1. 두 수 $1+2i$, $1-2i$를 근으로 하고, x^2의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2-2x-5=0$　　② $x^2+2x+5=0$

③ $x^2+5x+2=0$　　④ $x^2-2x+5=0$

⑤ $x^2-5x+2=0$

해설

$\alpha+\beta=(1+2i)+(1-2i)=2$

$\alpha\beta=(1+2i)(1-2i)=5$

$\therefore x^2-2x+5=0$

2. 방정식 $x^2+y^2+Ax+By=0$ 이 나타내는 원의 중심이 $(-2,-3)$ 일 때, 상수 A, B 의 값과 반지름의 길이를 바르게 나열한 것은?

① 2, 3, $\sqrt{2}$　② 3, 7, 5　③ 4, 4, $\sqrt{9}$
④ 4, 6, $\sqrt{13}$　⑤ 5, 9, 11

해설

중심이 $(-2,-3)$ 이고 반지름의 길이가
r 인 원의 방정식은
$(x+2)^2+(y+3)^2=r^2$
$x^2+y^2+4x+6y+13-r^2=0$
이것이 $x^2+y^2+Ax+By=0$ 과 일치해야 하므로
$A=4, B=6, 13-r^2=0$
$13-r^2=0$ 에서
$r=\sqrt{13}$ $(\because r>0)$
따라서, $A=4, B=6$ 이고
반지름의 길이는 $\sqrt{13}$ 이다.

3. 직육면체 모양의 상자가 있다. 이 상자의 겉넓이는 52이고, 모서리의 길이의 합은 36이다. 이 상자의 대각선의 길이는?

① 5　② $\sqrt{29}$　③ $\sqrt{33}$　④ 6　⑤ $\sqrt{42}$

해설

세 모서리의 길이를 a, b, c라 하면
$2(ab+bc+ca)=52$
$4(a+b+c)=36 \;\rightarrow\; a+b+c=9$
(직육면체 대각선의 길이)
$=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$
$=\sqrt{(a+b+c+)^2-2(ab+bc+ca)}$
$=\sqrt{81-52}=\sqrt{29}$

4. $\dfrac{100^3 - 1}{101 \times 100 + 1}$ 의 값을 구하면?

① 99　② 100　③ 101　④ 102　⑤ 103

해설

$a = 100$이라 하면

$$\frac{a^3 - 1}{(a+1)a+1} = \frac{(a-1)(a^2+a+1)}{(a^2+a+1)}$$
$$= a - 1 = 99$$

5. x에 대한 방정식 $ix^2+(1+i)x+1=0$의 해를 구하여라. (단, $x \neq i$)

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

양변에 $-i$를 곱하면

$(-i)\cdot ix^2-i(1+i)x-i=0$

$x^2+(1-i)x-i=0$

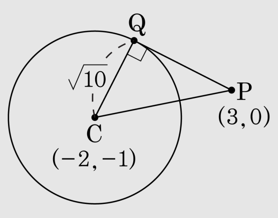
$(x-i)(x+1)=0$

$x \neq i$이므로 $x=-1$

6. 점 $\mathrm{P}(3, 0)$ 에서 원 $(x+2)^2+(y+1)^2=10$ 에 그은 접선의 길이는?

① $\sqrt{5}$ ② $\sqrt{10}$ ③ 4 ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ 5

해설



원의 중심을 C 라 하면 $\mathrm{C}(-2, -1)$ 이므로

$\overline{\mathrm{CP}} = \sqrt{(3+2)^2+(0+1)^2} = \sqrt{26}$

$\overline{\mathrm{CQ}} = \sqrt{10}$

따라서, $\triangle\mathrm{CPQ}$ 는 $\overline{\mathrm{CP}}$ 가 빗변인 직각삼각형이므로

$\overline{\mathrm{PQ}} = \sqrt{\overline{\mathrm{CP}}^2-\overline{\mathrm{CQ}}^2} = \sqrt{26-10} = 4$

7. 사차방정식 $x^4-3x^3+2x^2+ax+b=0$은 i를 한 근으로 갖는다. 이 방정식의 나머지 세 근의 곱을 구하면? (단, a, b는 실수)

① $-i$　　② i　　③ $-2i$
④ $3i$　　⑤ $1+2i$

해설

$x=i$를 방정식에 대입하면 $i^4-3i^3+2i^2+ai+b=0$
$(a+3)i+b-1=0$에서 a, b는 실수이므로 $a=-3, b=1$
따라서, 주어진 방정식은 $x^4-3x^3+2x^2-3x+1=0$
한편, $x=i$에서 $x^2+1=0$
$x^4-3x^3+2x^2-3x+1=(x^2+1)(x^2+kx+1)$
우변을 전개해서 계수비교하면 $k=-3$
$x^4-3x^3+2x^2-3x+1=(x^2+1)(x^2-3x+1)=0$
따라서 나머지 세 근은 $-i$와 $x^2-3x+1=0$의 두 근이고
$x^2-3x+1=0$의 두 근의 곱은 1이다.
$\therefore$ 나머지 세 근의 곱은 $-i\times1=-i$

해설

4차방정식 $ax^4+bx^3+cx^2+dx+e=0$에서 네 근의 합은 $-\frac{b}{a}$,
네 근의 곱은 $\frac{e}{a}$
$x^4-3x^3+2x^2-3x+1=0$의 네 근의 곱은 1
즉 $i\times$(나머지 세 근의 곱)$=1$
$\therefore$ 나머지 세근의 곱은 $\frac{1}{i}=-i$

8. 원 $x^2+y^2-6x-2y+6=0$ 과 직선 $3x+4y-a=0$이 서로 접할 때, 모든 a 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 26

해설

원의 방정식을 표준형으로 바꾸면

$(x-3)^2+(y-1)^2=2^2$

원의 중심 $(3,1)$ 에서 직선까지의 거리 d가 2이면 접하므로

$d=\dfrac{|3\cdot 3+4\cdot 1-a|}{\sqrt{3^2+4^2}}=2$

$\therefore\ |13-a|=10 \Leftrightarrow 13-a=\pm 10$

따라서, $a=3$ 또는 23 이므로

모든 a 값들의 합은 26

9. x에 관한 두 다항식 $f(x)$, $g(x)$에 대하여, $(x+1)f(x)=(x-1)g(x)$ 일 때, 다음 중 $f(x)$와 $g(x)$의 최소공배수는?

① $(x-1)g(x)$ ② $(x+1)g(x)$ ③ $(x-1)^2g(x)$
④ $(x+1)^2g(x)$ ⑤ $(x-1)^3g(x)$

해설

$(x+1)f(x)=(x-1)g(x)\cdots$①
$x+1$과 $x-1$이 서로 소이므로
$x+1$은 $g(x)$의 인수이다.
따라서 $g(x)=(x+1)h(x)\cdots$② 로 놓으면
①에서 $f(x)=(x-1)h(x)\cdots$③
②와 ③에서 $f(x)$와 $g(x)$의 최소공배수는
$(x-1)(x+1)h(x)$ 즉, $(x-1)g(x)$