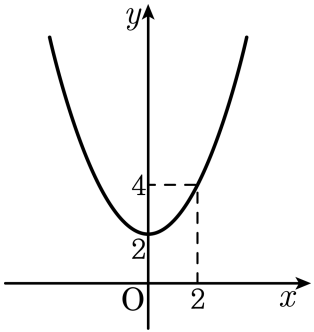
1. 다음 그래프의 이차함수가 점 $(a,\ 10)$ 을 지날 때, a 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)



▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 4$

해설

$y = ax^2 + 2$ 가 점 $(2,\ 4)$ 를 지나므로

$4 = a \times 2^2 + 2 \quad \therefore a = \frac{1}{2}$

$y = \frac{1}{2}x^2 + 2$ 의 그래프가 점 $(a,\ 10)$ 을 지나므로

$10 = \frac{1}{2}a^2 + 2 \quad \therefore a = 4 (\because a > 0)$

2. y가 x의 제곱에 비례하고, $x=-2$일 때 $y=-12$이다. y를 x에 관한 식으로 바르게 나타낸 것은?

① $y=6x^2$ ② $y=3x^2$ ③ $y=2x^2$

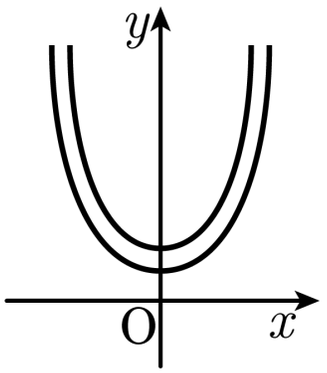
④ $y=-3x^2$ ⑤ $y=-6x^2$

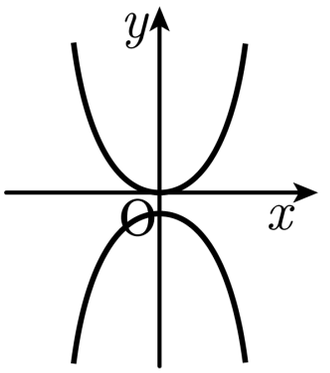
해설

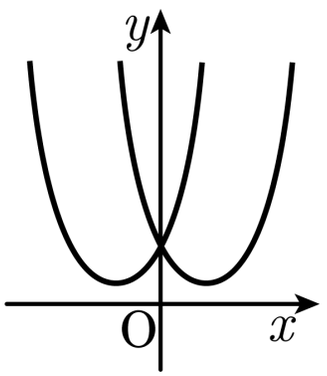
$y=ax^2(a\neq 0)$에 $(-2,\ -12)$를 대입하면, $-12=a\times(-2)^2$, $a=-3$

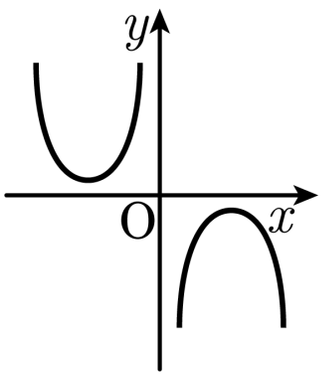
$\therefore\ y=-3x^2$

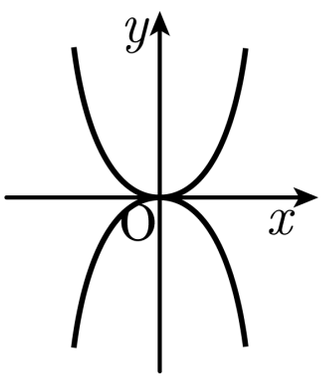
3. 다음 중 두 그래프가 x 축에 대하여 서로 대칭인 것은?

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

그래프를 x 축을 기준으로 반대방향으로 그린 것이다.

4. 다음 중 y 가 x 에 관한 이차함수인 것은?

① 반지름의 길이가 x 인 원의 둘레의 길이 y

② 밑변의 길이가 4 , 높이가 x 인 삼각형의 넓이 y

③ 가로가 x , 세로가 10 인 직사각형의 넓이 y

④ 한 변의 길이가 x 인 정사각형의 넓이 y

⑤ 시간이 x , 속력이 40 일 때의 거리 y

해설

식으로 나타내면 다음과 같다.

① $y = 2\pi x$ (일차함수)

② $y = \frac{1}{2} \times 4 \times x = 2x$ (일차함수)

③ $y = 10x$ (일차함수)

④ $y = x^2$ (이차함수)

⑤ $y = 40x$ (일차함수)

5. 다음 중 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① y축에 대하여 대칭이다.

② 아래로 볼록하다.

③ 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ 0)$ 이다.

④ $y = 2x^2$ 의 그래프와 x축에 대하여 대칭이다.

⑤ $y = -x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.

해설

$y = ax^2$ 의 그래프는 꼭짓점이 원점, y축이 대칭축이다. $a > 0$ 이면 아래로 볼록, $a < 0$ 이면 위로 볼록하다. $|a|$ 이 작을수록 포물선의 폭이 넓다. $y = -ax^2$ 와 x축에 대하여 대칭이다.
$\therefore$ ②가 옳지 않다.

