

1. 등식  $x^2 + 2x + 3 = a(x - 1)^2 + bx + c$ 가  $x$ 에 대한 항등식이 되도록 상수  $a, b, c$ 의 값을 정할 때,  $a + b + c$ 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

우변을 전개하여 동류항으로 묶는다.

$$\begin{aligned}x^2 + 2x + 3 &= a(x - 1)^2 + bx + c \\ &= ax^2 + (b - 2a)x + a + c\end{aligned}$$

$$a = 1, b - 2a = 2, a + c = 3$$

$$a = 1, b = 4, c = 2$$

$$a + b + c = 7$$

2. 다항식  $x^3 - 2x^2 + 5x - 6$ 을 일차식  $x - 2$ 로 나눌 때의 나머지는?

- ① 0                      ② 1                      ③ 2                      ④ 3                      ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 - 2x^2 + 5x - 6 \\ &= (x - 2)Q(x) + R \\ \therefore f(2) &= 2^3 - 2 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2 - 6 \\ &= 8 - 8 + 10 - 6 \\ &= 4 \\ \therefore R &= 4 \end{aligned}$$

3. 수직선 위의 두 점 P(2), Q(x)에 대하여 P, Q 두 점 사이의 거리가 4일 때, x의 값은 2개이다. 이 중에서 2보다 큰 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$x > 2 \text{ 일 때, } x - 2 = 4$$

$$\therefore x = 6$$

4. 두 점  $(0, 0), (4, -3)$  사이의 거리를 구하면?

① 7

② 6

③ 5

④ 4

⑤ 3

해설

$$\sqrt{(4-0)^2 + (-3-0)^2} = \sqrt{25} = 5$$



5. 직선  $x + y = 2$  위에 있고, 두 점 A(2,3), B(3,2)에 이르는 거리가 같은 점 P의 좌표는?

① (0,2)

② (1,1)

③ (2,0)

④ (3,-1)

⑤ (4,-2)

해설

점 P의 좌표를  $P(a, 2-a)$ 로 놓으면

$$\overline{PA} = \sqrt{(a-2)^2 + (2-a-3)^2}$$

$$= \sqrt{2a^2 - 2a + 5}$$

$$\overline{PB} = \sqrt{(a-3)^2 + (2-a-2)^2}$$

$$= \sqrt{2a^2 - 6a + 9}$$

그런데  $\overline{PA} = \overline{PB}$  이므로  $\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$  에서

$$2a^2 - 2a + 5 = 2a^2 - 6a + 9$$

$$4a = 4 \text{ 에서 } a = 1$$

$$\therefore P(1, 1)$$

6. 두 점  $A(a, b)$ ,  $B(3, 5)$ 를 이은 선분  $AB$ 를  $2 : 1$ 로 외분하는 점이  $P(c, 9)$ 이고 선분  $AB$ 의 중점이  $M(1, e)$ 일 때,  $abce$ 의 값은?

①  $-10$

②  $10$

③  $-21$

④  $0$

⑤  $21$

해설

$$(c, 9) = \left( \frac{2 \times 3 - 1 \times a}{2 - 1}, \frac{2 \times 5 - 1 \times b}{2 - 1} \right)$$

$$(1, e) = \left( \frac{a + 3}{2}, \frac{b + 5}{2} \right)$$

$$\therefore a = -1, b = 1, c = 7, e = 3$$

$$\therefore abce = -21$$

7. 네 점  $O(0,0)$ ,  $A(-3,0)$ ,  $B(4,0)$ ,  $C(2,5)$ 에 대하여 삼각형 AOC의 넓이는 삼각형 BOC의 넓이의 몇 배인가?

- ①  $\frac{3}{7}$       ②  $\frac{4}{7}$       ③  $\frac{3}{4}$       ④  $\frac{4}{3}$       ⑤  $\frac{5}{2}$

해설

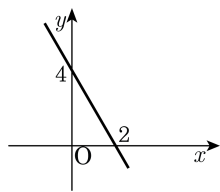
$\triangle AOC$ 와  $\triangle BOC$ 의 높이가 같으므로

$\triangle AOC$ 와  $\triangle BOC$ 의 넓이의 비는 두 삼각형의 밑변의 비와 같다.

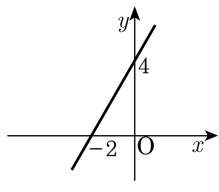
$\overline{AO} : \overline{BO} = 3 : 4$ 이므로  $\triangle AOC$ 의 넓이는  $\triangle BOC$ 의 넓이의  $\frac{3}{4}$ 배이다.

8. 다음 중 기울기가  $-2$  이고  $y$  절편이  $4$  인 직선의 그래프는?

