

1. 다음은 진규네 반과 영미네 반 학생들이 가지고 있는 책의 갯수를 조사하여 나타낸 것이다. 진규네 반과 영미네 반의 중앙값의 합을 구하여라.

진규네 반	4, 6, 3, 5, 7, 6, 8
영미네 반	8, 10, 9, 12, 2, 10, 7

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

진규네 반의 책의 갯수를 크기순으로 나열하면
3, 4, 5, 6, 6, 7, 8이므로 중앙값은 6이다.

영미네 반의 책의 갯수를 크기순으로 나열하면
2, 7, 8, 9, 10, 10, 12이므로 중앙값은 9이다.

따라서 중앙값의 합은 $6 + 9 = 15$ 이다.

2. 다음은 민영이의 10회의 영어 듣기 시험에서 얻은 점수를 나타낸 표이다. 이때, 중앙값과 최빈값을 차례대로 구하여라.

횟수	1회	2회	3회	4회	5회	6회	7회	8회	9회	10회
점수(점)	78	62	60	54	64	78	61	82	84	80

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 중앙값 : 71

▷ 정답 : 최빈값 : 78

해설

민영이의 수학 점수를 순서대로 나열하면
54, 60, 61, 62, 64, 78, 78, 80, 82, 84 이므로

중앙값은 $\frac{64 + 78}{2} = 71$, 최빈값은 78이다.

3. 다음은 A, B, C, D, E 다섯 학급에 대한 학생들의 몸무게에 대한 평균과 표준편차를 나타낸 표이다. 학생들 간의 몸무게의 격차가 가장 큰 학급과 가장 작은 학급을 차례대로 나열한 것은?

이름	A	B	C	D	E
평균 (kg)	67	61	65	62	68
표준편차 (kg)	2.1	2	1.3	1.4	1.9

① A, B

② A, C

③ B, C

④ B, E

⑤ C, D

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내고, 표준편차가 클수록 변량이 평균에서 더 멀어지므로 몸무게의 격차가 가장 큰 학급은 A이다. 또한, 표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중되므로 몸무게의 격차가 가장 작은 학급은 C이다.

4. 다음은 A, B, C, D, E 다섯 반에 대한 학생들의 키에 대한 평균과 표준편차를 나타낸 표이다. 학생들 간의 몸무게의 격차가 가장 큰 학급과 작은 학급을 차례대로 나열한 것은?

이름	A	B	C	D	E
평균 (cm)	165	161	165	162	168
표준편차 (cm)	2.1	2	2.3	1.4	1.9

① A, B

② A, C

③ B, C

④ B, E

⑤ C, D

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내고, 표준편차가 클수록 변량이 평균에서 더 멀어지므로 몸무게의 격차가 가장 큰 학급은 C이다. 또한, 표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중되므로 몸무게의 격차가 가장 작은 학급은 D이다.

5. 세 수, a, b, c 의 평균과 분산이 각각 2, 4이다. 세 수 $3a+1, 3b+1, 3c+1$ 의 평균과 분산을 각각 구하면?

① 평균 : 5, 분산 : 10

② 평균 : 6, 분산 : 20

③ 평균 : 7, 분산 : 25

④ 평균 : 7, 분산 : 36

⑤ 평균 : 8, 분산 : 36

해설

a, b, c 의 평균이 2, 분산이 4일 때, $3a+1, 3b+1, 3c+1$ 의 평균은 $3 \cdot 2 + 1 = 7$ 이고, 분산은 $3^2 \cdot 4 = 36$ 이다.

6. 세 수, x, y, z 의 평균과 표준편차가 각각 3, 2이다. 세 수 $2x + 1, 2y + 1, 2z + 1$ 의 평균과 표준편차를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

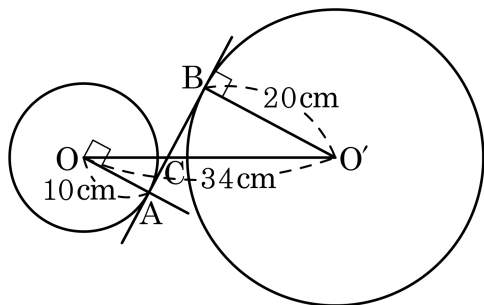
▷ 정답 : 평균 : 7

▷ 정답 : 표준편차 : 4

해설

x, y, z 의 평균이 3, 표준편차가 2일 때,
 $2x + 1, 2y + 1, 2z + 1$ 의 평균은 $2 \cdot 3 + 1 = 7$ 이고,
표준편차는 $|2|2 = 4$ 이다.

