1. x 에 대한 다항식 $A = 2x^3 + 5x^2 + 4$ 를 다항식 B 로 나눌 때, 몫이 $2x + 1$ 이고, 나머지가 $-6x + 2$ 이다. 이 때, 다항식 B 를 구하면?

① $x^2 + 2x + 2$ ② $x^2 + x + 2$ ③ $x^2 - x + 2$
④ $x^2 - 2x + 2$ ⑤ $x^2 - 3x + 2$

해설

$A = B(2x + 1) - 6x + 2$ 에서
$B(2x + 1) = 2x^3 + 5x^2 + 6x + 2$
$\therefore B = (2x^3 + 5x^2 + 6x + 2) \div (2x + 1)$
$= x^2 + 2x + 2$

2. $(x+y)^n$ 을 전개할 때 항의 개수는 $n+1$ 개이다. 다항식 $\{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4$ 을 전개할 때, 항의 개수를 구하면 ?

① 7 개 ② 8 개 ③ 12 개 ④ 13 개 ⑤ 64 개

해설

$\{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4$

$= \{(4a^2-9b^2)^3\}^4$

$= (4a^2-9b^2)^{12}$

$\therefore$ $(4a^2-9b^2)^{12}$ 의 항의 개수는 13 개이다.

3. $(x+y)a-(x-y)b-(y-z)c-4z=0$이 $x,\ y,\ z$의 값에 관계없이 항상 성립할 때, 곱 abc를 구하면?

① 4　② 8　③ 16　④ 32　⑤ 64

해설

x, y, z에 대해 정리하면

$(a-b)x+(a+b-c)y+(c-4)z=0$

$x,\ y,\ z$에 대한 항등식이므로

$a=b,\ a+b-c=0,\ c=4$

$\therefore\ a=b=2,\ c=4$

$\therefore\ abc=16$

4. 다항식 $x^3 + ax^2 + bx - 1$ 이 $x^2 - 3x + 2$ 로 나누어 떨어지도록 상수 $a + b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 1$ 로 놓으면
$x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2)$ 이므로 $f(x)$ 는 $x-1$, $x-2$ 로 나누어 떨어진다.
$f(1) = 1 + a + b - 1 = 0$ 즉, $a + b = 0 \cdots$ ㉠
$f(2) = 8 + 4a + 2b - 1 = 0$ 즉, $4a + 2b = -7 \cdots$ ㉡
㉠, ㉡으로부터 $a = -\frac{7}{2}$, $b = \frac{7}{2}$
$\therefore a + b = 0$

5. 다음 중 다항식 x^4-5x^2+4를 인수분해 할 때, 나타나는 인수가 <u>아닌</u> 것은?

① $x-1$ ② $x-2$ ③ $x-3$ ④ $x+1$ ⑤ $x+2$

해설

$$\begin{aligned} x^4-5x^2+4 &= (x^2-1)(x^2-4) \\ &= (x+1)(x-1)(x+2)(x-2) \end{aligned}$$

6. $(1+i)x^2+2(1+2i)x-3+3i$ 가 순허수일 때, x 의 값은?

① 0 ② 1 ③ -3 ④ 1, 3 ⑤ -1

해설

$(1+i)x^2+2(1+2i)x-3+3i$
$=x^2+x^2i+2x+4xi-3+3i$
$=(x^2+2x-3)+(x^2+4x+3)i$
순허수를 만족하려면 실수부$=0$, 허수부$\neq 0$이어야 한다.
$x^2+2x-3=0$이면서, $x^2+4x+3\neq 0$인 x값을 찾아야 한다.
$\therefore x=1$

7. $x = 1 + \sqrt{2}i$, $y = 1 - \sqrt{2}i$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하면?

① -1 ② 1 ③ -2 ④ 2 ⑤ -3

해설

$x + y = 2,\ xy = 3$

$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 4 - 6 = -2$

8. $2|x-1|+x-4=0$의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : -2

해설

ⅰ) $x<1$일 때,
$-2(x-1)+(x-4)=0$
$\therefore x=-2$
ⅱ) $x\geq 1$일 때,
$2(x-1)+x-4=0$
$\therefore x=2$
따라서 구하는 해는 $x=-2$ 또는 $x=2$ 이다.

