

1. 연립방정식 $\begin{cases} x + ay = 2a \\ bx + 3y = 6 \end{cases}$ 을 풀기 위하여 그래프를 그렸더니 그

교점의 좌표가 $(4, -2)$ 이었다. 이때, ab 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

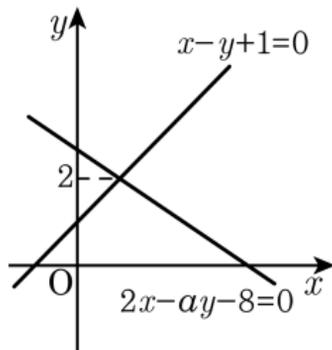
교점의 좌표 $(4, -2)$ 가 연립방정식의 해이므로 $x = 4, y = -2$ 를 두 방정식에 대입하면

$$4 - 2a = 2a \quad \therefore a = 1$$

$$4b - 6 = 6 \quad \therefore b = 3$$

$$\therefore ab = 3$$

2. x, y 가 모든 수일 때, 연립방정식을 만족하는 해의 그래프를 그렸더니 아래와 같다. 이때, 교점의 x 좌표와 a 값은?



- ① $x = -1, a = -3$
- ② $x = 1, a = 3$
- ③ $x = 1, a = -3$
- ④ $x = 3, a = -1$
- ⑤ $x = 3, a = 1$

해설

$y = 2$ 를 $x - y + 1 = 0$ 에 대입하면 $x = 1$

$2x - ay - 8 = 0$ 에 $x = 1, y = 2$ 를 대입하면 $a = -3$

따라서 $x = 1, a = -3$ 이다.

3. 연립방정식 $\begin{cases} 2x - 4y = 6 \\ 4x - 8y = 1 \end{cases}$ 의 해는?

① (3, -1)

② (-2, 1)

③ 없다.

④ (2, 1)

⑤ (4, -3)

해설

첫 번째 식에 $\times 2$ 를 해서 두 번째 식을 빼면, $0 \cdot x = 11$ 꼴이 되므로 이 연립방정식의 해는 없다.

4. 10 원 짜리 사탕 x 개와 100 원 짜리 과자 y 개의 값이 1000 원일 때, x 와 y 에 대한 관계식을 옳게 나타낸 것은?

① $10x - 100y = 1000$

② $10x + 100y = 1000$

③ $-10x - 100y = 1000$

④ $100x - 10y = 1000$

⑤ $100x + 10y = 1000$

해설

10 원 짜리 사탕과 100 원 짜리 과자의 총 구입액이 1000 원이므로 각각의 구입액을 더한다. 따라서 $10x + 100y = 1000$ 과 같은 식이 나온다.

5. 연립방정식 $\begin{cases} ax + by = 7 \\ bx - ay = -1 \end{cases}$ 에서 a, b 를 잘못 보고 바꾸어 놓고 풀

었더니 $x = -1, y = 2$ 를 얻었다. 처음 주어진 연립방정식을 풀어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{11}{5}$ 또는 2.2

▷ 정답 : $y = -\frac{2}{5}$ 또는 -0.4

해설

잘못된 식에 x, y 값을 대입하면

$$\begin{cases} bx + ay = 7 \\ ax - by = -1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2a - b = 7 & \dots \textcircled{1} \\ -a - 2b = -1 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

① + ② × 2 하면 $a = 3, b = -1$

$$\begin{cases} ax + by = 7 \\ bx - ay = -1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x - y = 7 & \dots \textcircled{3} \\ -x - 3y = -1 & \dots \textcircled{4} \end{cases}$$

③ + ④ × 3 하면, $x = \frac{11}{5}, y = -\frac{2}{5}$

6. 다음 연립방정식을 풀어라.

$$\begin{cases} 5xy = x + y \\ 3yz = y + z \\ 4zx = z + x \end{cases}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{1}{3}$

