

1. 이차방정식 $(1-i)x^2 + (1+3i)x - 2(1+i) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

해설

주어진 방정식의 양변에 $1+i$ 를 곱하면
 $(1+i)(1-i)x^2 + (1+i)(1+3i)x - 2(1+i)(1+i) = 0$
 $2x^2 + (4i-2)x - 2(2i) = 0$
 $x^2 + (2i-1)x - 2i = 0$
 $(x+2i)(x-1) = 0$
 $\therefore x = -2i$ 또는 $x = 1$
 $\therefore \alpha^2 + \beta^2 = (-2i)^2 + 1^2 = -3$

2. 삼차방정식 $x^3 + (2a+3)x^2 - (6a+5)x + (4a+1) = 0$ 이 중근을 가질 때, 상수 a 의 값을 구하면?

- ① $a = 2, -4 \pm \sqrt{11}$ ② $a = -2, -2 \pm \sqrt{10}$
 ③ $a = 3, -3 \pm \sqrt{5}$ ④ $a = 1, 4 \pm \sqrt{10}$
 ⑤ $a = -1, -2 \pm 2\sqrt{2}$

해설

$f(x) = x^3 + (2a+3)x^2 - (6a+5)x + 4a+1$ 이라 하면
 $f(1) = 0$ 이므로 $f(x)$ 는 $(x-1)$ 을 인수로 갖는다.

$$\begin{array}{c|cccc} 1 & 1 & 2a+3 & -6a-5 & 4a+1 \\ & & 1 & 2a+4 & -4a-1 \\ \hline & 1 & 2a+4 & -4a-1 & 0 \end{array}$$

조립제법을 이용하여 좌변을 인수분해하면
 $(x-1)\{x^2 + 2(a+2)x - 4a - 1\} = 0$
 (i) $x^2 + 2(a+2)x - 4a - 1 = 0$ 이 $x \neq 1$ 인 경우
 $D = 0$ 이므로, $a^2 + 8a + 5 = 0$
 $\therefore a = -4 \pm \sqrt{11}$
 (ii) $x^2 + 2(a+2)x - 4a - 1 = 0$ 이 $x = 1$ 을 근으로 갖는 경우
 $x = 1$ 을 대입하면 $1 + 2(a+2) - 4a - 1 = 0$
 $\therefore a = 2$
 (i), (ii)에서 $a = 2, -4 \pm \sqrt{11}$