9. 이차방정식 $x^2+(m+1)x+m+4=0$이 중근을 가질 때, 모든 실수 m의 값의 합을 구하면?

① -3 ② 0 ③ 2 ④ 3 ⑤ 5

해설

중근을 가지므로, 판별식 $D=0$

$D=(m+1)^2-4\cdot 1\cdot(m+4)=m^2-2m-15=0$

$(m-5)(m+3)=0 \quad \therefore\ m=-3,\ 5$

$\therefore\ m$의 값의 합은 $-3+5=2$

10. 이차방정식 $3x^2+6x-2=0$의 두 근을 α, β라고 할 때, $(\alpha-\beta)^2$의 값은?

① $\frac{7}{3}$ ② $\frac{20}{3}$ ③ 7 ④ 20 ⑤ -12

해설

$|\alpha-\beta| = \frac{\sqrt{b^2-4ac}}{|a|} = \frac{\sqrt{60}}{3}$

$\therefore \quad (\alpha-\beta)^2 = |\alpha-\beta|^2 = \frac{60}{9} = \frac{20}{3}$

11. 이차함수 $y = x^2 - 8x + a$의 그래프와 x축과의 교점의 x좌표가 6, b일 때, $a + b$의 값은?

① 11　　② 12　　③ 13　　④ 14　　⑤ 15

해설

이차함수 $y = x^2 - 8x + a$의 그래프와
x축과의 교점의 x좌표는
이차방정식 $x^2 - 8x + a = 0$의 실근이다.
$x^2 - 8x + a = 0$에 $x = 6$을 대입하면
$36 - 48 + a = 0$에서 $a = 12$
따라서 $x^2 - 8x + 12 = 0$에서 $(x-2)(x-6) = 0$
$x = 2$ 또는 $x = 6$
$\therefore\ b = 2 \therefore\ a + b = 14$

12. x의 범위가 $-3 \le x \le 2$ 일 때, 이차함수 $y = x^2 - 2x - 1$ 의 최댓값은 M , 최솟값은 m 이다. $M + m$ 의 값은?

① 11　② 12　③ 13　④ 14　⑤ 15

해설

$y = x^2 - 2x - 1 = (x - 1)^2 - 2$
$\Rightarrow m : x = 1$ 일 때 : -2,
$M : x = -3$ 일 때 : 14
$\therefore m + M = 12$

13. 다음 삼차방정식을 풀었을 때 두 허근의 합을 구하여라.

$$x^3 - x^2 + x - 6 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$f(x) = x^3 - x^2 + x - 6$ 으로 놓으면 $f(2) = 8 - 4 + 2 - 6 = 0$ 이므로 $f(x)$ 는 $x - 2$ 를 인수로 갖는다.

$$\begin{array}{c|cccc} 2 & 1 & -1 & 1 & -6 \\ & & 2 & 2 & 6 \\ \hline & 1 & 1 & 3 & \boxed{0} \end{array}$$

위의 조립제법에서 $f(x) = (x-2)(x^2 + x + 3)$ 이므로 주어진 방정식은$(x-2)(x^2 + x + 3) = 0$

$\therefore x = 2\ ,\ x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{11}i}{2}$

두 허근의 합은 -1

14. $x^4-5x^2-14=0$의 두 허근을 α, β라 할 때, $\alpha^2+\beta^2$의 값을 구하면?

① 4 ② -4 ③ 8 ④ -8 ⑤ -16

해설

$x^4-5x^2-14=(x^2+2)(x^2-7)=0$이므로
두 허근 α, β는
각각 $\sqrt{2}i$, $-\sqrt{2}i$이므로
$\alpha^2+\beta^2=-2-2=-4$

15. 연립 방정식 $\begin{cases} x-y=5 \\ y+z=5 \\ z-x=2 \end{cases}$ 에서 $x+y+z$를 구하면?