▷ 정답 : $y = \frac{1}{2}$

▷ 정답 : $z = 1$

해설

$$\frac{x+y}{xy} = 5 \text{ 에서 } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 5 \dots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$\frac{y+z}{yz} = 3 \text{ 에서 } \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 3 \dots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\frac{z+x}{zx} = 4 \text{ 에서 } \frac{1}{z} + \frac{1}{x} = 4 \dots \textcircled{\text{㉢}}$$

$$\textcircled{\text{㉠}} + \textcircled{\text{㉡}} + \textcircled{\text{㉢}} \text{ 을 하면 } 2\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) = 12$$

$$\therefore \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 6 \dots \textcircled{\text{㉣}}$$

$$\textcircled{\text{㉣}} - \textcircled{\text{㉡}} \text{ 을 하면 } \frac{1}{x} = 3$$

$$x = \frac{1}{3}$$

$$\textcircled{\text{㉣}} - \textcircled{\text{㉢}} \text{ 을 하면 } \frac{1}{y} = 2$$

$$y = \frac{1}{2}$$

$$\textcircled{\text{㉣}} - \textcircled{\text{㉠}} \text{ 을 하면 } \frac{1}{z} = 1$$

$$z = 1$$

7. 다음 식을 만족하는 x 의 값이 2일 때, a 의 값을 구하여라.

$$\frac{ax - y + 5}{2} = \frac{2x + y - 1}{4} = x + 1$$

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$\frac{2x + y - 1}{4} = x + 1$ 에, $x = 2$ 를 대입하면

$\frac{2 \times 2 + y - 1}{4} = 2 + 1$, $y = 9$ 이고,

다시 $\frac{ax - y + 5}{2} = x + 1$ 에 $x = 2$, $y = 9$ 를 대입하면

$\frac{2a - 9 + 5}{2} = 2 + 1$, $a = 5$ 이다.

9. 올라가고 내려오는데 총 18km 의 거리를 등산하는 데, 올라갈 때는 시속 3km 의 속력으로 걷고, 내려올 때는 시속 4km 의 속력으로 걸어서 5 시간 20 분이 걸렸다. 내려온 거리는?

① 4km

② 5.2km

③ $\frac{5}{6}$ km

④ 8km

⑤ 10km

해설

올라간 거리를 x km , 내려온 거리를 y km 라 하면

$$\begin{cases} x + y = 18 \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 5\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 18 \\ 4x + 3y = 64 \end{cases}$$

방정식을 풀면 $x = 10$, $y = 8$

\therefore 내려온 거리는 8km

10. 일차방정식 $2x + ay - 6 = 0$ 이 $(0, 2)$, $(-3, b)$, $(c, -2)$ 를 해로 가질 때, 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값은?

① 9

② 11

③ 12

④ 13

⑤ 15

해설

$(0, 2)$ 를 $2x + ay - 6 = 0$ 에 대입하면 $2a - 6 = 0$, 따라서 $a = 3$,

$(-3, b)$ 를 $2x + 3y - 6 = 0$ 에 대입하면 $3b - 12 = 0$, 따라서 $b = 4$,

$(c, -2)$ 를 $2x + 3y - 6 = 0$ 에 대입하면 $2c - 12 = 0$, 따라서 $c = 6$

11. 연립방정식 $\begin{cases} 2x + by = 4 \\ 4x - 2y = c \end{cases}$ 의 해가 없을 때, b, c 의 값을 바르게 구한 것은?

- ① $b = -1, c = 8$ ② $b = 1, c = 8$ ③ $b \neq -1, c = 8$
④ $b \neq 1, c \neq 8$ ⑤ $b = -1, c \neq 8$

해설

$$\frac{2}{4} = \frac{b}{-2} \neq \frac{4}{c} \text{ 에서 } b = -1, c \neq 8$$

12. 상자에 A, B, C 세 종류의 구슬 28 개가 섞여 있다. 구슬 A, B, C 의 무게는 각각 $3g$, $2g$, $1g$ 이고 이들의 총 무게는 $48g$ 이다. $(A\text{구슬의개수}) < (B\text{구슬의개수}) < (C\text{구슬의개수})$ 일 때, C 구슬 의 개수는? (단, 구슬 A, B, C 의 개수는 모두 짝수이다.)

