1. 방정식 $x^4 - 4x + 3 = 0$의 해를 구하면?

① $x = 1, x = -1 \pm 2i$

② $x = -1, x = 1 \pm 2i$

③ $x = 1, x = -1 \pm \sqrt{2}i$

④ $x = -1, x = 1 \pm \sqrt{2}i$

⑤ $x = 1$

해설

$$
\begin{array}{c|ccccc}
1 & 1 & 0 & 0 & -4 & 3 \\
 & & 1 & 1 & 1 & -3 \\
\hline
1 & 1 & 1 & 1 & -3 & \boxed{0} \\
 & & 1 & 2 & 3 & \\
\hline
 & 1 & 2 & 3 & \boxed{0} &
\end{array}
$$

$(x-1)^2(x^2+2x+3) = 0,\ x = 1, -1 \pm \sqrt{2}i$

2. $a+b+c=0$, $a^2+b^2+c^2=1$ 일 때, $a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2$ 의 값은?

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ 1 ⑤ 4

해설

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$ 에 대입하면

$ab+bc+ca=-\frac{1}{2}$

$(ab+bc+ca)^2=a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2+2abc(a+b+c)$

$\frac{1}{4}=a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2+2abc(a+b+c)$

따라서 $a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2=\frac{1}{4}$

3. x에 대한 방정식 $ix^2+(1+i)x+1=0$의 해를 구하여라. (단, $x \neq i$)

▶ **답 :**

▷ **정답 :** -1

해설

양변에 $-i$를 곱하면

$(-i)\cdot ix^2 - i(1+i)x - i = 0$

$x^2+(1-i)x-i=0$

$(x-i)(x+1)=0$

$x \neq i$이므로 $x=-1$

4. x에 관한 삼차방정식 $kx^3+(1-2k)x^2+(k-2)x-2k=0$의 근이 모두 실수가 되기 위한 실수 k의 범위를 구하면?

① $0<k\le\frac{1}{2}$ ② $0<k\le1$ ③ $-\frac{1}{2}<k\le0$

④ $-\frac{1}{2}<k\le\frac{1}{2}$ ⑤ $0<|k|\le\frac{1}{2}$

해설

준식$=(x-2)(kx^2+x+k)=0$에서

$kx^2+x+k=0$이 실근이어야하므로

$D=1-4k^2\ge0$,

$k\ne0$이므로 $0<|k|\le\frac{1}{2}$

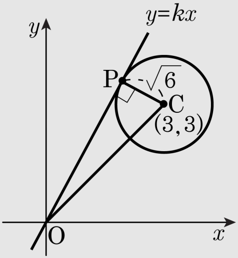
5. $(x-3)^2+(y-3)^2=6$ 을 만족시키는 실수 x, y 에 대하여 $\dfrac{y}{x}$ 의 최댓값은?

① $3+2\sqrt{2}$　② $2+\sqrt{3}$　③ $3\sqrt{3}$

④ 6　⑤ $6+2\sqrt{3}$

해설

$(x-3)^2+(y-3)^2=6$ 은 중심이$(3,3)$,
반지름이 $\sqrt{6}$ 인 원이고
$\mathrm{P}(x,y)$ 에 대하여
$\dfrac{y}{x}$ 의 최댓값은 $\dfrac{y}{x}=k$, $y=kx$ 이므로
$\overline{\mathrm{OP}}$ 의 기울기의 최댓값이다.
$y=kx$ 라 두고 원에 접하는 경우로 계산
하면
$kx-y=0$ 에서 중심 $(3,\ 3)$ 까지의 거리가
원의 반지름 $\sqrt{6}$ 과 같다.



$$\frac{|3k-3|}{\sqrt{k^2+1}}=\sqrt{6}\ ,\ k^2-6k+1=0$$

$k=3\pm2\sqrt{2}$ 이므로, 최댓값은 $3+2\sqrt{2}$ 이다.

6. x에 관한 두 다항식 $f(x)$, $g(x)$에 대하여, $(x+1)f(x)=(x-1)g(x)$일 때, 다음 중 $f(x)$와 $g(x)$의 최소공배수는?

① $(x-1)g(x)$ ② $(x+1)g(x)$ ③ $(x-1)^2g(x)$
④ $(x+1)^2g(x)$ ⑤ $(x-1)^3g(x)$

해설

$(x+1)f(x)=(x-1)g(x)\cdots$①
$x+1$과 $x-1$이 서로 소이므로
$x+1$은 $g(x)$의 인수이다.
따라서 $g(x)=(x+1)h(x)\cdots$② 로 놓으면
①에서 $f(x)=(x-1)h(x)\cdots$③
②와 ③에서 $f(x)$와 $g(x)$의 최소공배수는
$(x-1)(x+1)h(x)$ 즉, $(x-1)g(x)$