

1. 등차수열 a_n 의 일반항이 $a_n = -6n + 7$ 일 때, 첫째 항 a 와 공차 d 는?

① $a = -1, d = 5$

② $a = -1, d = 6$

③ $a = 1, d = -5$

④ $a = 1, d = -6$

⑤ $a = 2, d = 7$

해설

$$a_n = -6n + 7 \text{ 이므로}$$

$$a_1 = -6 \cdot 1 + 7 = 1,$$

$$a_2 = -6 \cdot 2 + 7 = -5 \text{ 이므로}$$

$$d = a_2 - a_1 = -6$$

2. 세 수 -17 , x , 1 이 이 순서로 등차수열을 이룰 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

x 는 -17 과 1 의 등차중항이므로

$$2x = -17 + 1 = -16 \quad \therefore x = -8$$

3. 등비수열 $3, 1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \dots$ 의 일반항 a_n 은?

① $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$

② $\left(\frac{1}{3}\right)^n$

③ $\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$

④ $\left(\frac{1}{3}\right)^2$

⑤ $\left(\frac{1}{3}\right)^{n-2}$

해설

첫째항이 3이고, 공비가 $\frac{1}{3}$ 이므로

$$a_n = 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-2}$$

4. $\sum_{k=1}^5 (2k-1) + \sum_{k=6}^{10} (2k-1)$ 의 값은?

① 70

② 80

③ 90

④ 100

⑤ 110

해설

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^5 (2k-1) + \sum_{k=6}^{10} (2k-1) \\ &= \sum_{k=1}^{10} (2k-1) = 2 \cdot \sum_{k=1}^{10} k - \sum_{k=1}^{10} 1 \\ &= 2 \cdot \frac{10 \cdot 11}{2} - 10 \\ &= 110 - 10 = 100 \end{aligned}$$

5. 다음 식을 간단히 하면?(단, $a > 0$)

$(a^5)^2 \div (a^2)^{-4}$

- ① a^3
- ② a^{18}
- ③ a^{21}
- ④ $\frac{1}{a^3}$
- ⑤ $\frac{1}{a^6}$

해설

$$\begin{aligned}(a^5)^2 \div (a^2)^{-4} &= a^{10} \div a^{-8} \\ &= a^{10-(-8)} = a^{18}\end{aligned}$$

6. 첫째항이 7, 공차가 -3인 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 -20은 몇째 항인가?

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 + (n-1) \times (-3) \\ &= 7 + (n-1) \times (-3) \end{aligned}$$

$$\therefore a_n = -3n + 10$$

$$-3n + 10 = -20$$

$$-3n = -30$$

$$n = 10$$

7. 등차수열 $2, a_1, a_2, a_3, \dots, a_{100}, 305$ 에서 공차는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

등차수열 $2, a_1, a_2, a_3, \dots, a_{100}, 305$ 에서 공차를 d 로 놓으면
305는 제 102항이므로

$$305 = 2 + (102 - 1)d$$

$$\therefore d = \frac{303}{101} = 3$$

8. 각 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_1 : a_3 = 4 : 9$ 이고, $a_2 = 4$ 일 때, a_5 의 값은?

- ① $\frac{11}{2}$ ② 7 ③ $\frac{19}{2}$ ④ 12 ⑤ $\frac{27}{2}$

해설

공비를 r 이라고 하면

$$a_1 : a_3 = a_1 : a_1 r^2 = 1 : r^2 \text{ 이므로}$$

$$1 : r^2 = 4 : 9 \text{ 에서}$$

$$r^2 = \frac{9}{4} \quad \therefore r = \frac{3}{2}$$

$$a_2 = a_1 r = 4 \text{ 에서 } \frac{3}{2} a_1 = 4 \quad \therefore a_1 = \frac{8}{3}$$

$$\therefore a_5 = a_1 r^4 = \frac{8}{3} \left(\frac{3}{2} \right)^4 = \frac{27}{2}$$

9. 세 수 $x-4$, x , $x+8$ 이 이 순서로 등비수열을 이룰 때, 실수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

x 가 $x-4$, x , $x+8$ 의 등비중항이므로

$$x^2 = (x-4)(x+8), \quad x^2 = x^2 + 4x - 32$$

$$4x = 32 \therefore x = 8$$

10. 수열 $1 + x + x^2 + x^3 + \cdots + \cdots + x^{2n-1}$ 의 합은? (단, $x \neq 1$)

① $2n$

② $\frac{x^{2n}}{x-1}$

③ $\frac{x^{2n}-1}{x-1}$

④ $\frac{x^{2n}-1}{x}$

⑤ $\frac{x^{2n}+1}{x-1}$

해설

첫째항이 1, 공비가 x , 항수가 $2n$ 인 등비수열의 합이므로

$$S = \frac{1 \cdot (x^{2n} - 1)}{x - 1} = \frac{x^{2n} - 1}{x - 1}$$

11. $\sum_{j=1}^{10} \left\{ \sum_{i=1}^j (3+i) \right\}$ 의 값은?

- ① 385 ② 550 ③ 1100 ④ 1150 ⑤ 1200

해설

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^{10} \left\{ \sum_{i=1}^j (3+i) \right\} \\ &= \sum_{j=1}^{10} \left\{ 3j + \frac{j(j+1)}{2} \right\} \\ &= \sum_{j=1}^{10} \left(\frac{j^2 + 7j}{2} \right) \\ &= \frac{1}{2} (\sum_{j=1}^{10} j^2 + 7 \cdot \sum_{j=1}^{10} j) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{10 \cdot 11 \cdot 12}{6} + 7 \times \frac{10 \cdot 11}{2} \right) \\ &= \frac{1}{2} (385 + 385) \\ &= 385 \end{aligned}$$

12. $\sqrt{2} \times \sqrt[3]{3} \times \sqrt[4]{4} \times \sqrt[6]{6} = 2^a \times 3^b$ 일 때 $a + b$ 의 값은?