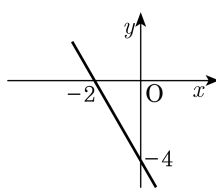
①



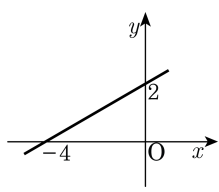
②



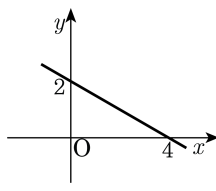
③



④



⑤



해설

$y$  절편이  $4$  인 그래프는 ①, ②번 그래프이고,  
그 중에서 기울기가  $-2$  인 그래프는 ①번이다.



9. 점  $(4, 6)$ 을 지나고,  $x$  축에 평행한 직선을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $y = 6$

해설

점  $(4, 6)$ 을 지나고  $x$  축에 평행한 직선이므로  
 $y = 6$

10. 세 점  $(3, 1)$ ,  $(-2 + a, 4)$ ,  $(7, a)$ 가 한 직선 위에 있도록 하는 양수  $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

세 점  $A(3, 1)$ ,  $B(-2 + a, 4)$ ,  $C(7, a)$ 가

동일 직선 위에 있으려면

(직선 AB의 기울기) = (직선 BC의 기울기) 이므로

$$\frac{4-1}{-2+a-3} = \frac{a-4}{7-(-2+a)}$$

$$\frac{3}{a-5} = \frac{a-4}{9-a}$$

$$27-3a = a^2-9a+20$$

$$a^2-6a-7 = (a+1)(a-7) = 0$$

$$\therefore a = -1 \text{ 또는 } a = 7$$

따라서 양수  $a$ 의 값은 7

11. 좌표평면 위의 네 점 A(-3, -3), B(3, -3), C(3, 5), D(-3, 5)를 꼭짓점으로 하는 직사각형 ABCD가 있다. ABCD의 넓이를 이등분하는 직선이 항상 지나는 점E의 좌표는?

- ① (-4, 0)
- ② (0, 1)
- ③ (0, 2)
- ④ (1, 2)
- ⑤ (4, 3)

해설

좌표평면 위에 네 점 A, B, C, D를 그리면  
대각선의 교점은 AC의 중점이다.

$$\left(\frac{-3+3}{2}, \frac{-3+5}{2}\right) = (0, 1)$$

따라서 ABCD의 넓이를 이등분하는 직선은  
항상(0, 1)을 지난다.

12. 다음 보기의 주어진 직선 중 서로 평행한 것끼리 짝지어진 것은?

보기

㉠  $6x + 3y = 4$

㉡  $2x - y = 1$

㉢  $x = -2y + 1$

㉣  $y = -2x + 5$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉣

③ ㉡, ㉣

④ ㉡, ㉢

해설

각각의 방정식을  $y$  에 대하여 정리하면

㉠.  $6x + 3y = 4$  에서  $y = -2x + \frac{4}{3}$

㉡.  $2x - y = 1$  에서  $y = 2x - 1$

㉢.  $x = -2y + 1$  에서  $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

㉣.  $y = -2x + 5$

따라서, 서로 평행한 것은 ㉠, ㉣ 이다.



13. 직선  $x + ay - 1 = 0$  이 직선  $3x + by + 1 = 0$  과 수직이고, 직선  $x - (b + 3)y + 1 = 0$  과 평행일 때,  $a^2 + b^2$  의 값은?

- ① 10
- ② 12
- ③ 14
- ④ 15
- ⑤ 16

해설

$$x + ay - 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉠},$$
$$3x + bx + 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$
$$x - (b - 3)y + 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$
$$\textcircled{㉠} \perp \textcircled{㉡} : 1 \cdot 3 + a \cdot b = 0 \text{ 에서 } ab = -3$$
$$\textcircled{㉠} // \textcircled{㉢} : \frac{1}{1} = \frac{-(b + 3)}{a} \neq \frac{1}{-1} \text{ 에서 } a + b = -3$$
$$\therefore a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$$
$$= (-3)^2 - 2 \cdot (-3) = 15$$

14. 평면 위의 한 점  $(a, b)$  를  $x$  축의 방향으로 3 만큼,  $y$  축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 점의 좌표는  $(2, 5)$  이다. 이때,  $a + b$  의 값을 구하면?

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$(a + 3, b + 2) = (2, 5)$  이므로,  $a = -1, b = 3$  이다.  
따라서  $a + b = 2$

15. 직선  $2x - y + 3 = 0$  을  $x$  축 방향으로  $-1$  만큼,  $y$  축의 방향으로  $2$  만큼 이동하면  $2x + ay + b = 0$  이 된다고 한다. 이때,  $a + b$  의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$2x - y + 3 = 0$  을  $x$  축 방향으로  $-1$  만큼,

$y$  축의 방향으로  $2$  만큼 이동하면

$2(x + 1) - (y - 2) + 3 = 0$  이 된다.

