

1. 다항식 $x^3 - 3x - 3$ 을 다항식 $x^2 - 2x - 1$ 로 나누었을 때의 몫이 $ax + b$ 이고, 나머지가 $cx + d$ 이었다. 이 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$x^3 - 3x - 3 = (x^2 - 2x - 1)(ax + b) + cx + d$$

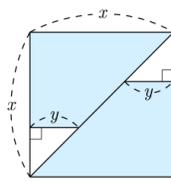
에서 계수를 비교하면

$$a = 1, -b + d = -3, -a - 2b + c = -3, b - 2a = 0$$

$$\text{에서 } a = 1, b = 2, d = -1, c = 2$$

$$\therefore a + b + c + d = 1 + 2 + (-1) + 2 = 4$$

2. 다음 그림은 한변의 길이가 x 인 정사각형을 대각선을 따라 자른 후 직각이등변삼각형 2개를 떼어낸 도형이다. 이때, 색칠한 부분의 넓이를 x, y 에 관한 식으로 나타내어라.



- ① $xy - y^2$ ② $x^2 - y^2$ ③ $x^2 - y$
 ④ $\frac{xy - y^2}{2}$ ⑤ $\frac{x - y}{2}$

해설

$$x^2 - 2 \times \frac{1}{2} \times y \times y = x^2 - y^2$$

3. 등식 $x^2 - 2x + 3 = a + b(x-1) + c(x-1)^2$ 이 x 에 관한 항등식일 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$x^2 - 2x + 3 = a + b(x-1) + c(x-1)^2$$

$$x = 1 \text{을 대입하면 } 2 = a \dots\dots ①$$

$$x = 0 \text{을 대입하면 } 3 = a - b + c \dots\dots ②$$

$$x = 2 \text{를 대입하면 } 3 = a + b + c \dots\dots ③$$

①을 ②, ③에 대입하여 정리하면

$$b - c = -1, b + c = 1$$

두 식을 연립하면 $b = 0, c = 1$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 4 + 0 + 1 = 5$$

4. 다항식 $f(x)$ 를 $(x+3)(x-6)$ 으로 나누었을 때의 나머지가 $x-2$ 이었다. $f(x)$ 를 $(x+3)$ 으로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

$$f(x) = (x+3)(x-6)Q(x) + x-2 \text{이므로}$$

$$f(-3) = -5$$

5. $\frac{k}{3}(k+1)(k+2) + (k+1)(k+2)$ 와 같은 것은?

- ① $\frac{1}{6}(k+1)(k+3)(k+4)$ ② $\frac{1}{3}k(k+1)(k+2)$
③ $\frac{1}{3}(k+1)(k+2)(k+3)$ ④ $\frac{1}{3}k(k+1)(k+2)(k+3)$
⑤ $\frac{1}{4}(k+1)(2k+1)(3k+2)$

해설

$(k+1)(k+2) = \frac{3}{3}(k+1)(k+2)$ 이므로

공통인수 $\frac{1}{3}(k+1)(k+2)$ 로 묶으면

(준 식) $= \frac{1}{3}(k+1)(k+2)(k+3)$

6. x 에 대한 다항식 $x^3 - 2x^2 - x + 2$ 가 $(x+a)(x+b)(x+c)$ 로 인수분해될 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값은? (단, a, b, c 는 상수)

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = (x+1)(x-1)(x-2)$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = (-1)^2 + 1^2 + 2^2 = 6$$

7. $x = \frac{1 + \sqrt{2}i}{3}$ 일 때, $9x^2 - 6x + 5$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$x = \frac{1 + \sqrt{2}i}{3} \text{ 이므로}$$

$$3x = 1 + \sqrt{2}i$$

$$3x - 1 = \sqrt{2}i$$

$$\text{양변을 제곱하면 } 9x^2 - 6x + 1 = -2$$

$$\therefore 9x^2 - 6x = -3$$

$$9x^2 - 6x + 5 \text{ 에서 } 9x^2 - 6x \text{ 가 } -3 \text{ 이므로 } -3 + 5 = 2$$

8. 제곱해서 $5 - 12i$ 가 되는 복소수는?