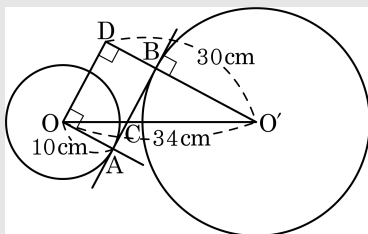
7. 다음 그림에서 반지름의 길이가 10 cm, 20 cm 인 원 O, O' 의 중심 사이의 거리는 34 cm 이다. 공통접선 $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▶ 정답 : 16 cm

해설

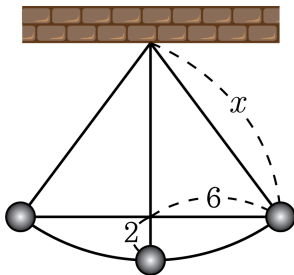


$\overline{O'B}$ 의 연장선과 점 O에서 $\overline{AB}$ 에 평행하게 그은 직선이 만나는 점을 D라 하면

$$\overline{O'D} = 20 + 10 = 30(\text{cm})$$

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \overline{OD} = \sqrt{\overline{OO'}^2 - \overline{O'D}^2} \\ &= \sqrt{34^2 - 30^2} = \sqrt{256} \\ &= 16(\text{cm})\end{aligned}$$

8. 다음 그림처럼 길이가 x 인 줄에 매달린 추가 좌우로 왕복운동을 하고 있다. 추가 천장과 가장 가까울 때와, 가장 멀 때의 차이가 2 일 때, 추가 매달려 있는 줄의 길이를 구하여라. (단 추의 크기는 무시한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

밑변이 2 이고 빗변이 x 인 직각삼각형으로 생각하면 높이가 $x - 2$ 이므로

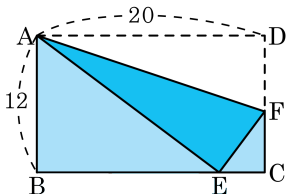
피타고라스 정리에 따라

$$x^2 = (x - 2)^2 + 6^2$$

$$4x = 4 + 36$$

$$x = 10 \text{ 이다.}$$

9. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 12$, $\overline{AD} = 20$ 인 직사각형 모양의 종이를 점 D가 $\overline{BC}$ 위에 오도록 접었을 때, $\overline{EF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{20}{3}$

해설

$\triangle ADF \equiv \triangle AEF$ 이므로

$\overline{EF} = \overline{DF} = x(\text{cm})$ 라 하면

$\overline{AE} = \overline{AD} = 20$, $\overline{AB} = 12$ 이므로

$\triangle ABE$ 에서 $\overline{BE} = \sqrt{20^2 - 12^2} = 16$,

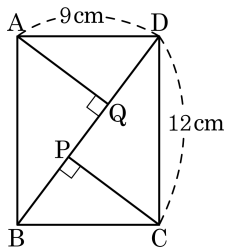
$\therefore \overline{CE} = \overline{BC} - \overline{BE} = 20 - 16 = 4$

$\overline{CF} = \overline{CD} - \overline{DF} = 12 - x$

$\triangle ECF$ 에서 $x^2 = 4^2 + (12 - x)^2$, $24x = 160$,

$\therefore x = \frac{20}{3}$

11. 다음 그림과 같이 직사각형의 두 꼭짓점 A, C에서 대각선 $\overline{BD}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q, P라 할 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{21}{5}$ cm

해설

$\triangle BDC$ 는 직각삼각형이므로

$\overline{BD} = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15(\text{cm})$ 이다.

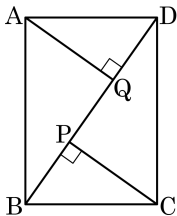
$\overline{BP} = \overline{QD}$, $\triangle BCP$ 와 $\triangle BCD$ 는 닮음이므로

$\overline{BC} : \overline{BD} = \overline{BP} : \overline{BC}$ 에서

$\overline{BC}^2 = \overline{BP} \times \overline{BD}$ 이므로 $\overline{BP} = \frac{81}{15} = \frac{27}{5}(\text{cm})$ 이다.