이 식을 정리하면  $2x - y + 7 = 0$  이다.

따라서  $a + b = -1 + 7 = 6$

16.  $(x^3 + ax + 2)(x^2 + bx + 2)$ 를 전개했을 때,  $x^2$ 과  $x^3$ 의 계수를 모두 0이 되게 하는 상수  $a$ ,  $b$ 에 대하여  $a + b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤  $\frac{3}{2}$

해설

$$\begin{aligned} & (x^3 + ax + 2)(x^2 + bx + 2) \\ &= x^5 + bx^4 + (a + 2)x^3 + (ab + 2)x^2 + (2a + 2b)x + 4 \\ & (x^2 \text{의 계수}) = (x^3 \text{의 계수}) = 0 \text{ 이므로} \\ & ab + 2 = 0, \quad a + 2 = 0 \\ & \text{따라서 } a = -2, \quad b = 1 \\ & \therefore a + b = -1 \end{aligned}$$



17.  $a, b$ 는 정수이고,  $ax^3 + bx^2 + 1$ 이  $x^2 - x - 1$ 로 나누어 떨어질 때,  $b$ 의 값은?

① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

전개했을 때 양변의 최고차항과 상수항이 같아야 하므로

$$ax^3 + bx^2 + 1$$

$$= (x^2 - x - 1)(ax - 1)$$

$$= ax^3 - (1+a)x^2 + (1-a)x + 1$$

양변의 계수를 비교하면

$$-(1+a) = b, 1-a = 0$$

$$\therefore a = 1, b = -2$$

18.  $x^3-4x^2+x+6$ 을 인수분해하면  $(x+a)(x+b)(x+c)$  이다.  $a^2+b^2+c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$f(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$ 이라 놓으면,  
 $x = -1$  일 때,  $-1 - 4 - 1 + 6 = 0$   
따라서,  $f(x)$ 는  $(x + 1)$ 로 나누어 떨어진다.  
즉,  $f(x)$ 는  $(x + 1)$ 의 인수를 갖는다.  
즉,  $f(x) = (x + 1)Q(x)$  몫  
 $Q(x)$ 는 조립제법으로 구한다.

|    |  |   |    |   |    |
|----|--|---|----|---|----|
| -1 |  | 1 | -4 | 1 | 6  |
|    |  |   | -1 | 5 | -6 |
|    |  | 1 | -5 | 6 | 0  |

$f(x) = (x^2 - 5x + 6)(x + 1)$   
 $\therefore f(x) = (x - 3)(x - 2)(x + 1)$   
 $\therefore a^2 + b^2 + c^2 = (-3)^2 + (-2)^2 + 1^2 = 14$

19. A (4, 7), B (3, 2), C (5, 3), D (x, y)에 대하여 사각형 ABCD가 평행 사변형일 때,  $y - x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\left(\frac{4+5}{2}, \frac{7+3}{2}\right) = \left(\frac{x+3}{2}, \frac{y+2}{2}\right)$$

$$\therefore x+3=9, y+2=10$$

$$\therefore x=6, y=8$$

20. 두 직선  $3x-2y-4=0$ ,  $x+2y-4=0$  의 교점과 점  $(1, -4)$  를 지나는 직선의 방정식은?

㉠  $5x-y-9=0$

㉡  $5x+y-9=0$

㉢  $x-2y-1=0$

㉣  $2x-3y-1=0$

㉤  $2x-y+3=0$

해설

$$\begin{cases} 3x-2y-4=0 \cdots \textcircled{㉠} \\ x+2y-4=0 \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡} : x=2, y=1$$

$$\therefore \text{교점} : (2, 1)$$

$$\therefore \text{구하는 직선은 } y-1 = \frac{-4-1}{1-2}(x-2) = 5(x-2)$$

$$\therefore 5x-y-9=0$$



21. 다음 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 구하여라.

(0,0), (2,6), (6,3)

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\frac{1}{2}|2 \cdot 3 - 6 \cdot 6| = 15$$

22. 원  $x^2 + y^2 - 2y - 3 = 0$  과 중심이 같고, 점  $(1, 1)$  을 지나는 원의 방정식은?