6. 다음 중 함수 $y = ax^2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 점 $(0,\ 0)$ 을 지난다.

② $a > 0$ 일 때, y 의 값은 0보다 크다.

③ y 축에 대하여 대칭이다.

④ $a > 0$ 이면 아래로 볼록한 그래프이다.

⑤ $a < 0$ 일 때, $x > 0$ 이면 x 가 증가할 때 y 는 감소한다.

해설

② $a > 0$ 일 때, y 의 값은 0보다 크거나 같다.

7. 다음 보기는 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프의 특징을 적은 것이다. 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ 꼭짓점이 원점이고, y축에 대하여 대칭이다.

㉡ $y = -3x^2$ 의 그래프와 x축에 대해 대칭이다.

㉢ 아래로 볼록하며, $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.

㉣ y의 값의 범위는 $y \geq 0$이다.

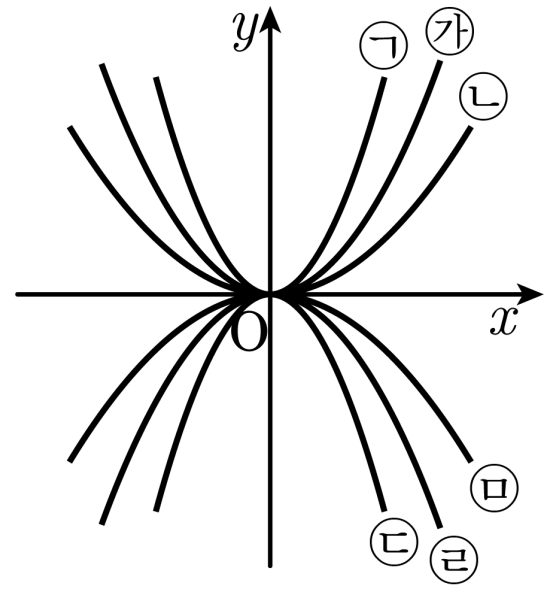
㉤ $x < 0$인 범위에서 x가 증가하면 y도 증가한다.

① ㉠
② ㉠, ㉡
③ ㉠, ㉡, ㉢
④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣
⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

$y = ax^2$ 의 그래프는 다음의 기본성질을 갖는다.
꼭짓점은 $(0, 0)$, 대칭축은 y축, 즉 $x = 0$, $a > 0$이면 아래로 볼록,
$a < 0$이면 위로 볼록
$|a|$이 작을수록 포물선의 폭이 넓다.
$y = -ax^2$ 과 x축에 대하여 대칭.
㉣ 아래로 볼록이고 꼭짓점이 원점이므로 $y \geq 0$
이상의 성질에서 볼 때, ㉠, ㉡, ㉢, ㉣은 옳다.
㉤ 아래로 볼록하고 축이 $x = 0$이므로
$x > 0$일 때, x가 증가하면 y도 증가한다.
∴ 옳지 않다.

8. 다음 그림은 모두 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이며, x 축을 기준으로 위, 아래에 놓여있는 그래프는 서로 대칭이다. 그 중 ㉮는 $y = x^2$ 의 그래프이다. $-1 < a < 0$ 일 때, $y = ax^2$ 의 그래프의 개형으로 옳은 것을 찾아 기호로 써라.



▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

해설

$-1 < a < 0$ 이므로 위로 볼록, $|a| < 1$ 이므로 폭은 ㉮ $y = x^2$ 보다 넓은 포물선이다.
따라서 ㉤이다.

9. $y = 2x^2$ 의 그래프 위의 두 점 $A(2,\ p)$, $B(q,\ 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은?(단, $q < 0$)

① $y = 2x - 3$ ② $y = -2x + 3$ ③ $y = 2x + 4$

④ $y = -2x + 4$ ⑤ $y = 2x - 4$

해설

$(2,\ p)$ 를 $y = 2x^2$ 에 대입하면 $p = 2 \times 2^2 = 8$

$(q,\ 2)$ 를 대입하면 $2 = 2q^2$, $q^2 = 1$ 에서 $q = \pm 1$

그런데 $q < 0$ 이므로 $q = -1$

$(2,\ 8)$, $(-1,\ 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은

$$(\text{기울기}) = \frac{8-2}{2-(-1)} = \frac{6}{3} = 2$$

$y = 2x + b$ 에 $(2,\ 8)$ 을 대입하면

$8 = 2 \times 2 + b \ \therefore\ b = 4$

따라서 구하는 식은 $y = 2x + 4$

10. 이차함수 $f(x) = x^2 - 3$에 대하여 $f^1(x) = f(x)$, $f^{n+1} = f(f^n(x))$라 할 때, $f^{1111}(1)$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$f^1(1) = -2$
$f^2(1) = f(-2) = 1$
$f^3(1) = f(1) = -2$
$f^4(1) = f(-2) = 1$

$\vdots$

$\therefore\ f^{1111}(1) = -2$