

1. 두 수  $1 + 2i$ ,  $1 - 2i$ 를 근으로 하고,  $x^2$ 의 계수가 1인 이차방정식은?

①  $x^2 - 2x - 5 = 0$

②  $x^2 + 2x + 5 = 0$

③  $x^2 + 5x + 2 = 0$

④  $x^2 - 2x + 5 = 0$

⑤  $x^2 - 5x + 2 = 0$

해설

$$\alpha + \beta = (1 + 2i) + (1 - 2i) = 2$$

$$\alpha\beta = (1 + 2i)(1 - 2i) = 5$$

$$\therefore x^2 - 2x + 5 = 0$$

2. 방정식  $x^2 + y^2 + Ax + By = 0$  이 나타내는 원의 중심이  $(-2, -3)$  일 때, 상수  $A, B$  의 값과 반지름의 길이를 바르게 나열한 것은?

① 2, 3,  $\sqrt{2}$

② 3, 7, 5

③ 4, 4,  $\sqrt{9}$

④ 4, 6,  $\sqrt{13}$

⑤ 5, 9, 11

### 해설

중심이  $(-2, -3)$  이고 반지름의 길이가

$r$  인 원의 방정식은

$$(x + 2)^2 + (y + 3)^2 = r^2$$

$$x^2 + y^2 + 4x + 6y + 13 - r^2 = 0$$

이것이  $x^2 + y^2 + Ax + By = 0$  과 일치해야 하므로

$$A = 4, B = 6, 13 - r^2 = 0$$

$$13 - r^2 = 0 \text{ 에서}$$

$$r = \sqrt{13} \quad (\because r > 0)$$

따라서,  $A = 4, B = 6$  이고

반지름의 길이는  $\sqrt{13}$  이다.

3. 직육면체 모양의 상자가 있다. 이 상자의 겉넓이는 52이고, 모서리의 길이의 합은 36이다. 이 상자의 대각선의 길이는?

① 5

②  $\sqrt{29}$

③  $\sqrt{33}$

④ 6

⑤  $\sqrt{42}$

해설

세 모서리의 길이를  $a, b, c$ 라 하면

$$2(ab + bc + ca) = 52$$

$$4(a + b + c) = 36 \rightarrow a + b + c = 9$$

(직육면체 대각선의 길이)

$$= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$= \sqrt{(a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)}$$

$$= \sqrt{81 - 52} = \sqrt{29}$$

4.  $\frac{100^3 - 1}{101 \times 100 + 1}$  의 값을 구하면?

① 99

② 100

③ 101

④ 102

⑤ 103

해설

$a = 100$  이라 하면

$$\begin{aligned}\frac{a^3 - 1}{(a + 1)a + 1} &= \frac{(a - 1)(a^2 + a + 1)}{(a^2 + a + 1)} \\ &= a - 1 = 99\end{aligned}$$

5.  $x$ 에 대한 방정식  $ix^2 + (1+i)x + 1 = 0$ 의 해를 구하여라. (단,  $x \neq i$ )

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-1$

해설

양변에  $-i$ 를 곱하면

$$(-i) \cdot ix^2 - i(1+i)x - i = 0$$

$$x^2 + (1-i)x - i = 0$$

$$(x-i)(x+1) = 0$$

$x \neq i$ 이므로  $x = -1$

6. 점 P(3,0) 에서 원  $(x+2)^2 + (y+1)^2 = 10$  에 그은 접선의 길이는?