①  $x^2 + y^2 - 2y = 0$

②  $x^2 + y^2 - 2x + 1 = 0$

③  $x^2 + y^2 - 2y - 1 = 0$

④  $x^2 + y^2 - 2x + 3 = 0$

⑤  $x^2 + y^2 - 2y + 1 = 0$

해설

$x^2 + y^2 - 2y - 3 = 0$  과 중심이 같은 원의 방정식은

$x^2 + y^2 - 2y + k = 0$  의 꼴이다.

또, 점  $(1, 1)$  을 지나므로

$$1 + 1 - 2 + k = 0 \quad \therefore k = 0$$

따라서, 구하는 방정식은  $x^2 + y^2 - 2y = 0$

23. 다음의  $x, y$  에 대한 이차방정식 중 원의 방정식을 나타내지 않은 것은?

- ①  $x^2 + y^2 + x + 2y + 1 = 0$
- ②  $x^2 + y^2 + x + 2y + 2 = 0$
- ③  $x^2 + y^2 + 2x + y + 1 = 0$
- ④  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 3 = 0$
- ⑤  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 4 = 0$

해설

- ①  $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + (y + 1)^2 = \frac{1}{4}$
- ②  $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + (y + 1)^2 = -\frac{3}{4}$
- ③  $(x + 1)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$
- ④  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 2$
- ⑤  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 1$

24. 중심이 직선  $y = x + 2$  위에 있고, 점  $(4, 4)$  를 지나며,  $y$ 축에 접하는 원 중 반지름의 크기가 작은 원의 방정식을 구하면?
- ①  $(x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 4$   
②  $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 9$   
③  $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 4$   
④  $(x - 10)^2 + (y - 12)^2 = 100$   
⑤  $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 100$

해설

원의 방정식을  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = a^2$  으로 놓으면  
중심  $(a, b)$  가  $y = x + 2$  위에 있으므로  
 $b = a + 2$  .....㉠  
점  $(4, 4)$  를 지나므로  
 $(4 - a)^2 + (4 - b)^2 = a^2$  .....㉡  
㉠을 ㉡에 대입하면  $(4 - a)^2 + (4 - a - 2)^2 = a^2$   
 $a^2 - 12a + 20 = 0 \quad \therefore a = 2, 10$   
 $\therefore a = 2$  일 때  $b = 4$ ,  $a = 10$  일 때  $b = 12$   
따라서 구하는 방정식은  
 $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 4$ ,  
 $(x - 10)^2 + (y - 12)^2 = 100$



25. 점  $(2, 1)$  을 지나고  $x$  축,  $y$  축에 동시에 접하는 원의 방정식의 반지름의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

원이 점  $(2, 1)$  을 지나고  $x$  축,  $y$  축에 접하면  
제 1 사분면에 위치하므로 반지름이  $r$  이면  
중심이  $(r, r)$  이다.  
 $(x-r)^2 + (y-r)^2 = r^2$  이고  
또한  $(2, 1)$  을 지나므로  
 $(2-r)^2 + (1-r)^2 = r^2$  ,  
 $(r-1)(r-5) = 0$   
 $\therefore r = 1$  또는  $5$   
 $\therefore (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$  또는  $(x-5)^2 + (y-5)^2 = 5^2$   
 $\therefore 1 + 5 = 6$

26. 다음 원  $x^2 + y^2 = 9$ 와 직선  $y = x + 5$ 의 교점의 개수를 구하여라.

▶ 답 :                        개

▷ 정답 : 0개

해설

원의 중심과 직선 사이의 거리를 구해보면,

$$\frac{|5|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2} > 3$$

반지름보다 크므로 원과 직선은 만나지 않는다.

27. 원  $x^2 + y^2 = 4$  에 접하고 기울기가 1인 접선의 방정식은  $y = x \pm$  (        )이다. (        )안의 값을 구하면?

- ①  $\sqrt{2}$       ②  $2\sqrt{2}$       ③  $3\sqrt{2}$       ④  $4\sqrt{2}$       ⑤  $5\sqrt{2}$

해설

직선과 원이 접하면 원의 중심에서 직선에 이르는 거리는 반지름과 같다.

$y = x + k$  라 하면

$$\frac{|k|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = 2, \quad k = \pm 2\sqrt{2}$$

$$\therefore y = x \pm 2\sqrt{2}$$

28. 좌표평면 위의 점  $(-1, 3)$  을 점  $(a, b)$  에 대하여 대칭이동 시킨 점이  $(3, 5)$  일 때,  $a + b$  의 값은?