① $\pm(2 + 3i)$

② $\pm(2 - 3i)$

③ $\pm(3 - 2i)$

④ $\pm(3 + 3i)$

⑤ $\pm(3 + 3i)$

해설

구하려는 복소수를 $a + bi$ (a, b 는 실수)로 놓으면
 $(a + bi)^2 = a^2 - b^2 + 2abi$ 에서

$$a^2 - b^2 + 2abi = 5 - 12i$$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$a^2 - b^2 = 5, 2ab = -12 \text{ 에서}$$

$$ab = -6, b = -\frac{6}{a} \text{ 이므로}$$

$$a^2 - \left(-\frac{6}{a}\right)^2 = 5, a^2 - \frac{36}{a^2} = 5$$

양변에 a^2 을 곱하면

$$a^4 - 5a^2 - 36 = 0, (a^2 - 9)(a^2 + 4) = 0$$

따라서 $a^2 = 9$ 또는 $a^2 = -4$ 이므로

$$a = \pm 3 \text{ 또는 } a = \pm 2i$$

그런데 a 는 실수이므로 $a = \pm 3$ 이고, $b = \mp 2$ 이다.

따라서 구하는 복소수는 $\pm(3 - 2i)$ 이다.

9. x 에 대한 일차방정식 $(a^2 + 3)x + 1 = a(4x + 1)$ 의 해가 무수히 많을 때, a 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$(a^2 + 3 - 4a)x = a - 1$$

모든 x 에 대해 성립하려면
 $a^2 - 4a + 3 = 0$, $a - 1 = 0$
공통근 : $a = 1$

10. x 에 대한 이차방정식 $(m-1)x^2 - 2mx + (m+2) = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 실수 m 의 값과 그 때의 중근을 α 라 할 때, $m + \alpha$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

주어진 방정식이 이차방정식이므로 $m \neq 1$ 이고, x 의 계수가 $2m$ 이므로

$$\frac{D}{4} = m^2 - (m-1)(m+2) = 0$$

정리하면, $-m + 2 = 0 \quad \therefore m = 2$

$m = 2$ 를 준식에 대입하면

$$x^2 - 4x + 4 = 0, (x-2)^2 = 0$$

$\therefore x = 2$ (중근 α)

$\therefore m + \alpha = 2 + 2 = 4$

11. 이차식 $ax^2 + 4x + 2a$ 가 x 에 대한 완전제곱식이 되도록 하는 실수 a 의 값은?

- ① ± 1 ② $\pm \sqrt{2}$ ③ ± 2 ④ $\pm \sqrt{3}$ ⑤ $\pm \sqrt{5}$

해설

주어진 식이 x 에 대한 완전제곱식이 되려면
판별식 $D = 0$ 이어야 한다.

$$\frac{D}{4} = 2^2 - a \cdot 2a = 0$$

$$4 - 2a^2 = 0, a^2 = 2$$

$$\therefore a = \pm \sqrt{2}$$

12. 이차방정식 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ 의 값은?

- ① $-\frac{3}{2}$ ② $-\frac{2}{3}$ ③ $-\frac{1}{6}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$(x-2)(x-1) = 0$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = 2 \text{ 이므로 } \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

13. 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 가 $x = -1$ 에서 최댓값 7 을 갖고, $f(2) = -2$ 를 만족할 때, 상수 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 3 ② 7 ③ 11 ④ -3 ⑤ -5

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= a(x+1)^2 + 7, f(2) = -2 \\ \Rightarrow 3^2 \times a + 7 &= -2, a = -1 \\ \therefore f(x) &= -(x+1)^2 + 7 = -x^2 - 2x + 6 \\ \text{따라서 } a + b + c &= 3 \end{aligned}$$

14. 사차방정식 $x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 2x - 3 = 0$ 을 풀면?

- ① $x = \pm 1, x = 1 \pm \sqrt{2}i$ ② $x = \pm 2, x = 1 \pm \sqrt{3}i$
③ $x = \pm 1, x = 1 \pm \sqrt{3}i$ ④ $x = \pm 2, x = 1 \pm \sqrt{2}i$
⑤ $x = \pm 2, x = 3 \pm \sqrt{2}i$

해설

조립제법을 이용한다.

