

1. 이차함수 $y = x^2 - 2(k-3)x + 4$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만날 때, 상수 k 의 값의 범위는?

① $k < 1$

② $1 < k < 3$

③ $k < 3$

④ $3 < k < 5$

⑤ $k < 1$ 또는 $k > 5$

해설

이차함수 $y = x^2 - 2(k-3)x + 4$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나므로 이차방정식 $x^2 - 2(k-3)x + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면 $D > 0$ 이어야 한다.

$$\frac{D}{4} = (k-3)^2 - 4 > 0$$

$$k^2 - 6k + 5 > 0, (k-1)(k-5) > 0$$

$$\therefore k < 1 \text{ 또는 } k > 5$$

2. 이차함수 $y = x^2 + (k - 3)x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않을 때, 실수 k 의 값의 범위는?

- ① $-1 < k < 7$ ② $-1 < k < 8$ ③ $0 < k < 9$
④ $1 < k < 9$ ⑤ $1 < k < 10$

해설

주어진 이차함수의 그래프가
 x 축과 만나지 않으려면
이차방정식 $x^2 + (k - 3)x + k = 0$ 이
실근을 갖지 않아야 하므로
 $D = (k - 3)^2 - 4k < 0$
 $k^2 - 10k + 9 < 0, (k - 1)(k - 9) < 0$
 $\therefore 1 < k < 9$

3. 포물선 $y = x^2 - 2kx + 2k + 3$ 과 x 축과의 두 교점 사이의 거리가 $2\sqrt{5}$ 일 때, 모든 k 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

포물선 $y = x^2 - 2kx + 2k + 3$ 과 x 축과의 교점의 x 좌표는 이차방정식 $x^2 - 2kx + 2k + 3 = 0$ 의 두 근이므로 두 근을 α, β 라 하면 이차방정식의 두 근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha + \beta = 2k, \alpha\beta = 2k + 3$
 $|\alpha - \beta| = 2\sqrt{5}$ 에서 $|\alpha - \beta|^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$ 이므로
 $20 = (2k)^2 - 4(2k + 3), 4k^2 - 8k - 12 = 20$

$$k^2 - 2k - 8 = 0$$

따라서, 근과 계수의 관계에 의하여 모든 k 의 값의 합은 2이다.

4. 이차함수 $y = x^2 - 2(k-1)x + 9$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않기 위한 정수 k 의 개수는?

① 4개 ② 5개 ③ 6개 ④ 7개 ⑤ 8개

해설

이차함수 $y = x^2 - 2(k-1)x + 9$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않으려면

이차방정식 $y = x^2 - 2(k-1)x + 9 = 0$ 의 판별식을 D 라 할 때 $D < 0$ 이어야 한다.

$$\frac{D}{4} = (k-1)^2 - 9 < 0$$

$$k^2 - 2k - 8 < 0, \quad (k+2)(k-4) < 0$$

$$\therefore -2 < k < 4$$

따라서, k 값 중 정수인 것은 $-1, 0, 1, 2, 3$ 의 5개이다.

5. 이차함수 $y = x^2 - kx + 4$ 의 그래프와 x 축이 서로 다른 두 점에서 만날 때, 실수 k 의 값 또는 k 의 값의 범위를 구하면?

① $k < -4$ 또는 $k > 4$

② $k < -2$ 또는 $k > 2$

③ $k < -1$ 또는 $k > 1$

④ $k < -\frac{2}{3}$ 또는 $k > \frac{2}{3}$

⑤ $k < -\frac{1}{4}$ 또는 $k > \frac{1}{4}$

해설

이차방정식 $x^2 - kx + 4 = 0$ 에서 $D = (-k)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = k^2 - 16$
 $D = k^2 - 16 > 0$ 이어야 하므로 $(k + 4)(k - 4) > 0$
 $\therefore k < -4$ 또는 $k > 4$

6. 다음 식은 평면 위에 있는 어떤 그래프의 방정식이다. 이 그래프가 x 축에 접하도록 실수 a, b 의 값에 대해 $a + b$ 의 값을 구하면?

$$y + (x + y)x + (a - 1)x - b^2 = 0$$

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

접점의 x 좌표는 $y = 0$ 일 때, 얻어지는 방정식 $x^2 + (a - 1)x - b^2 = 0$ 의 중근이다.
 $\therefore D = (a - 1)^2 + 4b^2 = 0$
 a, b 는 실수이므로 $a = 1, b = 0$
 $\therefore a + b = 1$

7. 포물선 $y = x^2 - 2x + 4k$ 의 그래프가 x 축과 서로 만나지 않을 때의 k 의 범위를 구하면?

