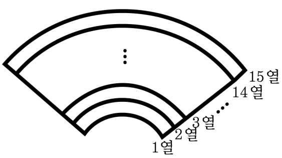
② (가) : 2^k, (나) : $2^{k-1}(1+3^k)$

③ (가) : 2^k, (나) : $2^k(1+3^{k+1})$

④ (가) : 2^{k+1}, (나) : $2^{k-1}(1+3^k)$

⑤ (가) : 2^{k+1}, (나) : $2^k(1+3^{k+1})$

15. 다음 그림과 같이 관람석이 전체 15열로 이루어진 극장이 있다. 제 n열의 좌석 수를 a_n이라 하면 수열 $\{a_n\}$은 $a_{n+1} = a_n + 1$을 만족한다. 제 1열의 좌석 수가 30일 때, 이 극장의 총 좌석 수는?



① 1100　　② 555　　③ 430　　④ 330　　⑤ 290

16. 수열 $\{a_n\}$이 $a_1 = 5,\ a_{n+1} = \dfrac{n^2+2n}{n^2+2n+1}a_n\ (n = 1,\ 2,\ 3, \cdots)$을 만족시킬 때, a_{10}의 값은?

① $\dfrac{9}{4}$ ② $\dfrac{11}{4}$ ③ $\dfrac{13}{4}$ ④ $\dfrac{15}{4}$ ⑤ $\dfrac{17}{4}$

17. 첫째항이 4인 수열 $\{a_n\}$에 대하여 이차방정식 $x^2 - a_n x + a_{n+1} = 0$의 두 근 α_n, β_n이 $(\alpha_n - 2)(\beta_n - 2) = 7$을 만족시킨다고 할 때, a_7의 값을 구하여라.

답: ________

18. 다음 규칙을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$이 있다.

I. $a_1 = 3$ II. a_{n+1} 은 $a_n{}^2$ 을 7로 나눈 나머지이다.

이 수열에서 $\sum_{k=1}^{10} a_{2k}$ 의 값은?

① 20 ② 24 ③ 35 ④ 40 ⑤ 42

19. 모든 항의 값이 자연수이고 $a_1 < a_2 < a_3 \cdots$ 인 수열 $\{a_n\}$에 대하여, $a_{n+2} = a_n + a_{n+1} (n \geq 1)$ 이 성립하고 $a_6 = 62$ 라 할 때, $a_1 + a_2$ 의 값을 구하여라.

답: ________

20. 자연수 n에 대한 명제 $p(n)$이 있다. 명제 $p(n)$이 모든 홀수 n에 대하여 성립함을 증명하려면 다음 두 가지를 보이면 된다.

(i) $p(a)$가 참이다. (ii) $p(k)$가 참이라 가정하면 $p(k+b)$도 참이다.

이때, 상수 a, b의 합 $a+b$의 값을 구하여라.

답: ____________