

1. 다음 중 910 의 소인수를 모두 고르면?

① 1

② 3

③ 5

④ 11

⑤ 13

해설

$$910 = 2 \times 5 \times 7 \times 13$$

따라서 소인수는 2, 5, 7, 13

2. 다음 수 중 약수의 개수가 가장 많은 수는?

① $2^2 \times 3 \times 7$

② $3 \times 5 \times 7 \times 9$

③ $5 \times 7 \times 11$

④ 13^2

⑤ 2^{10}

해설

- ① 12 개
- ② 16 개
- ③ 8 개
- ④ 3 개
- ⑤ 11 개

3. 어느 두 자연수의 최대공약수가 15 일 때, 두 수의 공약수가 아닌 것은?

- ① 2 ② 3 ③ 5 ④ 15 ⑤ 1

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 1, 3, 5, 15 이다.

4. 두 수 2×3^2 , 3×5^2 의 최소공배수는?

① $2^2 \times 5$

② $2^3 \times 3$

③ $2 \times 3 \times 5$

④ $2 \times 3^2 \times 5^2$

⑤ $2^2 \times 3^2 \times 7^2$

해설

2×3^2 , 3×5^2
최소공배수는 $2 \times 3^2 \times 5^2$ 이다.

5. 다음 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.

두 수 12, 18의 공배수는 의 배수이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

12의 배수는 12, 24, 36, 48, ... 이고,
18의 배수는 18, 36, 54, ... 이므로 12와 18의 공배수는 36, 72, 108, ... 이다.
따라서 36의 배수이다.

6. 고속버스 터미널에서 대전행 버스는 10 분마다 한 대씩, 광주행 버스는 15 분마다, 여수행 버스는 18 분마다 한 대씩 출발한다. 세 버스가 오전 9 시에 동시에 출발했을 때, 바로 다음으로 동시에 출발하는 시각은?
- ① 오전 9 시 30 분

② 오전 10 시

③ 오전 10 시 30 분

④ 오후 9 시

⑤ 오후 9 시 30 분

해설

10 , 15 , 18 의 최소공배수를 구한다.

5) 10 15 18

2) 2 3 18

3) 1 3 9

1 1 3

$\therefore 5 \times 2 \times 3 \times 1 \times 1 \times 3 = 90$

따라서 오전 9 시부터 90 분 후인 오전 10 시 30 분에 동시에 출발한다.

7. 두 자연수 x, y 가 있다. x 를 y 로 나누었더니 몫이 18, 나머지가 3 이었다. x 를 9 로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x = 18 \times y + 3 = 9 \times 2 \times y + 3$ 이다. 따라서 9 로 나누었을 때의 나머지는 3 이다.

8. 다음 중 소인수분해 한 것으로 옳지 않은 것은?

① $124 = 2^2 \times 31$

② $54 = 2 \times 3^3$

③ $72 = 2^3 \times 3^3$

④ $196 = 2^2 \times 7^2$

⑤ $150 = 2 \times 3 \times 5^2$

해설

③ $2^3 \times 3^2$

9. 48 에 자연수 x 를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 다음에서 x 가 될 수 있는 수를 모두 고르면(정답 2개)?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 9 ⑤ 12

해설

$48 = 2^4 \times 3$
곱해야 할 자연수가 x 이고, 어떤 자연수를 y 라 하면 $(2^4 \times 3) \times x = y^2$ 이다.
 $x = 3 \times 1^2, 3 \times 2^2, \dots$
 $= 3, 12, \dots$

10. $48 \times x = y^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 x, y 에 대하여 $\frac{x}{y}$ 의 값은?

① 3

② 4

③ $\frac{2}{3}$

④ $\frac{1}{3}$

⑤ $\frac{1}{4}$

해설

$$2^4 \times 3 \times x = y^2$$

가장 작은 $x = 3$,

$$2^4 \times 3 \times 3 = 2^4 \times 3^2 = y^2$$

$$y = 2^2 \times 3 = 12$$

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

11. 다음 중 200 의 약수가 아닌 것은?