①  $-2$       ②  $-1$       ③  $1$       ④  $3$       ⑤  $5$

해설

$(-1, 3), (3, 5)$  의 중점이  $(a, b)$  이다.

$$\Rightarrow \left( \frac{-1+3}{2}, \frac{3+5}{2} \right) = (a, b)$$

$$\Rightarrow a + b = 5$$



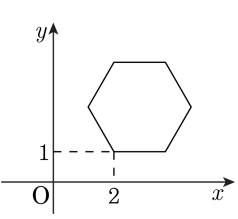
29. 직선  $y = 2x$  에 대하여 점  $P(a, b)$  와 대칭인 점을  $Q$  라 한다.  $Q$  를  $x$  축의 양의 방향으로 1만큼 평행이동시킨 점을  $R$  라고 하면,  $R$  과  $P$  는 직선  $y = x$  에 대하여 대칭이 된다고 한다. 이 때,  $2a - 4b$  의 값은?

① 0      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 4

해설

$R$  과  $P(a, b)$  는 직선  $y = x$  에 대하여 대칭이므로  $R(b, a)$  이고  
 $Q$  는  $R$  을  $x$  축으로  $-1$  만큼 이동한 것이므로  $Q(b-1, a)$  이다.  
또,  $P$  와  $Q$  는  $y = 2x$  에 대하여 대칭이므로  
 $\left(\frac{a+b-1}{2}, \frac{a+b}{2}\right)$  는  $y = 2x$  위의 점이고  $\overline{PQ}$  와  $y = 2x$  는 수직이다.  $\therefore$  (선분  $\overline{PQ}$  의 기울기)  $= \frac{b-a}{a-b+1} = -\frac{1}{2} \dots \textcircled{1}$  이고,  
 $\frac{a+b}{2} = 2 \left( \frac{a+b-1}{2} \right) \dots \textcircled{2}$   
 $\textcircled{1}$ 에서  $a-b=1$   
 $\textcircled{2}$ 에서  $a+b=2$   
 $\therefore a = \frac{3}{2}, b = \frac{1}{2}, 2a-4b = 3-2 = 1$

30. 다음은 한 변의 길이가 2 인 정육각형을 직교 좌표평면 위에 올려놓은 것이다. 여섯 개의 꼭짓점 중 부등식  $x + 5y \geq 10$  의 영역 안에 있는 점의 개수를 구하여라. (정육각형의 가장 아래 변은  $x$  축에 평행하고,  $\sqrt{3} = 1.7$  로 한다)

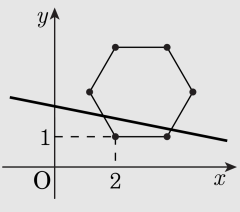


▶ 답 :                      개

▷ 정답 : 4 개

해설

직선  $x + 5y = 10$  은  $x$  절편이 10,  $y$  절편이 2 이므로 아래 그림과 같이 그릴 수 있다.  
따라서 직선의 위부분에 해당하는 꼭짓점의 개수는 4 ( 개) 이다.



31. 점  $(a, -4)$  이 곡선  $y = x^2 + 5x$  의 외부에 있도록 하는 정수  $a$  의 개수는?

- ① 1 개      ② 2 개      ③ 3 개      ④ 4 개      ⑤ 5 개

해설

점  $(a, -4)$  가 곡선  $y = x^2 + 5x$  의 외부에 있도록 하기 위해선  $y > x^2 + 5x$  이어야 한다.

$(a, -4)$  를 대입하면  $-4 > a^2 + 5a$

즉,  $a^2 + 5a + 4 < 0$ ,  $(a + 4)(a + 1) < 0$

$\therefore -4 < a < -1$

$a = -3, -2$  총 2 개

- 32.** 부등식  $y \leq -x^2 + 4$ 를 만족시키는 양의 정수  $x, y$ 의 순서쌍  $(x, y)$ 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답 : 3개

해설

부등식이 나타내는 영역은 포물선  $y = -x^2 + 4$ 의 경계를 포함한  
아랫부분으로 이 영역에 속하는 점  $P(x, y)$  중  $x, y$ 가 모두 양의  
정수인 것은

( i )  $x = 1$  일 때

$$y \leq -1^2 + 4 = 3 \text{ 이므로 } y = 1, 2, 3$$

(ii)  $x = 2$ 일 때

$$y \leq -2^2 + 4 = 0$$

즉, 양의 정수  $y$ 는 존재하지 않는다.

따라서  $x, y$ 가 모두 양의 정수인 순서쌍  $(x, y)$ 는  $(1, 1), (1, 2), (1, 3)$ 의 3개이다.

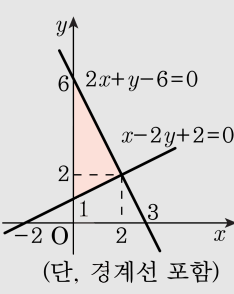


33. 세 부등식  $x \geq 0, x - 2y + 2 \leq 0, 2x + y - 6 \leq 0$ 을 동시에 만족하는 영역의 넓이는?