따라서 $\overline{PQ} = 15 - \frac{27}{5} - \frac{27}{5} = \frac{21}{5}(\text{cm})$ 이다.

12. 다음 그림과 같이 직사각형의 두 꼭짓점 A, C에서 대각선 $\overline{BD}$ 에 내린 수선의 발이 $\overline{BD}$ 3세 등분하고 수선의 발이 대각선 $\overline{BD}$ 와 만나는 점을 각각 Q, P라고 한다. $\overline{BD} = 15$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $5\sqrt{3}$

해설

$\triangle BPC$ 와 $\triangle BCD$ 가 닮음이므로

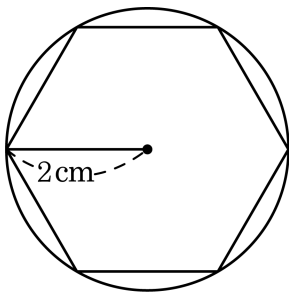
$\overline{BC} : \overline{BD} = \overline{BP} : \overline{BC}$ 에서 $\overline{BP} \times \overline{BD} = \overline{BC}^2$ 이다.

또한 점 P, Q는 $\overline{BD}$ 를 삼등분하므로

$\overline{BP} = \overline{PQ} = \overline{DQ} = 5$ 이다.

따라서 $5 \times 15 = 75 = \overline{BC}^2$, $\overline{BC} = 5\sqrt{3}$ 이다.

13. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 2 cm 인 원에 정육각형이 내접하고 있다. 이 정육각형의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm²

▷ 정답 : $6\sqrt{3}$ cm²

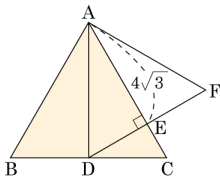
해설

정육각형을 정삼각형 6 개로 나누면 한 개의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4} \times 2^2 =$

$\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ 이다.

$\therefore (\text{넓이}) = 6 \times \sqrt{3} = 6\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

14. 다음 그림과 같이 높이가 $4\sqrt{3}\text{cm}$ 인 정삼각형 ADF 의 한 변을 높이로 하는 정삼각형 ABC 의 한 변의 길이와 넓이를 각각 구하여라.



▶ 답 : cm

▶ 정답 : 한 변의 길이 : $\frac{16\sqrt{3}}{3}$ cm

해설

$$\triangle ADF \text{ 에서 } \overline{AE} = \frac{\sqrt{3}}{2} \overline{AD} = 4\sqrt{3}$$

$$\therefore \overline{AD} = 8(\text{cm})$$

$\triangle ABC$ 에서

$$\overline{AD} = \frac{\sqrt{3}}{2} \overline{AB} = 8$$

$$\therefore \overline{AB} = \frac{16\sqrt{3}}{3}(\text{cm})$$

$$(\triangle ABC \text{의 넓이}) = \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{16\sqrt{3}}{3} \times \frac{16\sqrt{3}}{3} = \frac{64\sqrt{3}}{3}(\text{cm}^2)$$

15. $\overline{AB} = 3$, $\overline{AC} = 4$, $\overline{BC} = 5$ 인 삼각형 ABC 에서 변 BC 의 중점을 M 이라 하고, 점 B 에서 직선 AM 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 선분 BH 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{12}{5}$

해설

$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$, 즉 삼각형 ABC 는 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형이고 점 M 은 삼각형 ABC 의 외심이므로,

$$\overline{BM} = \overline{CM} = \overline{AM} = \frac{5}{2}$$

점 A 에서 선분 BC 에 내린 수선의 발을 D 라 하면,

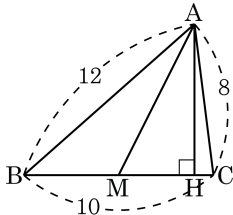
$$\overline{BC} \times \overline{AD} = \overline{AB} \times \overline{AC} \text{ 이므로}$$

$$\therefore \overline{AD} = \frac{12}{5}$$

$$\overline{BM} \times \overline{AD} = \overline{AM} \times \overline{BH} \text{ 이므로}$$

$$\therefore \overline{BH} = \frac{12}{5}$$

16. 다음 그림의 삼각형 ABC 에서 점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하고, 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점일 때, $\overline{MH} + \overline{AH}$ 의 길이는?



