

1. 원 $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 6 = 0$ 과 직선 $3x + 4y - a = 0$ 이 서로 접할 때, 모든 a 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 26

해설

원의 방정식을 표준형으로 바꾸면

$$(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 2^2$$

원의 중심 $(3, 1)$ 에서 직선까지의 거리 d 가 2 이면 접하므로

$$d = \frac{|3 \cdot 3 + 4 \cdot 1 - a|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2$$

$$\therefore |13 - a| = 10 \Leftrightarrow 13 - a = \pm 10$$

따라서, $a = 3$ 또는 23 이므로

모든 a 값들의 합은 26

2. 원 $x^2 + y^2 - 6ax + 2ay + 20a - 10 = 0$ 은 정수 a 의 값에 관계없이 정점을 지난다. 그 정점을 구하면?

① $(2, -1)$

② $(3, -2)$

③ $(2, -2)$

④ $(-1, -2)$

⑤ $(3, -1)$

해설

a 에 대한 항등식 꼴로 나타내면

$$a(-6x + 2y + 20) + (x^2 + y^2 - 10) = 0$$

$$\begin{cases} -6x + 2y + 20 = 0 \rightarrow y = 3x - 10 \cdots ① \\ x^2 + y^2 = 10 \cdots ② \end{cases}$$

①, ②를 연립하면

$$x^2 + (3x - 10)^2 = 10$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0 \rightarrow (x - 3)^2 = 0$$

$$\therefore x = 3, y = -1$$

3. 어느 회사의 A 공장과 B 공장에서는 각각 모니터와 스피커를 만들고 있다. 하루에 A 공장에서는 모니터를 400 대, B 공장에서는 스피커를 10000 대 만든다. 모니터는 20000 대, 스피커는 80000 대가 만들어지면 본사 창고로 운반한다. 두 제품이 같은 날 창고에 운반되면 인력이 부족하여 용역회사에서 인력을 구하여야 한다. 이 때, 용역회사에서 평일은 50,000 원, 주말에는 70,000 원을 지불한다. 2008 년 4 월 1 일 목요일 처음으로 모니터를, 다음날 스피커를 운반하였다. 2008 년 연말까지 용역회사에서 지불할 금액을 구하여라.

▶ 답 : 원

▷ 정답 : 390000 원

해설

4월 1일, 4월 2일...을 각각 1, 2...라 하면
12월 31일은 275이다.
모니터가 운반되는 날이 $5a + 1$ 이고
스피커가 운반되는 날이 $8b + 2$ 이면,
같은 날 창고에 운반 $\rightarrow 5a + 1 = 8b + 2$
 $b = 5k + 1, 5k + 2, 5k + 3, 5k + 4$ 를 대입하면
 $b = 5k + 3$ 일 때, 성립한다.
그러므로 같은날 운반되는 경우
 $\rightarrow 40k + 26$ ($k = 0, 1, 2, \dots$) 이다.
금년에 같은 날 운반
26, 66, 106, 146, 186, 226, 266 이고,
이들 중 평일은 5일, 주말은 2일 이므로
 $(50000 \times 5) + (70000 \times 2) = 250000 + 140000 = 390000$

4. x 에 관한 두 다항식 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여, $(x+1)f(x) = (x-1)g(x)$ 일 때, 다음 중 $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 최소공배수는?

- ㉠ $(x-1)g(x)$ ㉡ $(x+1)g(x)$ ㉢ $(x-1)^2g(x)$
㉣ $(x+1)^2g(x)$ ㉤ $(x-1)^3g(x)$

해설

$(x+1)f(x) = (x-1)g(x) \cdots$ ㉠
 $x+1$ 과 $x-1$ 이 서로 소이므로
 $x+1$ 은 $g(x)$ 의 인수이다.
따라서 $g(x) = (x+1)h(x) \cdots$ ㉡로 놓으면
㉠에서 $f(x) = (x-1)h(x) \cdots$ ㉢
㉡와 ㉢에서 $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 최소공배수는
 $(x-1)(x+1)h(x)$ 즉, $(x-1)g(x)$