- ① 2×5
- ② $2^2 \times 5^2$
- ③ 2×5^3
- ④ $2^3 \times 5$
- ⑤ 5^2

해설

$200 = 2^3 \times 5^2$

200 의 약수

	1	5	5^2
1	1	5	5^2
2	2	2×5	2×5^2
2^2	2^2	$2^2 \times 5$	$2^2 \times 5^2$
2^3	2^3	$2^3 \times 5$	$2^3 \times 5^2$

이므로 아닌 것은 ③이다.

12. 가로 길이가 220cm, 세로 길이가 200cm 인 벽에 정사각형 모양의 타일로 가득 채우려고 한다. 되도록이면 타일을 적게 붙이려고 할 때, 몇 장의 타일이 필요한지 구하여라.

▶ 답: 장

▶ 정답 : 110장

해설

정사각형 타일의 한 변의 길이는 220 과 200 의 최대공약수이므로

$$220 = 2^2 \times 5 \times 11, 200 = 2^3 \times 5^2$$

최대공약수는 $2^2 \times 5 = 20$

따라서 필요한 타일의 개수는

$$(220 \div 20) \times (200 \div 20) = 110 \text{ (장)}$$

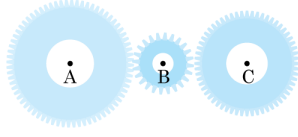
13. 세 자연수 $A = 14 \times a$, $B = 21 \times a$, $C = 28 \times a$ 의 최대공약수가 35 일 때, 최소공배수를 구하면?

① 84 ② 168 ③ 252 ④ 420 ⑤ 840

해설

$A = 2 \times 7 \times a$, $B = 3 \times 7 \times a$, $C = 2^2 \times 7 \times a$ 이므로 최대공약수는 $7 \times a = 35$ 이고, $a = 5$ 이다.
따라서 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 \times 7 = 420$ 이다.

14. 톱니 수가 각각 72 개, 24 개, 60 개인 A, B, C 세 톱니바퀴가 다음 그림과 같이 서로 맞물려 있다. 세 바퀴가 모두 처음 출발했던 위치대로 다시 맞물리려면 톱니바퀴 C 는 몇 바퀴를 돌아야 하는지 구하여라.



▶ 답 : 바퀴

▷ 정답 : 6바퀴

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 72} \quad 24 \quad 60 \\ 2 \overline{) 36} \quad 12 \quad 30 \\ 3 \overline{) 18} \quad 6 \quad 15 \\ 2 \overline{) 6} \quad 2 \quad 5 \\ \quad 3 \quad 1 \quad 5 \end{array}$$

$$2^3 \times 3^2 \times 5 = 360$$

72, 24, 60 의 최소공배수는 360 이므로

$$C \text{ 는 } \frac{360}{60} = 6 \text{ (바퀴) 돌아야 한다.}$$

$\therefore$ 6 바퀴

15. 옛날부터 우리나라에는 십간(☰☷)과 십이지(☰☷☷)를 이용하여 매 해에 이름을 붙였다. 십간과 십이지를 차례대로 짝지으면 다음과 같이 그 해의 이름을 만들 수 있다. 다음 표에서 알 수 있듯이 2010 년은 경인년이다. 다음 중 경인년이 아닌 해는?

병	정	무	기	경	신	임	계
자	축	인	묘	진	사	오	미
병자	정축	무인	기묘	경진	신사	임오	계미
1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003

갑	을	병	정	무	기	경
신	유	술	해	자	축	인
갑신	을유	병술	정해	무자	기축	경인
2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010

- ① 1830 년
- ② 1890 년
- ③ 1950 년
- ④ 2070 년
- ⑤ 2110 년

해설

십간(☰☷)의 10 가지와 십이지(☰☷☷)의 12 가지를 계속 돌아가면서 조합이 이루어지므로 같은 이름의 년도는 60 년 만에 한 번씩 돌아오게 된다. 따라서 2010 년이 경인년이면 1830 년, 1890 년, 1950 년, 2070 년도 경인년이다.