① $\sqrt{7}$

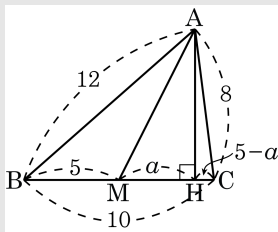
② $2 + \sqrt{7}$

③ $3 + 2\sqrt{7}$

④ $4 + 3\sqrt{7}$

⑤ $5 + \sqrt{7}$

해설



$$\overline{MH} = a$$

$$12^2 - (5 + a)^2 = 8^2 - (5 - a)^2$$

$$144 - (25 + 10a + a^2) = 64 - (25 - 10a + a^2), \quad 20a = 80, \quad a = 4$$

$$\text{따라서 } \overline{MH} = a = 4, \quad \overline{AH} = \sqrt{8^2 - 1^2} = \sqrt{63} = 3\sqrt{7}$$

$$\text{이므로 } \overline{MH} + \overline{AH} = 4 + 3\sqrt{7}$$

17. 다음 그림에서 x 의 값은?

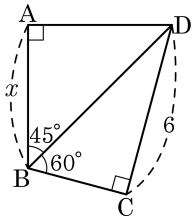
① $2\sqrt{3}$

② $3\sqrt{2}$

③ $2\sqrt{6}$

④ $3\sqrt{5}$

⑤ $4\sqrt{3}$



해설

$$\sqrt{3} : 2 = 6 : \overline{BD} \quad \therefore \overline{BD} = 4\sqrt{3}$$

$$1 : \sqrt{2} = x : 4\sqrt{3} \quad \therefore x = 2\sqrt{6}$$

18. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 2$, $\overline{CD} = 3$, $\angle ACB = 30^\circ$, $\angle ABC = \angle BCD = 90^\circ$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이는?

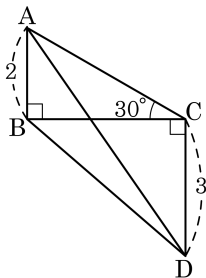
① $4\sqrt{2}$

② $\sqrt{35}$

③ $\sqrt{37}$

④ $\sqrt{39}$

⑤ $\sqrt{41}$



해설

$$\overline{BC} = 2\sqrt{3}$$

$$\overline{AD} = \sqrt{(2+3)^2 + (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{37}$$

19. 두 점 $A(-3, -5)$, $B(a, 1)$ 사이의 거리가 $2\sqrt{13}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1$

▷ 정답 : $a = -7$

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{(-3-a)^2 + (-5-1)^2} = 2\sqrt{13} \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{9+6a+a^2+36} = 2\sqrt{13}$$

$$\text{양변을 제곱하면 } a^2 + 6a + 45 = 52$$

$$a^2 + 6a - 7 = 0$$

$$(a-1)(a+7) = 0$$

따라서 $a = 1$ 또는 $a = -7$ 이다.

20. 좌표평면 위의 네 점 A (2, 4), B (-2, 1), C (-3, -5), D (1, -2)를 꼭짓점으로 하는 □ABCD 는 어떤 사각형인가?

▶ 답 :

▷ 정답 : 평행사변형

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{(-2-2)^2 + (1-4)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$\overline{CD} = \sqrt{(1+3)^2 + (-2+5)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$\overline{AD} = \sqrt{(1-2)^2 + (-2-4)^2} = \sqrt{37}$$

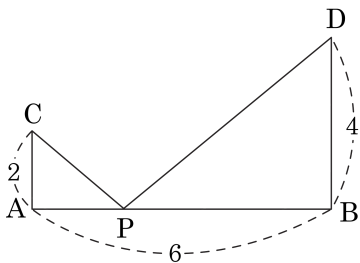
$$\overline{BC} = \sqrt{(-3+2)^2 + (-5-1)^2} = \sqrt{37}$$

$$\overline{AC} = \sqrt{(-3-2)^2 + (-5-4)^2} = \sqrt{106}$$

$$\overline{BD} = \sqrt{(1+2)^2 + (-2-1)^2} = \sqrt{18}$$

따라서, □ABCD 는 두 쌍의 대변의 길이가 같고, 두 대각선의 길이가 같지 않으므로 평행사변형이다.