①  $\sqrt{5}$

②  $\sqrt{10}$

③ 4

④  $2\sqrt{5}$

⑤ 5

해설

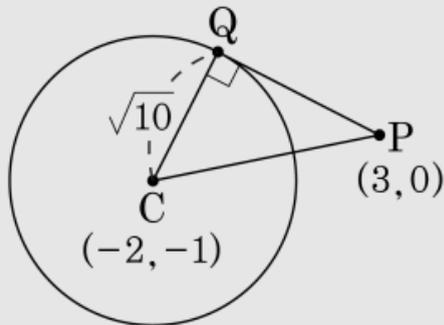
원의 중심을 C 라 하면 C(-2, -1) 이  
므로

$$\overline{CP} = \sqrt{(3+2)^2 + (0+1)^2} = \sqrt{26}$$

$$\overline{CQ} = \sqrt{10}$$

따라서,  $\triangle CPQ$  는  $\overline{CP}$  가 빗변인 직각  
삼각형이므로

$$\overline{PQ} = \sqrt{\overline{CP}^2 - \overline{CQ}^2} = \sqrt{26 - 10} = 4$$



7. 사차방정식  $x^4 - 3x^3 + 2x^2 + ax + b = 0$ 은  $i$ 를 한 근으로 갖는다. 이 방정식의 나머지 세 근의 곱을 구하면? (단,  $a, b$ 는 실수)

①  $-i$

②  $i$

③  $-2i$

④  $3i$

⑤  $1 + 2i$

해설

$x = i$ 를 방정식에 대입하면  $i^4 - 3i^3 + 2i^2 + ai + b = 0$   
 $(a + 3)i + b - 1 = 0$ 에서  $a, b$ 는 실수이므로  $a = -3, b = 1$

따라서, 주어진 방정식은  $x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 3x + 1 = 0$

한편,  $x = i$ 에서  $x^2 + 1 = 0$

$$x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 3x + 1 = (x^2 + 1)(x^2 + kx + 1)$$

우변을 전개해서 계수비교하면  $k = -3$

$$x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 3x + 1 = (x^2 + 1)(x^2 - 3x + 1) = 0$$

따라서 나머지 세 근은  $-i$ 와  $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근이고

$x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근의 곱은 1이다.

∴ 나머지 세 근의 곱은  $-i \times 1 = -i$

해설

4차방정식  $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$ 에서 네 근의 합은  $-\frac{b}{a}$ ,

네 근의 곱은  $\frac{e}{a}$

$x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 네 근의 곱은 1

즉  $i \times (\text{나머지 세 근의 곱}) = 1$

∴ 나머지 세근의 곱은  $\frac{1}{i} = -i$

8. 원  $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 6 = 0$  과 직선  $3x + 4y - a = 0$  이 서로 접할 때, 모든  $a$  값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 26

### 해설

원의 방정식을 표준형으로 바꾸면

$$(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 2^2$$

원의 중심  $(3, 1)$  에서 직선까지의 거리  $d$  가 2 이면 접하므로

$$d = \frac{|3 \cdot 3 + 4 \cdot 1 - a|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2$$

$$\therefore |13 - a| = 10 \Leftrightarrow 13 - a = \pm 10$$

따라서,  $a = 3$  또는  $23$  이므로

모든  $a$  값들의 합은 26

9.  $x$ 에 관한 두 다항식  $f(x)$ ,  $g(x)$ 에 대하여,  $(x+1)f(x) = (x-1)g(x)$  일 때, 다음 중  $f(x)$ 와  $g(x)$ 의 최소공배수는?

- ①  $(x-1)g(x)$       ②  $(x+1)g(x)$       ③  $(x-1)^2g(x)$   
④  $(x+1)^2g(x)$       ⑤  $(x-1)^3g(x)$

### 해설

$$(x+1)f(x) = (x-1)g(x) \cdots \textcircled{1}$$

$x+1$ 과  $x-1$ 이 서로 소이므로

$x+1$ 은  $g(x)$ 의 인수이다.

따라서  $g(x) = (x+1)h(x) \cdots \textcircled{2}$ 로 놓으면

$$\textcircled{1} \text{에서 } f(x) = (x-1)h(x) \cdots \textcircled{3}$$

$\textcircled{2}$ 와  $\textcircled{3}$ 에서  $f(x)$ 와  $g(x)$ 의 최소공배수는

$$(x-1)(x+1)h(x) \text{ 즉, } (x-1)g(x)$$