

1. 등식 $3x^2 + 2x + 1 = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$ 이 x 에 대한 항등식이 될 때, $a - b + c$ 의 값은?

① 6 ② 5 ③ 3 ④ 1 ⑤ 0

해설

우변을 전개하여 x 에 대한 내림차순으로 정리하면

$$ax^2 - (2a - b)x + a - b + c = 3x^2 + 2x + 1$$

계수를 비교하면

$$a = 3, 2a - b = -2, a - b + c = 1$$

$$a = 3, b = 8, c = 6$$

$$a - b + c = 3 - 8 + 6 = 1$$

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면 $1 = a - b + c$

2. 임의의 실수 x 에 대하여 $x^2 - 3x + 2 = a + bx + cx(x-1) + dx(x-1)(x-2)$ 가 항상 성립할 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하면? (단, a, b, c, d 는 상수)

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x = 0$ 을 대입하면 $a = 2$
 $x = 1$ 을 대입하면 $b = -2$
 $x = 2$ 을 대입하면 $c = 1$
3차항은 없으므로 $d = 0$
 $\therefore a + b + c + d = 1$

3. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3}$ 을 만족하는 모든 실수 x, y 에 대하여 항상 $ax+by+5 = 0$ 이다. 이때 $a+b$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3} = t \text{라 하면}$$

$$x = 2t - 1, y = 3t + 1$$

이것을 $ax + by + 5 = 0$ 에 대입하면

$$a(2t - 1) + b(3t + 1) + 5 = 0$$

$$(2a + 3b)t + (-a + b + 5) = 0$$

이 식이 모든 실수 t 에 대하여 성립해야 하므로

$$2a + 3b = 0 \cdots \text{①}$$

$$-a + b + 5 = 0 \cdots \text{②}$$

①, ②를 연립하여 풀면

$$a = 3, b = -2 \quad \therefore a + b = 3 + (-2) = 1$$

해설

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \Leftrightarrow AD = BC \text{ 성질 이용}$$

$$3x + 3 = 2y - 2$$

$$3x - 2y + 5 = 0 \text{ 은 } ax + by + 5 = 0$$

$$\therefore a = 3, b = -2$$

4. $3x^4 - x^2 - 2$ 를 인수분해 하여라.

① $(3x^2 - 2)(x + 1)(x - 1)$ ② $(3x^2 + 2)(x - 1)(x - 1)$

③ $(3x^2 + 2)(x + 1)(x + 1)$ ④ $(3x^2 + 3)(x + 1)(x - 1)$

⑤ $(3x^2 + 2)(x + 1)(x - 1)$

해설

$$\begin{aligned} A &= x^2 \text{로 치환하면} \\ (\text{준식}) &= 3A^2 - A - 2 \\ &= (3A + 2)(A - 1) \\ &= (3x^2 + 2)(x + 1)(x - 1) \end{aligned}$$

5. 다항식 $2x^3 + x^2 + x + 1$ 를 $2x - 1$ 로 나눈 몫과 나머지를 순서대로 나열한 것은?

- ① $x^2 + x + 1, 1$ ② $x^2 + x + 1, 2$
③ $2x^2 + 2x + 2, 1$ ④ $2x^2 + 2x + 2, 2$
⑤ $4x^2 + 4x + 4, 4$

해설

다항식 $2x^3 + x^2 + x + 1$ 를 $2x - 1$ 로 나눈 몫과 나머지를 각각 $Q(x), R$ 이라고 하면 $2x^3 + x^2 + x + 1 = (2x - 1)Q(x) + R$
 $= \left(x - \frac{1}{2}\right) \cdot 2Q(x) + R$

이므로

$$\begin{array}{r|rrrr} \frac{1}{2} & 2 & 1 & 1 & 1 \\ & & 1 & 1 & 1 \\ \hline & 2 & 2 & 2 & 2 \end{array}$$

$$2Q(x) = 2x^2 + 2x + 2$$

$$\therefore Q(x) = x^2 + x + 1, R = 2$$

6. $\frac{1000^2}{252^2 - 248^2}$ 은?

① 62500

② 1000

③ 500

④ 250

⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1000^2}{252^2 - 248^2} &= \frac{1000 \cdot 1000}{(252 + 248)(252 - 248)} \\ &= \frac{1000}{500} \cdot \frac{1000}{4} \\ &= 500\end{aligned}$$

7. 다음 보기에 주어진 수를 x 라 할 때, \sqrt{x} 가 허수가 되는 x 의 개수는?

$$-2, \frac{1}{3}, 0, -3.5, 4, -\frac{2}{5}$$

- ① 1 개 ② 3 개 ③ 5 개 ④ 7 개 ⑤ 9 개

해설

\sqrt{x} 가 허수가 되는 $x = -2, -3.5, -\frac{2}{5}$ 의 3개이다.

