

1. $2^a = 8$, $6^2 = b$ 를 만족하는 자연수 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 3$

▷ 정답 : $b = 36$

해설

$2^1 = 2$, $2^2 = 2 \times 2 = 4$, $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ 이므로 $a = 3$ 이다.
 $6^2 = 6 \times 6 = 36$ 이므로 $b = 36$ 이다.

2. 다음 중 소수가 아닌 것은?

① 7

② 11

③ 13

④ 19

⑤ 21

해설

소수는 1 보다 큰 자연수 중 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.

$21 = 3 \times 7$ 이므로 소수가 아니다.

3. x 는 360의 소수인 인수일 때, x 의 개수는?

① 2 개

② 3 개

③ 8 개

④ 16 개

⑤ 32 개

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 소인수는 2, 3, 5이다.
따라서, x 의 개수는 3(개)이다.

4. 두 수 $2^4 \times 5^4$, $2^3 \times 5^m \times 7$ 의 최대공약수가 $2^3 \times 5^3$ 일 때, m 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

최대공약수가 $2^3 \times 5^3$ 이고

$2^4 \times 5^4$ 에서 5 의 지수가 4 이므로

$2^3 \times 5^m \times 7$ 에서 5 의 지수가 3 이어야 한다.

따라서 $m = 3$

5. 두 수 $A = 2^3 \times 3^2$, $B = 2^3 \times 3 \times 5$ 에 대하여 A , B 의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설

A , B 의 최대공약수가 $2^3 \times 3$ 이고 공약수는 최대공약수의 약수
이므로 개수는

$$(3 + 1) \times (1 + 1) = 8 \text{ (개)}$$

6. 두 자연수 A , B 의 최소공배수가 17일 때, 다음 중 A , B 의 공배수가 아닌 것은?

① 17

② 34

③ 51

④ 62

⑤ 85

해설

두 수의 최소공배수의 배수들이 두 수의 공배수이므로, 17의 배수 17, 34, 51, 68, 85, ...가 아닌 것은 62이다.

7. 다음 안에 알맞은 최소의 자연수를 구하여라.

6과 서로소인 자연수와 3과 서로소인 자연수 중 공통인 자연수는 과 (와) 서로소인 자연수이다.

▶ 답:

▶ 정답: 6

해설

6과 서로소인 자연수는 1, 5, 7, 11...

3과 서로소인 자연수는 1, 4, 5, 7, 11...

∴ 공통된 부분은 6과 서로소인 자연수이다.

8. 서로 다른 세 수 32, 80, a 의 최대공약수가 16 일 때, a 의 값이 될 수 있는 두 자리 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

▷ 정답 : 48

▷ 정답 : 64

▷ 정답 : 96

해설

$$\begin{array}{r} 16 \overline{) 32 \quad 80 \quad a} \\ \underline{2 \quad 5 \quad \square} \end{array}$$

세 수를 16 으로 나눈 몫이 각각 2, 5, $\square$ 이고, 최대공약수는 16 을 만족하여야 한다.

따라서 a 는 16 의 배수가 되는 두 자리 자연수이다.

또한 $\square$ 안에 들어갈 수는 1, 3, 4, 6 이므로 (서로 다른 세 수이므로 2 와 5 는 제외)

a 의 값은 각각 16, 48, 64, 96 이다.

9. 다음 보기 중 세 자연수 $2^3 \times 3^2 \times 5^3$, $2^2 \times 3^3 \times 7^2$, $2^4 \times 3^2 \times 11$ 의 공약수는 몇 개인가?

보기

$$2 \times 3, \quad 2 \times 3^2 \times 5, \quad 2^2 \times 3 \times 5$$
$$2^2 \times 3^2, \quad 2^2 \times 3 \times 7, \quad 2^3 \times 3^2$$

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

공약수는 최대공약수의 약수,
최대공약수를 구하면 $2^2 \times 3^2$,
따라서 보기 중에 주어진 세 수의 공약수는 2×3 , $2^2 \times 3^2$ 이다.

10. 두 자연수 27, 39를 각각 어떤 자연수로 나누면 나머지가 모두 3이 된다.

이러한 자연수 중 가장 큰 수는?

① 2

② 3

③ 4

④ 6

⑤ 12

해설

27, 39, 51을 각각 어떤 자연수로 나누면 나머지가 3이 된다면, $(27 - 3)$, $(39 - 3)$ 을 어떤 수로 나누면 나누어 떨어진다. 이러한 수 중 가장 큰 수는 24와 36의 최대공약수인 12이다.

11. 우리 반은 교실청소는 여학생 16 명이 4 명씩, 특별구역청소는 남학생 30 명이 6 명씩 번호순으로 1 주일씩 실시하기로 하였다. 남학생은 1 번, 여학생은 21 번부터 동시에 시작하여 1 번과 21 번 두 학생이 다시 동시에 청소를 하게 되는 것은 몇 주 후인지 구하여라.

▶ 답: 주 후

▷ 정답: 20 주 후

해설

여학생은 $16 \div 4 = 4$ (주)마다, 남학생은 $30 \div 6 = 5$ (주)마다 당번이 돌아오므로 4 와 5 의 최소공배수 20 주마다 동시에 청소를 하게 된다.

12. 가로 길이가 5 cm, 세로 길이가 8 cm, 높이가 12 cm 인 직육면체 모양의 벽돌을 빈틈없이 쌓아서 가장 작은 정육면체 모양을 만들려고 한다. 이때, 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 120 cm

해설

정육면체의 한 변의 길이는 5, 8, 12 의 공배수이어야 하고, 가장 작은 정육면체를 만들려면 한 변의 길이는 5, 8, 12 의 최소공배수이어야 한다. 따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는 120 cm 이다.