- ① 5                      ②  $\frac{11}{2}$                       ③ 6                      ④  $\frac{13}{2}$                       ⑤ 7

해설

주어진 세 부등식을 동시에 만족하는 영역은 다음 그림의 색칠된 부분이다.  
이 때, 두 직선  $x - 2y + 2 = 0, 2x + y - 6 = 0$ 의 교점은 점  $(2, 2)$ 이므로 어두운 부분의 넓이는  $\frac{1}{2} \times 5 \times 2 = 5$



34.  $x^3 + x^2 + 2$ 를 다항식  $x^2 + 2x - 1$ 로 나누었을 때의 몫을  $Q(x)$  나머지를  $R(x)$ 라 할 때,  $Q(x) + R(x)$ 의 값은?

①  $2x - 3$

②  $2x$

③  $3x + 2$

④  $4x$

⑤  $4x + 1$

해설

$x^3 + x^2 + 2$ 를  $x^2 + 2x - 1$ 로 직접 나누면

$$Q(x) = x - 1, \quad R(x) = 3x + 1$$

$$\therefore Q(x) + R(x) = 4x$$

35.  $x$ 에 대한 다항식  $x^3 + ax^2 + bx + 2$ 를  $x^2 - x + 1$ 로 나눈 나머지가  $x + 3$ 이 되도록  $a, b$ 의 값을 정할 때,  $ab$  값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $ab = -6$

해설

검산식을 사용

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 = (x^2 - x + 1) \cdot A + (x + 3)$$

$$A = (x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 - (x + 3) = (x^2 - x + 1)(x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + (b - 1)x - 1 = (x^2 - x + 1)(x - 1) \quad \therefore p = -1$$

우변을 정리하면

$$\therefore a = -2, b = 3$$

$$\therefore ab = -6$$

36.  $x + y + z = 1$ ,  $xy + yz + zx = 2$ ,  $xyz = 3$  일 때,  $(x + 1)(y + 1)(z + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned} & (x + 1)(y + 1)(z + 1) \\ &= xyz + xy + yz + zx + x + y + z + 1 \\ &= 7 \end{aligned}$$



37. 다음 식을 간단히 하면?

$$\frac{a^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^2}{(c-a)(c-b)} \quad (\text{단, } a \neq b \neq c)$$

- ① -1
- ② 1
- ③  $-\frac{1}{2}$
- ④  $\frac{1}{2}$
- ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} (\text{준 식}) &= \frac{a^2(c-b) + b^2(a-c) + c^2(b-a)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\ &= \frac{(c-b)a^2 - (c^2 - b^2)a + bc(c-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\ &= \frac{(c-b)(a-b)(a-c)}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 1 \end{aligned}$$

38.  $a+b+c=1$ ,  $a^2+b^2+c^2=5$ ,  $a^3+b^3+c^3=2$  일 때,  $abc$ 의 값은?

- ①  $-\frac{5}{3}$       ② 0      ③  $\frac{5}{3}$       ④  $\frac{5}{2}$       ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} & a^2 + b^2 + c^2 \\ &= (a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca) \text{ 이므로} \\ & 5 = 1 - 2(ab+bc+ca) \\ & \therefore ab+bc+ca = -2 \\ & a^3 + b^3 + c^3 - 3abc \\ &= (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) \text{ 이므로} \\ & 2 - 3abc = 1 \cdot (5+2) \\ & \therefore abc = -\frac{5}{3} \end{aligned}$$

39.  $a + b - 2c = 1$ ,  $a - b + 3c = 3$  일 때, 다음 중  $a + ab + c^2$  을  $a$  에 관한 식으로 나타낸 것은?

①  $(a - 8)(a - 2)$

②  $(a + 8)(a - 2)$

③  $-(a - 8)(a - 2)$

④  $-(a - 8)(a + 2)$

⑤  $-(a + 8)(a - 2)$

해설

$$a + b - 2c = 1 \quad \cdots \textcircled{A}$$

$$a - b + 3c = 3 \quad \cdots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A} + \textcircled{B} \text{에서 } 2a + c = 4$$

$$\therefore c = -2a + 4 \quad \cdots \textcircled{C}$$

$$\textcircled{C} \text{을 } \textcircled{A} \text{에 대입하면 } b = -5 + 9$$

$$\therefore a + ab + c^2 = a + a(-5a + 9) + (-2a + 4)^2$$

$$= -a^2 - 6a + 16$$

$$= -(a^2 + 6a - 16)$$

$$= -(a + 8)(a - 2)$$

40. 두 원  $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ ,  $x^2 + y^2 - 8x + 6y + k = 0$  가 서로 외접할 때 상수  $k$  의 값은?