8. x 에 대한 다항식 $3x^3y + 5y - xz + 9xy - 4$ 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ 내림차순으로 정리하면 $3yx^3 + (9y - z)x + 5y - 4$ 이다.
㉡ 오름차순으로 정리하면 $5y - 4 + (9y - z)x + 3yx^3$ 이다.
㉢ 주어진 다항식은 x 에 대한 3차식이다.
㉣ x^3 의 계수는 3이다.
㉤ 상수항은 -4 이다.

① ㉠, ㉢

② ㉠, ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉢, ㉣, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉣, ㉤, ㉥

해설

- ㉣ x^3 의 계수는 $3y$ 이다.
㉤ 상수항은 $5y - 4$ 이다.

9. 다항식 $2x^3 + x^2 + 3x$ 를 $x^2 + 1$ 로 나눈 나머지는?

- ① $x - 1$ ② x ③ 1
④ $x + 3$ ⑤ $3x - 1$

해설

직접 나누어보면

$$(2x + 1) + \frac{x - 1}{x^2 + 1}$$

몫 : $2x + 1$, 나머지 : $x - 1$

10. 다항식 $f(x)$ 를 $2x^2 + 3x + 2$ 로 나누었더니 몫이 $3x - 4$ 이고, 나머지가 $2x + 5$ 이었다. 이 때, $f(1)$ 의 값은?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

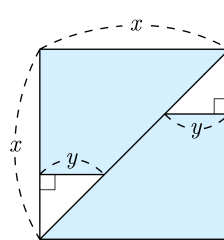
해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (2x^2 + 3x + 2)(3x - 4) + (2x + 5) \\ &= 6x^3 + 9x^2 + 6x - 8x^2 - 12x - 8 + 2x + 5 \\ &= 6x^3 + x^2 - 4x - 3 \\ \therefore f(1) &= 6 + 1 - 4 - 3 = 0 \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (2x^2 + 3x + 2)(3x - 4) + (2x + 5) \\ f(1) &= (2 + 3 + 2)(3 - 4) + (2 + 5) = -7 + 7 = 0 \end{aligned}$$

11. 다음 그림은 한변의 길이가 x 인 정사각형을 대각선을 따라 자른 후 직각이등변삼각형 2개를 떼어낸 도형이다. 이때, 색칠한 부분의 넓이를 x, y 에 관한 식으로 나타내어라.



- ① $xy - y^2$ ② $x^2 - y^2$ ③ $x^2 - y$
 ④ $\frac{xy - y^2}{2}$ ⑤ $\frac{x - y}{2}$

해설

$$x^2 - 2 \times \frac{1}{2} \times y \times y = x^2 - y^2$$

12. $(a-b+c)(a-b-c)$ 를 전개하면?

① $-a^2 + b^2 - c^2 + 2ca$

② $a^2 - b^2 + c^2 + 2ab$

③ $a^2 + b^2 + c^2 + abc$

④ $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$

⑤ $a^2 + b^2 - c^2 - 2ab$

해설

$$\begin{aligned} & (a-b+c)(a-b-c) \\ &= \{(a-b)+c\}\{(a-b)-c\} \\ &= (a-b)^2 - c^2 \\ &= a^2 + b^2 - c^2 - 2ab \end{aligned}$$

13. $(x^3 - 3x^2 + 3x + 4)(x^2 + 2x - 5)$ 를 전개한 식에서 x^2 의 계수를 구하면?

- ① 10 ② 15 ③ 19 ④ 21 ⑤ 25

해설

전개식에서 x^2 항은

i) (이차항)×(삼차항)에서 $15x^2 + 4x^2 = 19x^2$

ii) (일차항)×(일차항)에서 $6x^2$

∴ x^2 의 계수는 $19 + 6 = 25$

14. 다음 등식이 k 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, xy 의 값을 구하여라.

$$(2k + 3)x + (3k - 1)y + 5k - 9 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

k 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$(2x + 3y + 5)k + (3x - y - 9) = 0$$

이것은 k 에 대한 항등식이므로

$$2x + 3y + 5 = 0$$

$$3x - y - 9 = 0$$

연립방정식을 풀면 $x = 2, y = -3$

$$\therefore xy = 2 \times (-3) = -6$$

15. 다항식 x^3+ax-8 을 x^2+4x+b 로 나눌 때, 나머지가 $3x+4$ 가 되도록 상수 $a+b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -7

해설

x^3+ax-8 을 x^2+4x+b 로 직접나눈 나머지는
 $(a-b+16)x+4b-8$
 $(a-b+16)x+4b-8=3x+4\cdots\cdots\text{㉠}$
㉠이 x 에 대한 항등식이므로,
 $a-b+16=3, 4b-8=4$
 $\therefore a=-10, b=3$
 $\therefore a+b=-7$

해설

$x^3+ax-8=(x^2+4x+b)(x+p)+3x+4$ 의 양변의 계수를 비교하여 $a=-10, b=3, p=-4$ 를 구해도 된다.