① 9 ② 8 ③ 7 ④ 6 ⑤ 5

해설

세 다항식을 더하면, $2z=12$, $z=6$
$y+6=5$, $y=-1$
$x+1=5$, $x=4$
$\therefore\ x+y+z=4-1+6=9$

16. $\dfrac{2x+3a}{4x+1}$가 x에 관계없이 일정한 값을 가질 때, $12a$의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $12a=2$

해설

$\dfrac{2x+3a}{4x+1}=k$ (일정값 $=k$)라 놓으면 $2x+3a=k(4x+1)$에서

$(2-4k)x+3a-k=0$

이 식은 x에 대한 항등식이므로,

$2-4k=0,\ 3a-k=0$

$k=\dfrac{1}{2}$이므로 $3a=k$에서 $a=\dfrac{1}{6}$

$\therefore\ 12a=2$

17. 다음 식을 인수분해하면 $x^4 - 3x^2y^2 + 4y^4 = (x^2 + axy + by^2)(x^2 + cxy + dy^2)$ 일 때, $a+b+c+d$ 의 값을 구하여라. (a, b, c, d는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^4 + 4x^2y^2 + 4y^4 - 7x^2y^2 \\ &= (x^2 + 2y^2)^2 - 7x^2y^2 \\ &= (x^2 + \sqrt{7}xy + 2y^2)(x^2 - \sqrt{7}xy + 2y^2)\end{aligned}$$

$\therefore\ a+b+c+d = 4$

18. $1 + i + i^2 + i^3 + \cdots + i^{2005}$ 를 간단히 하면?

① $1 - i$　② $1 + i$　③ $-i$　④ i　⑤ 1

해설

$i + i^2 + i^3 + i^4 = i + (-1) + (-i) + 1 = 0$

$i^4 = 1$ 이므로

$i^{4k+1} = i, i^{4k+2} = i^2 = -1,$

$i^{4k+3} = i^3 = -i, i^{4k} = i^4 = 1$

(준식) $= 1 + (i + i^2 + i^3 + i^4) + (i + i^2 + i^3 + i^4) + \cdots + (i + i^2 + i^3 + i^4) + i$

$= 1 + i$

19. 복소수 α,β 에 대하여 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $\overline{\alpha+\beta}=\overline{\alpha}+\overline{\beta}$

② $\overline{\alpha^n}=(\overline{\alpha})^n$

③ $\overline{\left(\dfrac{\beta}{\alpha}\right)}=\dfrac{\overline{\beta}}{\overline{\alpha}}$(단, $\alpha\neq 0$)

④ $\overline{(\overline{\alpha})}=\alpha$

⑤ $\alpha+\overline{\alpha}=\alpha\overline{\alpha}$ 이면 α 는 허수이다.

해설

⑤ (반례) $\alpha=2,\ \overline{\alpha}=2$

20. $\alpha = -2+i$, $\beta = 1-2i$ 일 때 $\alpha\overline{\alpha} + \overline{\alpha}\beta + \alpha\overline{\beta} + \beta\overline{\beta}$ 의 값은?
(단, $\overline{\alpha}$, $\overline{\beta}$ 는 각각 α, β 의 켤레복소수이고, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

① 1　　② 2　　③ 4　　④ 10　　⑤ 20

해설

$\alpha\overline{\alpha} + \overline{\alpha}\beta + \alpha\overline{\beta} + \beta\overline{\beta}$
$= \alpha(\overline{\alpha} + \overline{\beta}) + \beta(\overline{\alpha} + \overline{\beta})$
$= (\alpha + \beta)(\overline{\alpha} + \overline{\beta})$
$= (\alpha + \beta)(\overline{\alpha + \beta})$
$= (-1-i)(-1+i)$
$= 2$

21. x에 대한 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 한 근이 $-1+\sqrt{2}$일 때, 유리수 a, b의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

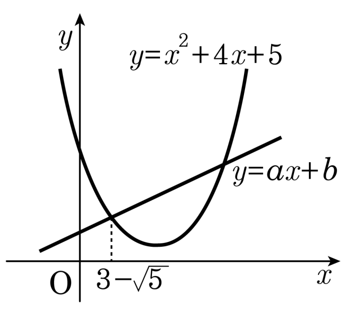
▷ 정답 : $a=2$

▷ 정답 : $b=-1$

해설

$x^2+ax+b=0$에 $x=-1+\sqrt{2}$를 대입하여 정리하면
$3-2\sqrt{2}+a(-1+\sqrt{2})+b=0$
$-a+b+3+(a-2)\sqrt{2}=0$
$-a+b+3=0$과 $a-2=0$에서 $a=2,\ b=-1$

22. 다음 그림과 같이 포물선 $y = x^2 - 4x + 5$ 와 직선 $y = ax + b$ 의 두 교점 중 한 교점의 x 좌표가 $3 - \sqrt{5}$ 일 때, 유리수 $a,\ b$ 의 합 $a + b$ 의 값은?