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 5 \quad 8 \quad 12} \\ \underline{5 \quad 2 \quad 3} \end{array}$$

13. 어떤 자연수 x 는 3, 4, 5 의 어떤 수로 나누어도 2 가 남는다. 세 자리 자연수인 x 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 122

해설

3, 4, 5 의 어떤 수로 나누어도 나머지가 2

→ 3, 4, 5 의 최소공배수로 나누어도 나머지가 2

→ $x = n \times 60 + 2$

∴ 세 자리 자연수인 x 의 최솟값 = 122

14. 두 수 $3^a \times 5^2 \times 7$, $3^3 \times 5^b \times c$ 의 최대공약수는 $3^2 \times 5^2$, 최소공배수는 $3^3 \times 5^2 \times 7 \times 11$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 14

② 15

③ 16

④ 17

⑤ 18

해설

$3^a = 3^2$ 이므로 $a = 2$,

$5^b = 5^2$ 이므로 $b = 2$,

$c = 11$ 이므로 $a + b + c = 15$ 이다.

15. 720 의 약수가 아닌 것은?

① $2^3 \times 3 \times 5$

② 2×5

③ $3^2 \times 5$

④ $2^4 \times 3^3$

⑤ 2×3^2

해설

$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ 이므로 720 의 약수는 $(2^4 \text{ 의 약수}) \times (3^2 \text{ 의 약수}) \times (5 \text{ 의 약수})$ 이다.

16. 다음 중 약수의 개수가 나머지 셋과 다른 것을 모두 고르면?

① $2^2 \times 3^3$

② 24

③ $2 \times 9 \times 5$

④ 500

⑤ $3^4 \times 7^3$

해설

① $(2 + 1) \times (3 + 1) = 12$ (개)

② $24 = 2^3 \times 3 \Rightarrow (3 + 1) \times (1 + 1) = 8$ (개)

③ $2 \times 9 \times 5 = 2 \times 3^2 \times 5$

$\Rightarrow (1 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 2 \times 3 \times 2 = 12$ (개)

④ $500 = 2^2 \times 5^3 \Rightarrow (2 + 1) \times (3 + 1) = 12$ (개)

⑤ $3^4 \times 7^3 \Rightarrow (4 + 1) \times (3 + 1) = 5 \times 4 = 20$ (개)

17. 약수의 개수가 36 개이고, $2^x \times 3^y \times 5^z \times 7$ 으로 소인수분해되는 자연수는 모두 몇 개인가? (단, x, y, z 는 자연수)

- ① 3 개 ② 6 개 ③ 9 개 ④ 12 개 ⑤ 15 개

해설

$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$ 이므로

$(x, y, z) = (1, 2, 2), (2, 1, 2), (2, 2, 1)$ 으로 3 개이다.

18. 가로 길이, 세로 길이, 높이가 각각 45 cm, 60 cm, 90 cm 인 상자 속에 정육면체 모양의 과자 상자를 넣으려고 한다. 과자 상자를 될 수 있는 한 적게 사용하려고 할 때, 상자의 한 모서리의 길이와 상자의 개수를 차례대로 구하여라.

▶ 답: cm

▶ 답: 개

▷ 정답: 15 cm

▷ 정답: 72 개

해설

정육면체의 한 모서리의 길이를 x cm 라 할 때,
 x 는 45, 60, 90 의 최대공약수

$$45 = 3^2 \times 5, 60 = 2^2 \times 3 \times 5, 90 = 2 \times 3^2 \times 5$$

$$\therefore x = 3 \times 5 = 15 \text{ (cm)}$$

$$45 = 15 \times 3, 60 = 15 \times 4, 90 = 15 \times 6$$

$$\therefore 3 \times 4 \times 6 = 72 \text{ (개)}$$

19. 일곱 자리 수 $1706xy2$ 가 8 의 배수도 되고 9 의 배수도 된다. 이 때, $x + y$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 11

해설

어떤 수가 8 의 배수라면 마지막 세 자리가 000 또는 8 의 배수이고,

어떤 수가 9 의 배수라면 각 자리의 수를 더한 값이 9 의 배수이다.

$1706xy2$ 가 8 의 배수가 되려면 $xy2$ 가 8의 배수이어야 한다.

$1 + 7 + 0 + 6 + x + y + 2$ 가 9 의 배수가 되려면 $x + y$ 가 2, 11 이어야 한다.

두 조건으로 순서쌍 (x, y) 를 구해 보면,

$$\therefore (x, y) = (1, 1), (4, 7), (8, 3)$$

$$\therefore x + y = 2, 11$$

20. 자연수 $2^3 \times A$ 의 약수의 개수가 12 개일 때, 가장 작은 두 자리 자연수 A 를 구하여라.

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$12 = 12 \times 1 = 6 \times 2 = 4 \times 3$$

(1) $12 = 12 \times 1 = (11 + 1)$ 일 때,

$$2^3 \times A = 2^{11} \quad \therefore A = 2^8 = 256$$

그러나 $2^8 = 256$ 은 두 자리 수가 아니다.

(2) $12 = 6 \times 2 = (5 + 1) \times (1 + 1)$ 일 때,

$$2^3 \times A = 2^5 \times (2\text{가 아닌 소수}) = 2^3 \times (2^2 \times (2\text{가 아닌 소수}))$$

$$\therefore A = 12, 20, 28, 44, 52, \dots$$

(3) $12 = 4 \times 3 = (3 + 1) \times (2 + 1)$ 일 때,

$$2^3 \times A = 2^3 \times (2\text{가 아닌 소수})^2$$

$$\therefore A = 9, 25, 49, 121, \dots$$

따라서 가장 작은 두 자리 자연수 A 는 12 이다.