

1. 다음 보기 중 옳지 않은 것을 골라라.

보기

- ㉠ 합성수는 모두 짝수이다.
- ㉡ 3의 배수 중 소수는 1개뿐이다.
- ㉢ 2는 가장 작은 소수이다.
- ㉣ 짝수인 소수는 2뿐이다.

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

해설

㉠ 15는 합성수이지만 홀수이다.

2. $2^5 \times 3^2 \times 5^2$, 108 의 최대공약수는?

① $2 \times 3 \times 5$

② $2^2 \times 3^2 \times 5$

③ $2^2 \times 3 \times 5^2$

④ $2^3 \times 3^2$

⑤ $2^2 \times 3^2$

해설

공통인 소인수를 모두 곱하는데 지수가 같으면 그대로, 다른 작은 쪽을 택하여 곱한다.

$\therefore 2^5 \times 3^2 \times 5^2$, $108 = 2^2 \times 3^3$ 의 최대공약수: $2^2 \times 3^2$

3. 현근이네 반 남학생 30 명과 여학생 24 명은 이어달리기경주를 하기 위해조를 짜기로 하였다. 각 조에 속하는 여학생의 수와 남학생의 수가 같고 가능한 많은 인원으로조를 편성하려고 할 때, 몇 조까지 만들어지는가?

① 7조 ② 6조 ③ 5조 ④ 4조 ⑤ 3조

해설

남학생 수와 여학생 수의 최대 공약수는 6 이다.
따라서 6 조까지 만들어진다.

4. 공책 27 권, 지우개 38 개, 연필 64 자루를 되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어주려고 하였더니 공책은 3 권 남고, 지우개는 2 개가 남고, 연필은 4 자루가 남았다. 학생은 모두 몇 명인지 구하여라.

▶ 답: 명

▶ 정답 : 12명

해설

학생 수는 $27 - 3 = 24$, $38 - 2 = 36$, $64 - 4 = 60$ 의 최대공약수
이므로

 $24 = 2^3 \times 3, 36 = 2^2 \times 3^2, 60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 에서

최대공약수는 $2^2 \times 3 = 12$

 $\therefore 12$ 명

5. 두 자연수의 최소공배수가 16 일 때, 두 자연수의 공배수를 바르게 나열한 것은?

① 1, 2, 4, 8, 16

② 4, 16, 64, ...

③ 16, 32, 48

④ 4, 8, 16, 32, ...

⑤ 16, 32, 48, 64, ...

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로, 두 자연수의 공배수는 16의 배수이다.

6. 세 자연수 15, 20, 24 의 어느 것으로 나누어도 나누어 떨어지는 자연수 중에서 가장 작은 수를 구하면?

① 15 ② 80 ③ 120 ④ 164 ⑤ 210

해설

구하는 수를 x 라고 하면 x 는 15, 20, 24 의 공배수이다. 그 중에서 가장 작은 수는 세 수의 최소공배수이므로 15, 20, 24 의 최소공배수는 120 이다.

7. 300 에 가장 가까운 11 의 배수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 297

해설

$11 \times 27 = 297$, $11 \times 28 = 308$ 이므로 300 에 가장 가까운 배수는 297 이다.

8. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠

$2^4 = 8$

㉡

$5 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7 = 5^3 \times 7^2$

㉢

$3^2 = 2^3$

㉤

$\frac{1}{2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 5^3}$

㉥

$\frac{1}{5^2 \times 5^4} = \frac{1}{5^8}$

- ①

㉠, ㉡
- ②

㉠, ㉢
- ③

㉠, ㉥
- ④

㉡, ㉤
- ⑤

㉢, ㉥

해설

㉠

$2^4 = 16$

㉢

$3^2 \neq 2^3$

㉥

$\frac{1}{5^2 \times 5^4} = \frac{1}{5^6}$

9. 다음 중 52 을 소인수분해한 것으로 알맞은 것은?

