

1. x 에 대한 두 이차방정식 $x^2+ax+5=0$, $x^2+5x+a=0$ 이 공통근을 갖는 실수 a 의 값들의 합을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

공통근을 p 라 하면
 $p^2+ap+5=0$, $p^2+5p+a=0$
두 식을 빼면, $(a-5)p=a-5$
 $(a-5)(p-1)=0$
 $\therefore a=5$ 또는 $p=1$
 $p=1$ 이면, $1+a+5=0$, $a=-6$
 $\therefore a$ 의 합: $-6+5=-1$

2. 다음 두 방정식이 공통근 α 를 갖는다. 이 때, $m + \alpha$ 의 값을 구하여라.

$$x^2 + (m+2)x - 4 = 0, x^2 + (m+4)x - 6 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

두 방정식의 공통근이 α 이므로

$$\alpha^2 + (m+2)\alpha - 4 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$\alpha^2 + (m+4)\alpha - 6 = 0 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{ 에서 } -2\alpha + 2 = 0 \therefore \alpha = 1$$

$$\alpha = 1 \text{ 을 } \textcircled{1} \text{ 에 대입하면 } 1 + m + 2 - 4 = 0$$

$$\therefore m = 1$$

$$\therefore m + \alpha = 2$$

3. p 가 실수일 때, 두 이차방정식 $x^2+px+3=0$, $x^2+3x+p=0$ 이 오직 한 개의 공통근 α 를 갖는다고 한다. 이 때, $\alpha-p$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\alpha^2 + p\alpha + 3 = 0$$

$$\alpha^2 + 3\alpha + p = 0$$

$$\alpha(p-3) - (p-3) = (\alpha-1)(p-3) = 0$$

$$\alpha = 1 \text{ or } p = 3$$

$$p = 3 \text{ 이면 두 다항식이 같아지므로 } \alpha = 1$$

$$\therefore 1 + p + 3 = 0 \quad \therefore p = -4$$

$$\therefore \alpha - p = 1 - (-4) = 5$$

4. 두 실수 x, y 에 대하여 $x^2 - 4xy + 5y^2 + 2x - 8y + 5 = 0$ 일 때, $x + y$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 4xy + 5y^2 + 2x - 8y + 5 \\ &= x^2 - 2(2y-1)x + 4y^2 - 4y + 1 + y^2 - 4y + 4 \\ &= x^2 - 2(2y-1)x + (2y-1)^2 + (y-2)^2 \\ &= (x-2y+1)^2 + (y-2)^2 = 0 \\ &\therefore x-2y+1=0, y-2=0 \text{ 이므로} \\ &y=2, x-4+1=0 \quad \therefore x=3 \\ &\text{따라서 } x+y=3+2=5 \end{aligned}$$

5. 방정식 $x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = 0$ 을 만족하는 두 실수 x, y 의 합 $x + y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned}x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 &= 0 \text{ 에서} \\(x+1)^2 + (y-2)^2 &= 0 \\x, y \text{ 는 실수이므로 } x &= -1, y = 2 \\ \therefore x+y &= -1+2 = 1\end{aligned}$$

6. 방정식 $2x^2 + y^2 + 2xy - 4x + 4 = 0$ 을 만족시키는 실수 x, y 의 곱 xy 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned} &2x^2 + y^2 + 2xy - 4x + 4 = 0 \text{ 에서} \\ &(x^2 + 2xy + y^2) + (x^2 - 4x + 4) = 0 \\ &(x+y)^2 + (x-2)^2 = 0 \\ &x, y \text{ 가 실수이므로 } x+y=0, x-2=0 \\ &\therefore x=2, y=-2 \\ &\therefore xy = -4 \end{aligned}$$

7. $x^2 + y^2 - 2y + 1 = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 의 합 $x + y$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^2 + y^2 - 2y + 1 = 0$ 에서 $x^2 + (y - 1)^2 = 0$
 x, y 는 실수이므로 $x^2 \geq 0, (y - 1)^2 \geq 0$
따라서, $x = 0, y - 1 = 0$ 이므로 $x = 0, y = 1$
 $\therefore x + y = 0 + 1 = 1$

8. 각 면에 1부터 12까지 자연수가 하나씩 적힌 정십이면체의 주사위가 있다. 이 주사위를 두 번 던져 나오는 눈의 수를 각각 x, y 라 할 때, $xy - 3x + 2y = 18$ 을 만족하는 순서쌍 (x, y) 의 개수는?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned}xy - 3x + 2y &= 18, \quad x(y - 3) + 2y = 18, \\x(y - 3) + 2(y - 3) &= 12 \\(x + 2)(y - 3) &= 12 \\x + 2 &\geq 3 \text{ 이므로} \\(x + 2, y - 3) &= (3, 4), (4, 3), (6, 2), (12, 1) \\ \therefore (x, y) &= (1, 7), (2, 6), (4, 5), (10, 4) \\ \therefore &4 \text{ 개}\end{aligned}$$

9. x, y 가 정수일 때 방정식 $xy - x - 2y - 2 = 0$ 을 만족하는 순서쌍 (x, y) 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 6개

해설

$$xy - x - 2y - 2 + 4 = 4$$

$$x(y - 1) - 2(y - 1) = (x - 2)(y - 1) = 4$$

따라서

$$x - 2 = 1, y - 1 = 4 \text{ 일 때, } x = 3, y = 5$$

$$x - 2 = 2, y - 1 = 2 \text{ 일 때, } x = 4, y = 3$$

$$x - 2 = 4, y - 1 = 1 \text{ 일 때, } x = 6, y = 2$$

$$x - 2 = -1, y - 1 = -4 \text{ 일 때, } x = 1, y = -3$$

$$x - 2 = 4, y - 1 = -1 \text{ 일 때, } x = 6, y = 0$$

$$x - 2 = 1, y - 1 = 4 \text{ 일 때, } x = 3, y = 5$$

따라서 순서쌍은 $(3, 5), (4, 3), (6, 2), (1, -3),$

$(6, 0), (3, 5)$ 로 모두 6개이다.

10. 이차방정식 $x^2 - ax + a + 2 = 0$ 의 두 근이 모두 정수가 되게 하는 모든 상수 a 에 대한 설명 중 옳은 것은?

① a 는 -10 이상 -2 이하이다.

② a 는 -2 이상 6 이하이다.

③ a 는 6 이상이다.

④ a 는 0 이하이다.

⑤ a 는 0 이상 8 이하이다.

해설

두 정수근을 α, β 라 하면 (단, $\beta \geq \alpha$)

$$\alpha + \beta = a, \alpha\beta = a + 2$$

이 두 식에서 a 를 소거하면

$$\alpha\beta - \alpha - \beta = 2, (\alpha - 1)(\beta - 1) = 3$$

$\alpha - 1, \beta - 1$ 이 정수이므로

$$\therefore \alpha = 2, \beta = 4 \text{ 또는 } \alpha = -2, \beta = 0$$

$$\therefore a = 6, -2$$