① $k < \frac{1}{2}$

② $k < -\frac{1}{2}$

③ $k > \frac{1}{4}$

④ $k < \frac{1}{4}$

⑤ $k > -\frac{1}{4}$

해설

$y = x^2 - 2x + 4k$ 의 그래프가 x 축과

만나지 않으려면 판별식 D 가

$D < 0$ 이어야 하므로

$$\frac{D}{4} = 1 - 4k < 0$$

$$\therefore k > \frac{1}{4}$$

8. 이차함수 $y = kx^2 + 4\sqrt{2}x + k + 2$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 정수 k 의 값들의 합은?

① -3 ② -5 ③ 7 ④ 3 ⑤ 5

해설

이차방정식 $kx^2 + 4\sqrt{2}x + k + 2 = 0$ 이

서로 다른 두 실근을 가지므로

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = (2\sqrt{2})^2 - k(k+2) > 0$$

$$8 - k^2 - 2k > 0, (k+4)(k-2) < 0$$

$$\therefore -4 < k < 2$$

따라서 정수 k 는 $-3, -2, -1, 0, 1$ 이다.

$$\therefore (-3) + (-2) + (-1) + 0 + 1 = -5$$

9. 이차함수 $y = x^2 + 2kx + 1$ 의 그래프는 x 축과 만나고, 이차함수 $y = -x^2 + kx + 2k$ 의 그래프는 x 축과 만나지 않는다. 이때, 정수 k 의 개수는?

① 5개 ② 6개 ③ 7개 ④ 8개 ⑤ 9개

해설

이차함수 $y = x^2 + 2kx + 1$ 의 그래프는 x 축과 만나므로
 $x^2 + 2kx + 1 = 0$ 의 판별식을 D_1 이라 할 때,
 $\frac{D_1}{4} = k^2 - 1 \geq 0, (k+1)(k-1) \geq 0$
 $\therefore k \leq -1$ 또는 $k \geq 1 \cdots \textcircled{1}$
또, 이차함수 $y = -x^2 + kx + 2k$ 의 그래프는 x 축과 만나지 않으므로
 $-x^2 + kx + 2k = 0$ 의 판별식을 D_2 라 할 때,
 $D_2 = k^2 + 8k < 0, k(k+8) < 0$
 $\therefore -8 < k < 0 \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 의 공통범위를 구하면 $-8 < k \leq -1$
따라서 정수 k 는 $-7, -6, \dots, -2, -1$ 의 7개이다.

10. 부등식 $ax^2 + bx + c \geq 0$ 의 해가 $-3 \leq x \leq 2$ 이고 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 일 때, 함수 $y = f(3x - 2)$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점 사이의 거리는?

- ① 1 ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{3}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

부등식 $ax^2 + bx + c \geq 0$ 의 해가 $-3 \leq x \leq 2$ 일 때 $a < 0$ 이고,
 $ax^2 + bx + c \geq 0 \Leftrightarrow a(x+3)(x-2) \geq 0$
 $\Leftrightarrow ax^2 + ax - 6a \geq 0$

$\therefore b = a, c = -6a$

따라서, $f(x) = ax^2 + ax - 6a$ 이므로

$f(x) = 0$ 의 두 근은 $-3, 2$ 이다.

즉, $f(-3) = 0$ 또는 $f(2) = 0$ 이다.

한편, 함수 $y = f(3x - 2)$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 x 좌표는
방정식 $f(3x - 2) = 0$ 의 실근과 같으므로

$f(3x - 2) = 0$ 의 두 근은

$3x - 2 = -3$ 또는 $3x - 2 = 2$ 에서

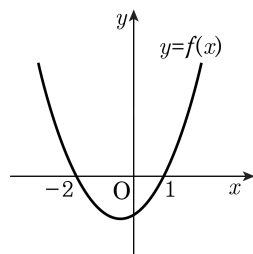
$x = -\frac{1}{3}$ 또는 $x = \frac{4}{3}$

따라서, 구하는 두 점 사이의 거리는

$$\frac{4}{3} - \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{5}{3}$$

11. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $f(x+a) = 0$ 의 두 실근의 합이 5 가 되도록 하는 상수 a 의 값은?

- ① -3 ② -2 ③ -1
④ 0 ⑤ 1



해설

$y = f(x+a)$ 의 그래프는 $y = f(x)$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-a$ 만큼 평행이동한 것이다.