- ①  $k = -11$
- ②  $k = 0$
- ③  $k = 9$
- ④  $k = 16$
- ⑤  $k = 8$

해설

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0 \\ x^2 + y^2 - 8x + 6y + k = 0 \end{cases}$$
$$x^2 - 2x + 1 + y^2 - 2y + 1 = 1$$
$$\rightarrow (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$$

중심  $O(1, 1)$ ,  $r = 1$

$$x^2 - 8x + 16 + y^2 + 6y + 9 - 25 + k = 0$$
$$\rightarrow (x - 4)^2 + (y + 3)^2 = 25 - k$$

중심  $O'(4, -3)$ ,  $r' = \sqrt{25 - k}$

두 원이 외접할 조건은  $\overline{OO'} = r + r'$

이므로

$$\sqrt{(4 - 1)^2 + (-3 - 1)^2} = 1 + \sqrt{25 - k}$$
$$5 = 1 + \sqrt{25 - k}$$
$$4 = \sqrt{25 - k}$$
$$16 = 25 - k$$
$$\therefore k = 9$$



41. 다음 두 원  $x^2 + y^2 = 3^2$ ,  $(x-9)^2 + y^2 = 2^2$  의 공통접선의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답 : 4개

해설

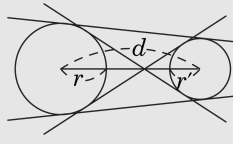
먼저 두 원의 반지름의 길이의  
합  $r + r'$ , 차  $r \sim r'$ , 중심거리  $d$  를 구하

여  
두 원의 위치관계를 파악한다.

두 원의 반지름의 길이를 각각  $r = 3, r' = 2$ 로 놓으면

 $r + r' = 5, r \sim r' = 1 \quad d = 9$  이므로

$r+r'=5, r \sim r'=1, d=9$  이므로  
 $r+r' < d$  (한 원이 다른 원 밖에 있다.)  $\therefore$  공통접선은 모두  
 4 개



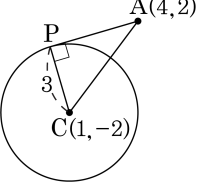
42. 원  $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$  이 주어졌을 때, 점 A(4, 2) 에서 그은 접선의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

주어진 원의 방정식을 표준형으로 고치면  
 $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 9$  이다.  
다음 그림에서 접선의 길이는  
 $\overline{AP} = \sqrt{\overline{AC}^2 - \overline{CP}^2}$   
한편,  $\overline{AC} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$  이고  $\overline{CP} = 3$   
 $\therefore \overline{AP} = 4$



43. 원  $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 10$  위의 점  $(-3, 4)$  에서의 접선의 방정식이  $y = mx + n$  일 때,  $3m + n$  의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$(-3, 4)$  을 지나는 방정식 :  $y = m(x+3) + 4$   
원에 접하므로 원 중심에서 직선까지 거리는  
반지름과 같다.

$$\Rightarrow \frac{|m \times (-2) - 1 \times 1 + 3m + 4|}{\sqrt{m^2 + 1}} = \sqrt{10}$$

$$\Rightarrow (m+3)^2 = 10m^2 + 10$$

$$\Rightarrow (3m-1)^2 = 0, m = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \text{접선의 방정식은 } y = \frac{1}{3}x + 5 \Rightarrow 3m + n = 6$$

44. 좌표평면의 원점을 O라 할 때 곡선  $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 21 = 0$  위의 점 P에 대하여 선분 OP의 길이의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$x^2 + y^2 - 8x - 6y + 21 = 0$$

$$(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 2^2$$

OP의 최댓값은 원점과 원의 중심 사이의 거리에 원의 반지름의 길이를 더한 것이므로 OP  $\sqrt{4^2 + 3^2} + 2 = 7$



45. 부등식  $x^2 + y^2 + ax + b \leq 0$  의 영역이 다음 그림과 같을 때,  $a + b$  의 값은?

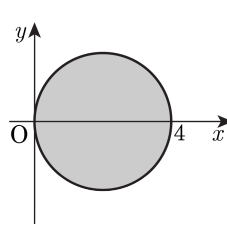
① -1

② 0

③ -2

④ -4

⑤ 4



해설

$(x - 2)^2 + y^2 = 4$  의 내부이므로  $x^2 + y^2 - 4x \leq 0$   
 $\therefore a = -4, b = 0, a + b = -4$

46. 원  $x^2 + y^2 = 4$  이 부등식  $x - y < a$  의 영역에 포함되도록하는 상수  $a$  의 값의 범위는?