16. 160 와 280 의 공약수 중에서 어떤 자연수의 제곱이 되는 것을 바르게 고르면?

① 4 ② 9 ③ 16 ④ 25 ⑤ 27

해설

$160 = 2^5 \times 5$, $280 = 2^3 \times 5 \times 7$ 이므로 두수의 최대공약수는 $2^3 \times 5 = 40$ 이다.

두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수이므로 40 의 약수인 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40 중에서 제곱수는 1,4 이다.

17. 두 수 $2 \times 3 \times 5^{\square}, 2 \times 3^2 \times 5 \times 7^2$ 의 최소공배수가 $2^{\square} \times 3^{\square} \times 5^2 \times 7^{\square}$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 숫자들의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$2 \times 3 \times 5^{\square}, 2 \times 3^2 \times 5 \times 7^2$ 의 최소공배수를 구하면 $2 \times 3^2 \times 5^{\square} \times 7^2$ 이다.

또, $2 \times 3 \times 5^{\square}, 2 \times 3^2 \times 5 \times 7^2$ 의 최소공배수가 $2^{\square} \times 3^{\square} \times 5^2 \times 7^{\square}$ 이므로 위에서 구한 최소공배수와 비교해 보면 $2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7^2$ 이다.

따라서 $\square$ 안에 들어가는 수는 차례대로 2, 1, 2, 2 이고, 구하는 값은 8 이다.

18. 두 자연수의 곱이 720 이고 최대공약수가 6 일 때, 두 수의 최소공배수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 120

해설

(두 수의 곱)=(최대공약수) $\times$ (최소공배수) 이므로
 $720 = 6 \times (\text{최소공배수})$
따라서 최소공배수는 120 이다.

19. 1 부터 100 까지의 자연수 중에서 72 과 공약수가 1 개인 수는 몇 개 인가?

- ① 30 개 ② 31 개 ③ 32 개 ④ 33 개 ⑤ 34 개

해설

$$72 = 2^3 \times 3^2$$

72 와 공약수가 1 개인 수는 2 의 배수도 아니고 3 의 배수도 아닌 수이므로

$$100 - (2\text{의 배수의 개수}) - (3\text{의 배수의 개수}) + (6\text{의 배수의 개수}) = 100 - 50 - 33 + 16 = 33$$

20. 서로 다른 두 자연수 a, b 의 최소공배수는 60 이고, $9a - b = 6$ 일 때, 두 수의 최대공약수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

a, b 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라고 하면 $a = xG$, $b = yG$, $L = xyG$ (단, x 와 y 는 서로소)로 놓을 수 있다.
최소공배수가 60 이므로 $xyG = 60 \cdots \textcircled{1}$
또 $9a - b = 6$ 이므로
 $9xG - yG = 6 \cdots \textcircled{2}$
각 변끼리 $\frac{\textcircled{2}}{\textcircled{1}}$ 을 계산하면
 $\frac{9xG - yG}{xyG} = \frac{6}{60}$ 에서 $\frac{9x - y}{xy} = \frac{1}{10}$,
 $90x - 10y = xy$, $x(90 - y) = 10y$,
 $y > 0$, $90 - y > 0$ 이므로 $1 \leq y \leq 89$ 이고
 $xyG = 60$ 이므로 $1 \leq y \leq 60$ 을 만족하는 (x, y) 의 순서쌍은 $(2, 15)$,
 $(5, 30)$, $(10, 45)$, $(15, 54)$
 x, y 는 서로소인 자연수이므로
 $x = 2, y = 15$
따라서 두 수의 최대공약수는
 $xyG = 60$ 에서 $G = 2$