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & -2 & 2 & 2 & -3 \\ & & & 1 & -1 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & -1 & 1 & 3 & 0 \\ & & -1 & 2 & -3 & \\ \hline & 1 & -2 & 3 & 0 & \end{array}$$

$$\Rightarrow (x-1)(x+1)(x^2-2x+3) = 0$$

$$\therefore x = \pm 1, x = 1 \pm \sqrt{2}i$$

15. 삼차방정식 $x^3 - 5x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 + \sqrt{2}$ 일 때, 다른 두 근을 구하면? (단, a, b 는 유리수)

- ① $1 - \sqrt{2}, 2$ ② $-1 + \sqrt{2}, -3$ ③ $1 - \sqrt{2}, 3$
④ $1 - \sqrt{2}, -3$ ⑤ $-1 + \sqrt{2}, 3$

해설

한 근이 $1 + \sqrt{2}$ 이면 다른 한 근은 $1 - \sqrt{2}$ 이다.
삼차방정식의 근과 계수와의 관계에 의해 세근의 합은 5이므로
 $\therefore 1 + \sqrt{2} + (1 - \sqrt{2}) + \alpha = 5, \alpha = 3$
 \therefore 다른 두 근은 $3, 1 - \sqrt{2}$

16. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지가 3이고, $x+1$ 로 나눈 나머지가 -1 일 때, $(x^2+x+2)f(x)$ 를 x^2-1 로 나눈 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(1)$ 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

나머지 정리에 의해 $f(1) = 3, f(-1) = -1$

$(x^2+x+2)f(x) = (x^2-1)Q(x) + ax+b$

$x=1, x=-1$ 을 대입한다.

$4f(1) = 12 = a+b \cdots \textcircled{A}$

$2f(-1) = -2 = -a+b \cdots \textcircled{B}$

$\textcircled{A}, \textcircled{B}$ 을 연립하여 풀면,

$a=7, b=5$

\therefore 나머지 $R(x) = 7x+5$

$R(1) = 12$

17. $x = 1001$ 일 때, $\frac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1000

해설

$$\begin{aligned}\frac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1} &= \frac{(x^4 + 1)(x^2 - 1)}{(x^4 + 1)(x + 1)} \\ &= x - 1 \\ &= 1001 - 1 \\ &= 1000\end{aligned}$$

18. 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ $\sqrt{-2} \cdot \sqrt{-3} = -\sqrt{-6}$
- ㉡ $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{-3}} = 3i$
- ㉢ $\sqrt{-27} - \sqrt{-3} = 2\sqrt{3}i$
- ㉣ $\frac{4}{\sqrt{-4}} = -2i$
- ㉤ $\sqrt{-2} \cdot \sqrt{5} = -\sqrt{10}$
- ㉥ $\sqrt{(-3)^2} + (\sqrt{-3})^2 = 6$

① ㉠,㉡

② ㉣,㉤

③ ㉠,㉣,㉤

④ ㉣,㉥

⑤ ㉠,㉡,㉣,㉤,㉥

해설

- ㉠ $\sqrt{-2} \cdot \sqrt{-3} = \sqrt{2}i \times \sqrt{3}i = -\sqrt{6}$
- ㉡ $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{-3}} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}i} = -3i$
- ㉢ $\sqrt{-27} - \sqrt{-3} = 3\sqrt{3}i - \sqrt{3}i = 2\sqrt{3}i$
- ㉣ $\frac{4}{\sqrt{-4}} = \frac{4}{2i} = -2i$
- ㉤ $\sqrt{-2} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{2}i \times \sqrt{5} = \sqrt{10}i$
- ㉥ $\sqrt{(-3)^2} + (\sqrt{-3})^2 = \sqrt{9} + (\sqrt{3}i)^2 = 0$

19. 복소수 $z = 1 + 4i$ 일 때, $\overline{x(2-i)} + y(1-i) = \bar{z}$ 가 성립하도록 하는 실수 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값은? (단, \bar{z} 는 복소수 z 의 켤레복소수이고, $i = \sqrt{-1}$)

① 0

② 2

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$z = 1 + 4i$ 이므로 $\bar{z} = 1 - 4i$ 이다.

주어진 등식의 좌변을 정리하면

$$\begin{aligned} \overline{x(2-i)} + y(1-i) &= \overline{x(2-i)} + y(1-i) \\ &= x(2+i) + y(1-i) \end{aligned}$$

$$\therefore x(2+i) + y(1-i) = 1 - 4i$$

$$(2x+y) + (x-y)i = 1 - 4i$$

복소수가 서로 같을 조건에서

$$2x+y=1, x-y=-4$$

위 두 식을 연립하여 풀면 $x = -1, y = 3$

$$\therefore x+y=2$$

20. $a = \frac{1+i}{1-i}$ 일 때, $a + a^2 + a^3 + \dots + a^{100}$ 의 값을 구하면?