- ① 10 개 ② 11 개 ③ 12 개 ④ 13 개 ⑤ 14 개

해설

A, B, C 구슬의 개수를 각각 x, y, z 개라 하면

$$x + y + z = 28 \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

$$3x + 2y + z = 48 \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉡} - \textcircled{㉠}$ 을 하면 $2x + y = 20$

x, y, z 가 모두 짝수이고 $x < y < z$ 이므로

$x = 2$ 일 때 $y = 16, z = 10$: 조건에 어긋남.

$x = 4$ 일 때 $y = 12, z = 12$: 조건에 어긋남.

$x = 6$ 일 때 $y = 8, z = 14$

$x = 8$ 일 때 $y = 4$: 조건에 어긋남

따라서 구슬 C 의 개수는 14 개이다.

13. 이탈리아의 어느 도시의 3년 전 내국인과 외국인을 합한 총 인구는 3500000명이었다. 그런데 그 후로 매년 내국인은 10%씩 감소하고, 외국인은 매년 20%씩 증가하여 금년에 외국인이 내국인보다 396900명이 많았다. 이 때, 3년 전의 외국인은 몇 명인가?(필요하면 $0.9^3 = 0.729$, $1.2^3 = 1.728$ 를 이용하시오.)

① 1180000명

② 1190000명

③ 1200000명

④ 1210000명

⑤ 1220000명

해설

내국인의 수를 x 명, 외국인의 수를 y 명

$$x + y = 3500000, 1.2^3y - 0.9^3x = 396900$$

두 방정식을 연립하여 풀면 $y = 1200000$ (명)이다.

14. 둘레의 길이가 1.2km 되는 공원 주변에 산책로가 있다. 같은 지점에서 출발하여 종혁이와 혜진이 두 사람이 서로 반대 방향으로 가면 10 분 만에 처음 만나고, 같은 방향으로 가면 1 시간 만에 종혁이가 혜진을 처음으로 따라 잡는다. 종혁이와 혜진이 두 사람의 속력을 각각 구하면?

① 종혁 : 70m /분, 혜진 : 65m /분

② 종혁 : 70m /분, 혜진 : 60m /분

③ 종혁 : 60m /분, 혜진 : 50m /분

④ 종혁 : 70m /분, 혜진 : 50m /분

⑤ 종혁 : 60m /분, 혜진 : 45m /분

해설

종혁이의 속력 : x m / 분

혜진이의 속력 : y m / 분

반대 방향으로 돌 경우 : $10x + 10y = 1200$

같은 방향으로 돌 경우 : $60x - 60y = 1200$

$\therefore x = 70, y = 50$

15. 일정한 속력으로 달리는 기차가 있다. 이 기차가 길이가 500m 인 다리를 완전히 통과하는 데 50 초가 걸렸고, 길이가 2140m 인 터널을 통과할 때, 기차 전체가 터널 안에 있었던 시간은 70 초였다. 이 기차의 길이를 구하여라.

▶ 답: m

▷ 정답: 600 m

해설

기차의 길이를 x m, 기차의 속력을 y m/초 라고 하면 다리를 완전히 통과할 때 움직인 거리는 $(500 + x)$ m, 터널 안에서 움직인 거리는 $(2140 - x)$ m 이므로

$$\begin{cases} 500 + x = 50y & \dots \textcircled{1} \\ 2140 - x = 70y & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} \text{ 하면 } 2640 = 120y$$

$$y = 22$$

$$\therefore x = 600$$

16. $x \geq y$ 인 x, y 에 대하여 $M(x, y) = x$, $m(x, y) = y$ 로 정의한다. 연립방정식 $2x + 3y - M(x, y) = 1$, $x + y + m(x, y) = -7$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -\frac{15}{2}$

▷ 정답 : $y = 8$

해설

1) $x \geq y$ 일 때, $M(x, y) = x, m(x, y) = y$ 이므로
주어진 연립방정식은

$$2x + 3y - x = 1, x + y + y = -7$$

$\therefore x = -23, y = 8$ 그러나 $x \geq y$ 의 조건에 맞지 않는다.