①  $a < 1$

②  $a > 1$

③  $a \geq 2\sqrt{2}$

④  $a < 2\sqrt{2}$

⑤  $a \geq 3$

해설

원이 부등식의 영역에 포함되어야 하므로 직선  $y = x - a$ 가 원  $x^2 + y^2 = 4$ 와 접하거나 아래에 있어야 한다.  $x^2 + y^2 = 4$ ,  $y = x - a$ 에서 방정식  $x^2 + (x - a)^2 = 4$

즉,  $2x^2 - 2ax + a^2 - 4 = 0$ 의 판별식을  $D$ 라 하면

$$\frac{D}{4} = a^2 - 2(a^2 - 4) = 0$$

$$a^2 = 8 \quad \therefore a = \pm 2\sqrt{2}$$

따라서  $a$ 의 값의 범위는  $a \geq 2\sqrt{2}$

47. 연립 부등식  $y \geq 2x - 12$ ,  $2x + y \geq 0$ ,  $y \leq 0$  을 만족하는 실수  $x$ ,  $y$  에 대하여  $x^2 + y^2$  의 최댓값은?

① 6

②  $\frac{12\sqrt{5}}{5}$

③ 36

④ 45

⑤  $\frac{144}{5}$

해설

세 부등식의 영역을 좌표 평면 위에 나타내면 다음 그림과 같다.

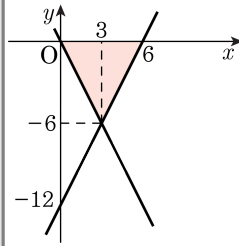
$x^2 + y^2 = k$  라 하면 점  $(6, 0)$  을 지날 때,

$x^2 + y^2 = 36$  이고,

점  $(3, -6)$  을 지날 때,

$x^2 + y^2 = 9 + 36 = 45$  이므로

$x^2 + y^2$  의 최댓값은 45



48. 500 평의 밭을 가지고 있는 농부가 상추와 고추를 재배하려고 한다. 한 평당 씨를 뿌리고 경작하여 수확하는 데 드는 노동 시간이 상추는 3시간, 고추는 2시간이 든다고 한다. 이 농부가 일할 수 있는 총 노동 시간은 1200시간이며, 한 평당 이익은 상추가 10000원, 고추가 7000원이라 할 때, 이 농부가 얻을 수 있는 최대 이익은?
- ① 350만원      ② 410만원      ③ 500만원  
④ 700만원      ⑤ 820만원

해설

상추를  $x$ 평, 고추를  $y$ 평 심는다고 하면

$$\begin{cases} x \geq 0, y \geq 0 \\ x + y \leq 500 \\ 3x + 2y \leq 1200 \end{cases}$$

따라서, 이익을  $10000x + 7000y = k(\text{원})$ 이라 하면  
이 직선이 두 직선  $x+y=500$ ,  $3x+2y=1200$ 의 교점 (200, 300)을 지날 때

$10000x + 7000y$ 는 최대값 410000을 갖는다.  
따라서 상추를 200평, 고추를 300평 심을 때 최대 이익 410만원을 얻을 수 있다.



49. 모든 실수  $x$ 에 대하여 등식  $x^{2007} + 1 = a_0 + a_1(x+4) + a_2(x+4)^2 + \cdots + a_{2007}(x+4)^{2007}$ 이 성립할 때,  $a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{2007}$ 의 값은?

- ①  $(-3)^{2007} + 1$       ② 0      ③  $3^{2007} + 1$   
④ 1      ⑤  $3^{2007} + 3$

해설

양변에  $x = -3$ 을 대입하면

$$(-3)^{2007} + 1 = a_0 + a_1 + \cdots + a_{2007}$$

50. 좌표평면에서 점  $(x, y)$  가 부등식  $-x \leq y \leq 2 - x^2$  의 영역을 움직일 때,  $x + y$  의 최댓값은?

- ①  $\frac{5}{4}$       ②  $\frac{7}{4}$       ③  $\frac{9}{4}$       ④  $\frac{11}{4}$       ⑤  $\frac{13}{4}$

**해설**

연립부등식  $-x \leq y \leq 2 - x^2$  을 만족시키는 영역은 다음 그림의 어두운 부분이다.

$x + y = k$  로 놓으면  $y = -x + k$  이 직선이 포물선  $y = 2 - x^2$  에 접할 때  $k$  가 최대가 된다.

$$2 - x^2 = -x + k, \quad x^2 - x + (k - 2) = 0$$

$$D = 1 - 4(k - 2) = 0 \quad \therefore k = \frac{9}{4}$$

따라서  $x + y$  의 최댓값은  $\frac{9}{4}$