$y = f(x)$ 이 그래프가

x 축과 만나는 점의 좌표가 $-2, 1$ 이므로

$y = f(x+a)$ 의 그래프가

x 축과 만나는 점의 좌표는 $-2-a, 1-a$

따라서, 방정식 $f(x+a) = 0$ 의 두 실근이

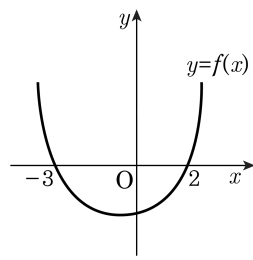
$-2-a, 1-a$ 이고

그 합이 5 이므로 $-2-a+1-a=5$

$\therefore a = -3$

12. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 방정식 $f(x^2 - 1) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
④ 4 개 ⑤ 5 개



해설

주어진 그래프에서 $f(-3) = 0$, $f(2) = 0$ 이므로

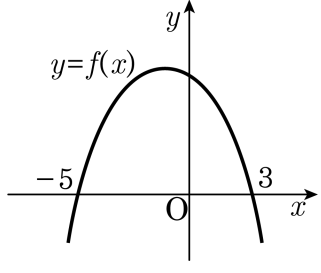
방정식 $f(x^2 - 1) = 0$ 의 근은

(i) $x^2 - 1 = -3$ 일 때, $x^2 = -2$ $\therefore x = \pm \sqrt{2}i$

(ii) $x^2 - 1 = 2$ 일 때, $x^2 = 3$ $\therefore x = \pm \sqrt{3}$

(i), (ii) 에서 주어진 방정식의 서로 다른 실근의 개수는 2 개 이다.

13. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차방정식 $f\left(\frac{x-4}{2}\right) = 0$ 의 두 근의 합은?



- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$f(x) = a(x+5)(x-3)$ ($a < 0$) 으로 놓으면

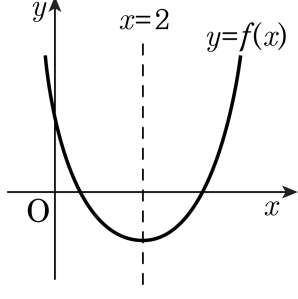
$$f\left(\frac{x-4}{2}\right) = a\left(\frac{x-4}{2} + 5\right)\left(\frac{x-4}{2} - 3\right) = \frac{a}{4}(x+6)(x-10) \text{ 이므로}$$

$\frac{a}{4}(x+6)(x-10) = 0$ 에서

$x = -6$ 또는 $x = 10$

따라서 방정식 $f\left(\frac{x-4}{2}\right) = 0$ 의 두 근의 합은 4

14. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, x 에 대한 방정식 $(f \circ f)(x) = 0$ 의 모든 실근의 합은? (단, $y = f(x)$ 의 그래프는 x 축의 양의 방향과 서로 다른 두 점에서 만난다.)



- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

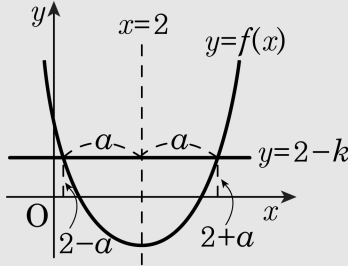
해설

$f(f(x)) = 0$ 에서 $f(x) = t$ 로 놓으면
 $f(t) = 0$ 을 만족시키는 두 실근은

$$t = 2 - k \text{ 또는 } t = 2 + k$$

($0 < k < 2$)로 놓을 수 있다.

$$\therefore f(x) = 2 - k \text{ 또는 } f(x) = 2 + k$$



(i) $f(x) = 2 - k$ 를 만족시키는 x 의 값은
 $y = f(x)$ 의 그래프와

직선 $y = 2 - k$ 의 교점의 x 좌표이므로

$$x = 2 - a \text{ 또는 } x = 2 + a$$

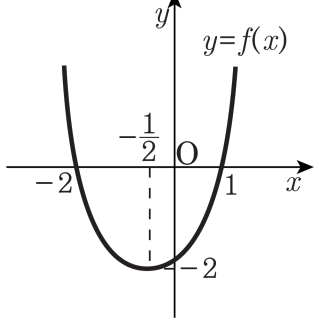
(ii) $f(x) = 2 + k$ 를 만족시키는 x 의 값도

마찬가지로 생각하면 $x = 2 - b$ 또는 $x = 2 + b$

따라서 $f(f(x)) = 0$ 을 만족시키는 모든 실근의 합은

$$(2 - a) + (2 + a) + (2 - b) + (2 + b) = 8$$

15. 다음 그림은 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프이다. 방정식 $f(f(x)) = 0$ 의 서로 다른 세 실근의 합은?



- ① $-\frac{5}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ 0 ⑤ 1

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근이 -2 와 1 이므로
 $f(f(x)) = 0$ 에서 $f(x) = -2$ 또는 $f(x) = 1$
i) $f(x) = -2$ 에서 $x = -\frac{1}{2}$
ii) $f(x) = 1$ 에서 $x = -\frac{1}{2} + \alpha$, $x = -\frac{1}{2} - \alpha$
따라서 모든 근의 합은
 $-\frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{2} + \alpha\right) + \left(-\frac{1}{2} - \alpha\right) = -\frac{3}{2}$