

1. 삼차방정식 $(x-1)(x-2)(x-3) = 24$ 의 모든 실근의 합은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$(x-1)(x-2)(x-3) = 24$ 를 전개하면

$$x^3 - 6x^2 + 11x - 30 = 0$$

$x = 5$ 를 대입하면 성립하므로 조립제법을 이용하여 인수분해하면

5		1	-6	11	-30
			5	-5	30
		1	-1	6	0

$$(x-5)(x^2 - x + 6) = 0$$

$$\therefore x = 5 \text{ 또는 } x = \frac{1 \pm \sqrt{23}i}{2}$$

따라서, 실근은 5뿐이므로 실근의 합은 5이다.

2. x, y 에 대한 이차방정식 $x^2 + y^2 - 2kx + 2ky + 3k^2 - 4k + 2 = 0$ 이 반지름의 길이가 1 인 원의 방정식일 때, 상수 k 값의 합을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

주어진 방정식을 변형하면

$$(x - k)^2 + (y + k)^2 = -k^2 + 4k - 2 \quad \dots \textcircled{1}$$

반지름의 길이가 1 이므로

$$\textcircled{1} \text{에서 } -k^2 + 4k - 2 = 1 \leftarrow r^2 = 1$$

$$k^2 - 4k + 3 = 0, (k - 1)(k - 3) = 0$$

$$\therefore k = 1 \text{ 또는 } k = 3$$

따라서 합은 4이다.

3. x 에 대한 방정식 $ix^2 + (1+i)x + 1 = 0$ 의 해를 구하여라. (단, $x \neq i$)

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

양변에 $-i$ 를 곱하면

$$(-i) \cdot ix^2 - i(1+i)x - i = 0$$

$$x^2 + (1-i)x - i = 0$$

$$(x-i)(x+1) = 0$$

$$x \neq i \text{이므로 } x = -1$$

4. $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 6$ 을 만족시키는 실수 x, y 에 대하여 $\frac{y}{x}$ 의 최댓값은?

① $3 + 2\sqrt{2}$

② $2 + \sqrt{3}$

③ $3\sqrt{3}$

④ 6

⑤ $6 + 2\sqrt{3}$

해설

$(x-3)^2 + (y-3)^2 = 6$ 은 중심이 $(3, 3)$,
반지름이 $\sqrt{6}$ 인 원이고

$P(x, y)$ 에 대하여

$\frac{y}{x}$ 의 최댓값은 $\frac{y}{x} = k, y = kx$ 이므로

$\overline{OP}$ 의 기울기의 최댓값이다.

$y = kx$ 라 두고 원에 접하는 경우로 계산
하면

$kx - y = 0$ 에서 중심 $(3, 3)$ 까지의 거리가
원의 반지름 $\sqrt{6}$ 과 같다.

$$\frac{|3k - 3|}{\sqrt{k^2 + 1}} = \sqrt{6}, k^2 - 6k + 1 = 0$$

$k = 3 \pm 2\sqrt{2}$ 이므로, 최댓값은 $3 + 2\sqrt{2}$ 이다.