2) $x < y$ 일 때, $M(x, y) = y, m(x, y) = x$ 이므로
주어진 연립방정식은

$$2x + 3y - y = 1, x + y + x = -7$$

$$x = -\frac{15}{2}, y = 8$$

1), 2) 에 의하여 구하려는 해는 $x = -\frac{15}{2}, y = 8$

17. 매일 같은 양의 물이 유입되는 정수기가 있다. 이 정수기 2 대를 9 명이 있는 사무실에 가져다 놓으면 16 일만에 물이 다 떨어지고, 정수기 3 대를 18 명이 있는 사무실에 가져다 놓으면 10 일만에 물이 다 떨어진다. 정수기 한 대에 원래 들어있던 물의 양은 모두 같고, 한 사람이 하루에 소비하는 물의 양도 모두 같다고 할 때, 정수기 5 대를 35 명이 있는 사무실에 가져다 놓았을 때, 정수기의 물이 다 떨어지는데 걸리는 날 수를 구하여라.

▶ 답: 일

▷ 정답: 8 일

해설

원래 정수기에 있던 물의 양을 a , 하루에 새로 유입되는 물의 양을 b , 한 사람이 하루에 소비하는 물의 양을 c 라 하자.

정수기가 2 대일 때, 9 명이 16 일만에 물을 다 소비하므로

$$2a + 2 \times 16 \times b = 9 \times 16 \times c$$

$$\therefore a + 16b = 72c \cdots \textcircled{㉠}$$

정수기가 3 대일 때, 18 명이 10 일만에 물을 다 소비하므로

$$3a + 3 \times 10 \times b = 18 \times 10 \times c$$

$$\therefore a + 10b = 60c \cdots \textcircled{㉡}$$

정수기가 5 대일 때, 35 명이 x 일만에 물을 다 소비한다고 하면

$$5a + 5 \times x \times b = 35 \times x \times c$$

$$\therefore a + bx = 7cx \cdots \textcircled{㉢}$$

$$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡} \text{ 에서 } 6b = 12c \quad \therefore b = 2c$$

$$b = 2c \text{ 를 } \textcircled{㉡} \text{ 에 대입하면 } a = 40c$$

$$a = 40c, b = 2c \text{ 를 } \textcircled{㉢} \text{ 에 대입하면 } x = 8$$

따라서 8 일이 걸린다.

18. 천희와 효리가 계단 중턱에서 가위바위보 놀이를 하였다. 가위를 내서 이기면 한 칸 올라가고 지면 두 칸 내려가고, 바위를 내서 이기면 두 칸 올라가고 지면 네 칸 내려가고, 보를 내서 이기면 네 칸 올라가고 지면 한 칸 내려간다. 효리가 가위바위보를 4 번 연속으로 이겼더니 두 사람 사이에 26 칸의 계단이 있게 되었다고 할 때, 효리가 가위를 낸 횟수를 구하여라.

▶ 답: 회

▷ 정답: 1 회

해설

효리가 4 번 연속 이길 동안 가위, 바위, 보를 낸 횟수를 각각 x, y, z 라 하고,

천희가 4 번 질 동안 가위, 바위, 보를 낸 횟수를 각각 a, b, c 라 하면

$$\begin{cases} x + y + z = 4 \cdots \textcircled{A} \\ a + b + c = 4 \cdots \textcircled{B} \end{cases} \quad (x, y, z, a, b, c \text{ 는 } 0 \text{ 이상 } 4 \text{ 이하인 정}$$

수)

$$(\text{효리가 올라간 계단의 칸 수}) = x + 2y + 4z$$

$$(\text{천희가 내려간 계단의 칸 수}) = 2a + 4b + c$$

$$(x + 2y + 4z) + (2a + 4b + c) = 26 \cdots \textcircled{C}$$

\textcircled{A} 에서 $x = 4 - y - z$, \textcircled{B} 에서 $c = 4 - a - b$ 이므로 \textcircled{C} 에 대입하면 $y + 3z + a + 3b = 18$, $(a + y) + 3(b + z) = 18$