① 3　　② 4　　③ 5　　④ 6　　⑤ 7

해설

연립방정식 $y = x^2 - 4x + 5$, $y = ax + b$ 에서
y 를 소거하면 $x^2 - 4x + 5 = ax + b$
$x^2 - (4 + a)x + 5 - b = 0 \cdots$ ㉠
이 때, 계수가 유리수인 방정식 ㉠의 한 근이
$3 - \sqrt{5}$ 이므로 $3 + \sqrt{5}$ 도 근이 된다.
$\therefore\ (3 - \sqrt{5}) + (3 + \sqrt{5}) = 4 + a$
$(3 - \sqrt{5})(3 + \sqrt{5}) = 5 - b$
$\therefore\ a = 2,\ b = 1$
$\therefore a + b = 3$

23. 방정식 $x^3 - 5x^2 + 2x + 1 = 0$의 세 근을 $\alpha,\ \beta,\ \gamma$라 할 때, $(1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma)$의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$\alpha + \beta + \gamma = 5$, $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 2$, $\alpha\beta\gamma = -1$이므로
$(1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma)$
$= 1 + (\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha) - \alpha\beta\gamma - (\alpha + \beta + \gamma)$
$= 1 + 2 - (-1) - 5 = -1$

24. 다음을 읽고 물음에 답하여라.

> 삼차방정식 $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ (a, b, c는 실수) 에서 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 라 두고 $x = 1 + 2i$를 대입하면 $f(1+2i) = (1+2i)^3 + a(1+2i)^2 + b(1+2i) + c = 0$ 이 된다. 이것을 전개하여 정리하면 $(-11 - 3a + b + c) + (-2 + 4a + 2b)i = 0$
> a, b, c 가 실수이므로 이제 $x = 1 - 2i$ 를 대입하면 $f(1-2i) = (1-2i)^3 + a(1-2i)^2 + b(1-2i) + c = (-11 - 3a + b + c) - (-2 + 4a + 2b)i = 0$
> 따라서 (　　(가)　　)

(가) 에 들어갈 말로 가장 알맞는 것을 고르면?

① 삼차방정식$x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ (a, b, c 는 실수) 의 한 근이 $1 + 2i$ 이면, $1 - 2i$ 도 근임을 알 수 있다.
② 삼차방정식$x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ (a, b, c 는 실수) 의 한 근이 $1 - 2i$ 이면, $1 + 2i$ 도 근임을 알 수 있다.
③ 삼차방정식$x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ (a, b, c 는 실수) 의 한 근이 $1 + 2i$ 라고 해서, 반드시$1 - 2i$ 가 근이 되는 것은 아니다.
④ 삼차방정식$x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ (a, b, c 는 실수) 의 한 근이 $1 - 2i$ 라고 해서, 반드시$1 + 2i$ 가 근이 되는 것은 아니다.
⑤ 삼차방정식$x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ (a, b, c 는 실수) 은 반드시 하나의 실근을 가진다.

해설

$x = 1 + 2i$ 를 대입한 결과와 $x = 1 - 2i$를 대입한 결과가 같다.

25. 어떤 정육면체의 밑변의 가로의 길이를 1 cm줄이고, 세로의 길이와 높이를 각각 2 cm, 3 cm씩 늘였더니 이 직육면체의 부피가 처음 정육면체의 부피의 $\frac{5}{2}$ 배가 되었다. 처음 정육면체의 한 변의 길이를 구하여라. (단, 정육면체 한 변의 길이는 유리수이다.)

▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 2 cm

해설

정육면체의 한 변의 길이가 x cm라 하면

조건으로부터 $(x-1)(x+2)(x+3) = \frac{5}{2}x^3$,

$x^3 + 4x^2 + x - 6 = \frac{5}{2}x^3$,

$\frac{3}{2}x^3 - 4x^2 - x + 6 = 0$ 에서

$3x^3 - 8x^2 - 2x + 12 = 0$을 풀면 $x = 2(\text{cm})$