- ① i ② $-i$ ③ -1 ④ 1 ⑤ 0

해설

$$a = \frac{1+i}{1-i} = i$$

$$a + a^2 + a^3 + a^4 = i - 1 - i + 1 = 0 \text{ 이고}$$

$$\therefore (a + a^2 + a^3 + a^4) + \dots + (a^{97} + a^{98} + a^{99} + a^{100}) = 0$$

21. 임의의 실수 x, y 에 대하여 복소수 $z = x + yi$ 와 켤레복소수 $\bar{z} = x - yi$ 의 곱 $z\bar{z} = 1$ 일 때, $\frac{1}{2}\left(z + \frac{1}{z}\right)$ 을 간단히 하면?

- ① $-y$ ② $-x$ ③ x ④ y ⑤ 0

해설

$$\begin{aligned} z\bar{z} = 1 \text{ 에서 } \frac{1}{z} &= \bar{z} = x - yi \\ \therefore \frac{1}{2}\left(z + \frac{1}{z}\right) &= \frac{1}{2}\{(x + yi) + (x - yi)\} \\ &= \frac{1}{2} \times 2x \\ &= x \end{aligned}$$

22. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 + i$ 일 때, 실수 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = -2$

▷ 정답: $b = 2$

해설

$x^2 + ax + b = 0$ 에 $x = 1 + i$ 를 대입하여 정리하면
 $1 + 2i - 1 + a(1 + i) + b = 0$ 과
 $a + b + (a + 2)i = 0$ 이다.
위 식을 정리하면 $a + b = 0$ 과 $a + 2 = 0$ 에서
 $a = -2, b = 2$ 이다.

해설

계수가 실수이므로 한 근이 복소수 근이면 켈레복소수 근을 갖는다.

따라서 두 근은 $1 + i, 1 - i$

근과 계수의 관계에서

$$-a = (1 + i) + (1 - i) = 2 \quad \therefore a = -2$$

$$b = (1 + i)(1 - i) = 2 \quad \therefore b = 2$$

23. 계수가 유리수인 이차방정식 $x^2 + px + q = 0$ 의 한 근이 $\sqrt{7-4\sqrt{3}}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{7-4\sqrt{3}} &= \sqrt{7-2\sqrt{12}} = 2-\sqrt{3} \text{ 이므로,} \\ \text{두 근은 } &2-\sqrt{3}, 2+\sqrt{3} \\ p &= -(\text{두근의 합}) = -4 \\ q &= (\text{두근의 곱}) = 1 \\ \therefore p+q &= -3\end{aligned}$$

24. 두 곡선 $y = x^2$ 과 $y = -x^2 + 2x - 5$ 에 동시에 접하는 접선은 두 개가 있다. 이 두 접선의 y 절편의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$y = x^2$ 위의 접점을 (t, t^2) 으로 놓으면
 $y' = 2x$ 이므로 $y'_{x=t} = 2t$ 는 접선의 기울기이다.
따라서 접선의 방정식은
 $y - t^2 = 2t(x - t) \cdots \text{㉠}$
㉠이 곡선 $y = -x^2 + 2x - 5$ 에도 접하므로
 $2tx - t^2 = -x^2 + 2x - 5$ 에서
 $x^2 + 2(t-1)x + (5-t^2) = 0 \cdots \text{㉡}$
㉡의 판별식 $\frac{D}{4} = 0$ 이므로
 $(t-1)^2 - (5-t^2) = 0$ 에서
 $(t+1)(t-2) = 0 \quad \therefore t = -1, 2$
㉠에서
 $t = -1$ 일 때, $y = -2x - 1$
 $t = 2$ 일 때, $y = 4x - 4$
따라서 두 y 절편의 곱은 $(-1) \cdot (-4) = 4$

25. x, y, z 가 실수일 때, $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6y - 8z + 25$ 의 최솟값은?

- ① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6y - 8z + 25 \\ &= (x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 - 1 \end{aligned}$$

이 때, x, y, z 가 실수이므로
 $(x+1)^2 \geq 0, (y-3)^2 \geq 0, (z-4)^2 \geq 0$
 $\therefore x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6y - 8z + 25 \geq -1$
따라서 $x = -1, y = 3, z = 4$ 일 때,
주어진 식의 최솟값은 -1 이다.