16. 다항식 $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 6$ 을 $x - 2$, $x - 1$ 로 나누었을 때의 나머지를 각각 a, b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

- ① -8 ② -2 ③ -16 ④ 4 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-2)Q(x) + a \\ f(x) &= (x-1)Q'(x) + b \\ f(2) &= 4 = a, \quad f(1) = -2 = b \\ \therefore a + b &= 2 \end{aligned}$$

17. x 에 대한 다항식 $4x^3 - 3x^2 + ax + b$ 가 $(x+1)(x-3)$ 을 인수로 갖도록 $a+b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -37

해설

$P(x) = 4x^3 - 3x^2 + ax + b$ 라 하고 $P(x)$ 가

$(x+1)(x-3)$ 을 인수로 가지려면

$$P(-1) = P(3) = 0$$

$$P(-1) = -4 - 3 - a + b = 0 \quad \therefore a - b = -7$$

$$P(3) = 108 - 27 + 3a + b = 0 \quad \therefore 3a + b = -81$$

$$\therefore a = -22, b = -15$$

18. x 에 대한 다항식 $x^3 - 2x^2 - x + 2$ 가 $(x+a)(x+b)(x+c)$ 로 인수분해될 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값은? (단, a, b, c 는 상수)

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = (x+1)(x-1)(x-2)$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = (-1)^2 + 1^2 + 2^2 = 6$$

19. $2012 = k$ 라 할 때, 2013×2011 을 k 로 나타내면?

- ① $k^2 + k$ ② $k^2 - 1$ ③ $k^2 + k + 1$
④ $k^2 - k + 1$ ⑤ $k^2 - k$

해설

$$\begin{aligned} 2013 \times 2011 &= (k+1)(k-1) \\ &= k^2 - 1 \end{aligned}$$

20. $x + y + z = 1$, $xy + yz + zx = 2$, $xyz = 3$ 일 때, $(x + 1)(y + 1)(z + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$$\begin{aligned} & (x + 1)(y + 1)(z + 1) \\ &= xyz + xy + yz + zx + x + y + z + 1 \\ &= 7 \end{aligned}$$

21. 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$, $x+2$ 로 나누었을 때, 나머지가 각각 5, 3이라 한다. 이 때, 다항식 $f(x)$ 를 x^2-4 로 나눈 나머지를 구하면 $ax+b$ 이다. $4a+b$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$f(2) = 5, f(-2) = 3$$

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 4)Q(x) + ax + b \\ &= (x - 2)(x + 2)Q(x) + ax + b \end{aligned}$$

$$f(2) = 2a + b = 5, f(-2) = -2a + b = 3$$

$$a = \frac{1}{2}, b = 4$$

22. $x = 1001$ 일 때, $\frac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1000

해설

$$\begin{aligned}\frac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1} &= \frac{(x^4 + 1)(x^2 - 1)}{(x^4 + 1)(x + 1)} \\ &= x - 1 \\ &= 1001 - 1 \\ &= 1000\end{aligned}$$

23. $(x+1)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$ 이 x 에 대한 항등식일 때, $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$ 의 값을 구하면?

- ① 8 ② 16 ③ 32 ④ 64 ⑤ 128

해설

양변에 $x = 1$ 을 대입하면,
 $(1+1)^5 = a_0 + a_1 + \cdots + a_5$ 이므로
 $\therefore 2^5 = 32$

24. 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 하면 나머지는 5이고, 몫 $Q(x)$ 를 다시 $x+3$ 으로 나누면 나머지가 3이다. 이때, $f(x)$ 를 $x+3$ 으로 나눈 나머지는?

① 10 ② -10 ③ 9 ④ -9 ⑤ 8

해설

나머지정리에 의해 $f(x)$ 를 $x+3$ 으로 나눈 나머지는 $f(-3)$ 이다.
 $f(x) = (x-2)Q(x) + 5$ 에서
 $x = -3$ 을 대입하면 $f(-3) = (-3-2)Q(-3) + 5$
 $Q(x)$ 를 $x+3$ 으로 나누었을 때의 나머지가 3이므로 $Q(-3) = 3$
 $\therefore f(-3) = -10$

25. $x^4 + 3x^2 + 4$ 를 바르게 인수분해한 것은?

① $(x^2 + x + 1)(x^2 - 2x + 1)$ ② $(x^2 + 2x + 2)(x^2 - x + 2)$

③ $(x^2 - x + 2)(x^2 + x + 2)$ ④ $(x^2 + x - 1)(x^2 - 2x + 1)$

⑤ $(x^2 + x - 2)(x^2 + x + 2)$

해설

$$\begin{aligned}x^4 + 3x^2 + 4 &= (x^4 + 4x^2 + 4) - x^2 \\ &= (x^2 + 2)^2 - x^2 \\ &= (x^2 + x + 2)(x^2 - x + 2)\end{aligned}$$