① 2×3^3

② $2^3 \times 7$

③ 2×5^2

④ $2^2 \times 13$

⑤ $2^2 \times 3 \times 7$

해설

$$2 \overline{) 52}$$

$$2 \overline{) 26}$$

$$13$$

$$52 = 2^2 \times 13$$

10. 40 에 적당한 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이 때, 곱해야 할 자연수 중 300 이하의 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

▷ 정답 : 40

▷ 정답 : 90

▷ 정답 : 160

▷ 정답 : 250

해설

$40 = 2^3 \times 5$
곱해야 할 자연수를 x 라 할 때,
 $(2^3 \times 5) \times x = y^2$
 $x = 2 \times 5, 2^3 \times 5, 2 \times 3^2 \times 5, 2^5 \times 5, 2 \times 5^3$
 $= 10, 40, 90, 160, 250, \dots$
 x 는 300 이하의 자연수 이므로
10, 40, 90, 160, 250

11. 72의 약수의 개수와 $5^x \times 11^2$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 x 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$ 의 약수의 개수는
 $(3+1) \times (2+1) = 12$ (개)이다.
 $5^x \times 11^2$ 의 약수의 개수는
 $(x+1) \times (2+1) = 12$ (개)가 되어야 한다.
 $\therefore x = 3$

12. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 12, 10, 4 의 최소공배수는 60 이다.
- ② 4, 5, 10 의 최소공배수는 20 이다.
- ③ 2, 3, 6 의 최소공배수는 6 이다.
- ④ 12, 24, 6 의 최소공배수는 24 이다.
- ⑤ 14, 6, 8 의 최소공배수는 100 이다.

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 14 \quad 6 \quad 8} \\ \underline{7 \quad 3 \quad 4} \end{array}$$

∴ 최소공배수는 $2 \times 7 \times 3 \times 4 = 168$ 이다.

13. 서로 다른 세 자연수 30, , 24 의 최대공약수가 6 이고, 최소 공배수가 1080 일 때, 의 최솟값은?

① 36 ② 42 ③ 48 ④ 54 ⑤ 108

해설

$30 = 2 \times 3 \times 5$, $24 = 2^3 \times 3$
최대공약수는 $6 = 2 \times 3$,
최소공배수는 $1080 = 2^3 \times 3^3 \times 5$
 $\therefore \text{ } = 2 \times 3^3 = 54$

14. 두 분수 $\frac{75}{n}, \frac{90}{n}$ 을 자연수로 만드는 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$\frac{75}{n}, \frac{90}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 은 75 와 90 의 공약수이다.
75 와 90 의 최대공약수가 15 이므로 n 은 1, 3, 5, 15 이다.

15. 자연수 x 를 소인수분해 했을 때 나타나는 소인수들의 합을 기호 $S(x)$ 로 나타내기로 할 때, 어떤 자연수 m 을 소인수분해 하면 세 종류의 소인수가 나타나고, $S(m) = 12$ 라고 한다. 이 때, 이를 만족하는 m 의 값의 합을 구하여라.
(예를 들면, $72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$ 이므로 $S(72) = 2 + 2 + 2 + 3 + 3 = 12$ 가 된다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 102

해설

세 종류의 소수의 합이 12 이하인 경우는
(2, 3, 5), (2, 3, 7)의 두 가지 경우이다.
 $S(m) = 2 + 2 + 3 + 5$ 또는 $S(m) = 2 + 3 + 7$ 이므로 $m = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$ 또는 $m = 2 \times 3 \times 7 = 42$
따라서 $60 + 42 = 102$ 이다.