21. 다음 그림과 같이 점 P는 $\overline{AB}$ 위를 움직이고 $\overline{CA} \perp \overline{AB}$, $\overline{DB} \perp \overline{AB}$ 일 때, $\overline{CP} + \overline{PD}$ 의 최솟값을 $a\sqrt{b}$ 라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, b 는 최소의 자연수)



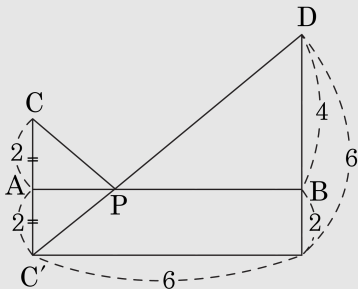
▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 8$

해설

점 C를 $\overline{AB}$ 에 대해서 대칭 이동시킨 점을 C' 이라고 하면 $\overline{CP} + \overline{PD}$ 의 최솟값은 $\overline{C'D}$ 의 거리이다.

$\overline{C'D} = 6\sqrt{2}$ 이므로 $a+b = 8$ 이다.



22. 다음 그림에서 점 E가 $\overline{AC}$ 위를 움직이고 $\overline{AC} = 9$, $\overline{AB} = 3$, $\overline{CD} = 6$ 일 때, $\overline{DE} + \overline{BE}$ 의 최솟값은?

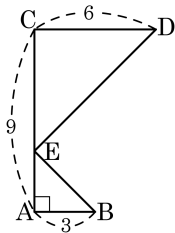
① 3

② 6

③ 9

④ $6\sqrt{2}$

⑤ $9\sqrt{2}$



해설

점 D 를 $\overline{AC}$ 에 대해서 대칭이동시킨 점을 D' 이라고 하면 $\overline{BE} + \overline{ED}$ 의 최솟값은 $\overline{D'B}$ 의 거리이다.

$\therefore \overline{D'B} = \sqrt{9^2 + 9^2} = 9\sqrt{2}$ 이다.

23. 다음 그림과 같은 정사각뿔의 부피를 구하면?

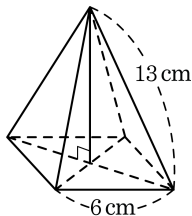
① $10\sqrt{151}\text{ cm}^3$

② $12\sqrt{151}\text{ cm}^3$

③ $14\sqrt{151}\text{ cm}^3$

④ $16\sqrt{151}\text{ cm}^3$

⑤ $18\sqrt{151}\text{ cm}^3$

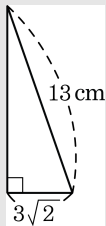


해설

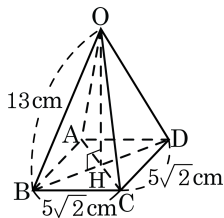
밑면의 대각선의 길이는 $6\sqrt{2}$ 이므로

$$(\text{높이}) = \sqrt{13^2 - (3\sqrt{2})^2} = \sqrt{151}$$

$$(\text{부피}) = 6 \times 6 \times \sqrt{151} \times \frac{1}{3} = 12\sqrt{151}(\text{cm}^3)$$



24. 밑면의 한 변의 길이가 $5\sqrt{2}$, 옆면의 모서리의 길이가 13 인 정사각뿔 O-ABCD 에서 $\triangle OBH$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

□ABCD 가 정사각형이므로

$$\overline{BD} = \sqrt{(5\sqrt{2})^2 + (5\sqrt{2})^2} = 10$$

$$\overline{BH} = \frac{1}{2}\overline{BD} = 5$$

$\triangle OBH$ 에서

$$\overline{OH} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12$$

$\triangle OBH$ 의 둘레의 길이는

$$\overline{OH} + \overline{BH} + \overline{OB} = 12 + 5 + 13 = 30 \text{ 이다.}$$