정수 a, b, y, z 가 $0 \leq a + y \leq 8$, $0 \leq b + z \leq 8$ 와 $a + b \leq 4$, $y + z \leq 4$ 를 동시에 만족하는 순서쌍 (a, b, c, x, y, z) 는 $(4, 0, 0, 0, 1, 3)$, $(3, 1, 0, 0, 2, 2)$, $(2, 2, 0, 0, 3, 1)$, $(1, 3, 0, 0, 4, 0)$, $(0, 2, 2, 0, 2, 2)$, $(1, 3, 0, 1, 2, 1)$, $(0, 4, 0, 2, 2, 0)$, $(1, 1, 2, 0, 1, 3)$, $(1, 2, 1, 1, 1, 2)$, $(1, 3, 0, 2, 1, 1)$, $(2, 0, 2, 0, 0, 4)$, $(2, 1, 1, 1, 0, 3)$, $(2, 2, 0, 2, 0, 2)$, $(0, 3, 1, 1, 0, 3)$

위의 경우 중 효리가 4 번 연속으로 이길 수 있는 상황은

$$(a, b, c, x, y, z) = (1, 2, 1, 1, 1, 2), (0, 3, 1, 1, 0, 3)$$

따라서 효리가 가위를 낸 회수는 $x = 1$ (회)이다.

19. A 공장에서는 개당 원가가 동일한 B 라는 제품을 생산하여 판매하고 있다. 1 월에는 원가에 40%의 이익을 붙인 정가로 생산한 개수의 30%의 제품을 판매하였고 정가의 20%를 할인한 가격으로 생산한 개수의 60%를 판매하였다. 2 월에는 500개의 제품을 생산하여 원가에 20%의 이익을 붙여 생산한 개수의 60%를 판매하였고 원가에 10%의 이익을 붙여 생산한 개수의 30%를 판매하였다. 같은 달에 생산하여 판매되지 않은 제품을 전량 폐기처분한다. 1 월달 이익이 7360 원이었고 2 월달 이익이 5000 원이었다고 할 때, 이 공장에서 1 월에 생산한 제품의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 400 개

해설

제품 한 개의 원가를 x 원, 1 월에 생산한 제품의 개수를 y 개라 하면

2 월달의 이익이 5000 원이므로

$$1.2x \times 300 + 1.1x \times 150 - x \times 500 = 5000$$

$$\therefore x = 200 \text{ (원)}$$

1 월달의 이익이 7360 원이므로

$$200 \times 1.4 \times 0.3y + 200 \times 1.4 \times 0.8 \times 0.6y - 200y = 7360$$

$$\therefore y = 400$$

따라서 1 월에 생산한 제품의 개수는 400 개이다.

20. 지윤이네 집에서 할머니댁까지의 거리는 228km 이고, 자전거를 x 시간, 버스를 y 시간 타고 z 시간 동안 걸어서 가면 도착한다. 자전거, 버스, 걷는 속력이 각각 28km/h, 70km/h, 4km/h 일 때, 지윤이네 집에서 할머니댁까지 총 몇 시간이 걸리는지 구하여라. (단, x, y, z 는 모두 10 이하의 자연수이다.)

▶ 답 : 시간

▶ 답 : 시간

▷ 정답 : 6 시간

▷ 정답 : 12 시간

해설

$$28x + 70y + 4z = 228$$

$$14x + 35y + 2z = 114$$

여기서 y 는 2 의 배수이고, y 가 4 이상일 때는 $35y$ 가 114보다 커지므로 $y = 2$ 이다.

$14x + 2z = 44$, $7x + z = 22$ 가 되어 이를 만족하는 10 이하의 자연수 x, z 는 $x = 2$ 일 때, $z = 8$, $x = 3$ 일 때, $z = 1$ 이다.

$\therefore x, y, z$ 의 순서쌍 $(x, y, z) = (2, 2, 8), (3, 2, 1)$

따라서 지윤이네 집에서 할머니댁까지 총 $2 + 2 + 8 = 12$ 시간 또는 $3 + 2 + 1 = 6$ 시간이 걸린다.