16. 100 과 서로소인 두 자리 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 36 개

해설

$100 = 2^2 \times 5^2$
→ 100 과 서로소인 수는 2 의 배수가 아니고, 5 의 배수가 아니어야 한다.
두 자리 자연수의 개수는 90 개이고,
두 자리 자연수 중 2 의 배수는 45 개이고,
두 자리 자연수 중 5 의 배수는 18 개이고,
두 자리 자연수 중 10 의 배수는 9 개이다.
100 과 서로소인 두 자리 자연수의 개수 = $90 - 45 - 18 + 9 = 36$

17. a, b 의 최대공약수가 36 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 16은 a, b 의 공약수이다.
- ㉡ 1, 2, 36은 a, b 의 공약수이다.
- ㉢ a, b 의 공약수는 모두 10개이다.
- ㉣ a, b 의 공약수는 모두 72의 약수이다.

- ① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣
- ④ ㉠, ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

a, b 의 공약수는 36의 약수와 같으므로 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36이다.
㉠. 16은 a, b 의 공약수가 아니다.
㉢. a, b 의 공약수는 9개이다.

18. 세 자연수 54, 72, A 의 최대공약수가 6, 최소공배수가 216 일 때, 가장 큰 자연수 A 의 값은?

① 12 ② 24 ③ 36 ④ 48 ⑤ 60

해설

$54 = 2 \times 3^3$, $72 = 2^3 \times 3^2$, A 에서
최대공약수는 $6 = 2 \times 3$,
최소공배수는 $216 = 2^3 \times 3^3$ 이므로
 A 는 2×3 을 소인수로 가져야 하고, 또한 3의 지수는 1이어야 하므로
 A 의 값이 될 수 있는 것은 6, 12, 24이다.
따라서, 가장 큰 자연수 A 의 값은 24이다.

19. $2009^n + 2009^{(n+1)} + 2009^{(n+2)} + 2009^{(n+3)}$ 의 값이 10 의 배수일 때,
두 자리 자연수 n 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 99

해설

$2009^n + 2009^{(n+1)} + 2009^{(n+2)} + 2009^{(n+3)}$ 이 10 의 배수가 되려면,

$9^n + 9^{n+1} + 9^{n+2} + 9^{n+3}$ 이 10 의 배수가 되어야 한다.

9^n 에서 n 에 1 부터 차례대로 대입해 보면,

9^n 의 일의 자리 수 $\rightarrow 9, 1, 9, 1, \dots$ 이므로

$9^n + 9^{n+1} + 9^{n+2} + 9^{n+3}$ 은 항상 10 의 배수라는 것을 알 수 있다.

$\therefore$ 두 자리 자연수 n 의 최댓값=99

20. 100 개의 전구가 일렬로 불이 꺼진 채 놓여 있다. 처음에는 모든 전구의 불을 켜고, 두 번째는 왼쪽에서 짝수 번째에 있는 전구의 불을 끈다. 세 번째는 왼쪽에서 3 의 배수 번째에 있는 전구 중, 불이 켜진 전구는 불을 끄고 불이 꺼진 전구는 불을 켜다. 네 번째는 4 의 배수 번째에 있는 전구 중, 불이 켜진 전구는 불을 끄고 불이 꺼진 전구는 불을 켜다. 다섯 번째는 5 의 배수 번째에 있는 전구를, 여섯 번째에는 6 의 배수 번째에 있는 전구를 위와 같은 방식으로 불을 켜고 끈다. 이렇게 200 번째까지 했을 때, 불이 켜진 전구는 모두 몇 개인지 구하여라. (단, 100 번째까지 한 후, 위의 과정을 한번 더 반복한다.)

▶ **답:** 개

▶ 정답 : 0 개

해설

주어진 조건을 보면 n 번째 전구는 n 의 약수의 개수만큼 켜졌다 꺼지기를 반복한다. 1 을 제외한 수 중 약수의 개수가 홀수 개인 수는 어떤 수의 제곱이 되는 수이므로, 100 번째까지 반복했을 때 켜졌다 꺼지기를 홀수 번 반복하는 전구는 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81 번째 전구이다. 그런데 이 과정을 200 번 하게 되면 모든 전구는 짝수번 꺼졌다 켜지기를 반복하게 된다. 따라서 불이 켜져 있는 전구는 없다.