① $\frac{5}{2}$

② $\frac{5}{3}$

③ $\frac{5}{4}$

④ $\frac{5}{6}$

⑤ $\frac{5}{7}$

해설

$$\begin{aligned} & 2^{\frac{1}{2}} \times 3^{\frac{1}{3}} \times (2^2)^{\frac{1}{4}} \times (2 \times 3)^{\frac{1}{6}} \\ &= 2^{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{6}} \times 3^{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}} \\ &= 2^{\frac{7}{6}} \times 3^{\frac{1}{2}} \\ & a = \frac{7}{6}, \quad b = \frac{1}{2} \\ & \therefore a + b = \frac{7+3}{6} = \frac{5}{3} \end{aligned}$$

13. 등차수열 3, 7, 11, 15, ...에 대하여 다음의 식이 성립한다.
이때, $\ominus + \ominus + \ominus$ 의 값을 구하여라.

$$\begin{aligned} \ominus &= \frac{3 + \ominus}{2} \\ \ominus &= \frac{\ominus + 15}{2} \end{aligned}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

$7 = \frac{3 + 11}{2}$, $11 = \frac{7 + 15}{2}$ 가 성립하므로

$\ominus$ 는 7, $\ominus$ 는 11, $\ominus$ 는 7이다.

$\therefore \ominus + \ominus + \ominus = 7 + 11 + 7 = 25$

14. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이 공차가 각각 2, 3인 등차수열일 때, 수열 $\{a_n + b_n\}$ 의 공차는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot 2$$

$$b_n = b_1 + (n - 1) \cdot 3$$

$$a_n + b_n = a_1 + b_1 + (n - 1) \cdot 5$$

$$\therefore \text{공차} = 5$$

15. 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_4 + a_7 + a_{10} = 11$, $a_6 + a_7 + a_8 + a_9 + a_{10} = 20$ 일 때, a_{50} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$a_n = a + (n - 1)d$ 라고 하면

$$a_4 + a_7 + a_{10} = 3a + 18d = 11$$

$$a_6 + a_7 + a_8 + a_9 + a_{10} = 5a + 35d = 20$$

$$\therefore a = \frac{5}{3}, d = \frac{1}{3}$$

$$\therefore a_{50} = 18$$

16. 첫째항부터 제 n 항까지의 합이 $S_n = n^2 + 2n + 1$ 인 수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_2 + a_4 + a_6$ 의 값은?

① 25

② 26

③ 27

④ 28

⑤ 29

해설

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} \\ &= n^2 + 2n + 1 - \{(n-1)^2 + 2(n-1) + 1\} \\ &= 2n + 1 (n \geq 2) \\ a_2 + a_4 + a_6 &= 5 + 9 + 13 = 27 \end{aligned}$$

17. 두 수열

$$\{a_n\} = 6, a_2, a_3, 48, \dots$$

$$\{b_n\} = 6, b_2, b_3, 48, \dots \text{에 대하여}$$

$\{a_n\}$ 은 등비수열, $\{b_n\}$ 은 등차수열일 때, $a_{10} - 10b_{10}$ 의 값은?(단, 공비는 실수이다.)

- ① 1752 ② 1843 ③ 1950 ④ 2250 ⑤ 2356

해설

수열 $\{a_n\}$ 의 공비를 r 이라 하면 $a_4 = 48$ 이므로

$$6r^3 = 48, r^3 = 8 \quad \therefore r = 2 (\because r \text{은 실수})$$

$$a_n = 6 \cdot 2^{n-1}$$

수열 $\{b_n\}$ 의 공차를 d 라 하면 $b_4 = 48$ 이므로

$$6 + 3d = 48, 3d = 42 \quad \therefore d = 14$$

$$b_n = 6 + (n-1) \cdot 14 = 14n - 8$$

$$\therefore a_{10} - 10b_{10} = 6 \times 2^9 - 10(14 \cdot 10 - 8)$$

$$= 3072 - 1320 = 1752$$

18. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = 2 \cdot 3^n - 1$ 일 때, $a_1 + a_4$ 의 값은?

① 111 ② 112 ③ 113 ④ 114 ⑤ 115

해설

$$n = 1 \text{ 일 때, } a_1 = S_1 = 2 \cdot 3 - 1 = 5 \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

$$n \geq 2 \text{ 일 때, } a_n = S_n - S_{n-1} = 2 \cdot 3^n - 1 - (2 \cdot 3^{n-1} - 1) = 4 \cdot 3^{n-1} \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

그런데 $\textcircled{2}$ 에 $n = 1$ 을 대입하면 $\textcircled{1}$ 과 다르므로 이 수열은 제2항부터 등비수열을 이룬다.

$$\therefore a_n = 4 \cdot 3^{n-1} \ (n \geq 2), \ a_1 = 5$$

$$\therefore a_1 + a_4 = 5 + 4 \cdot 3^3 = 113$$

19. $x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}} = 3$ 일 때, $x^2 + x^{-2}$ 의 값을 구하면?

① 33

② 36

③ 43

④ 47

⑤ 49

해설

$$(x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}})^2 = 9$$

$$x + x^{-1} + 2 = 9$$

$$\therefore x + x^{-1} = 7$$

$$(x + x^{-1})^2 = 49$$

$$x^2 + x^{-2} + 2 = 49$$

$$\therefore x^2 + x^{-2} = 47$$

20. $2^{2x} = 3$ 일 때, $\frac{2^x + 2^{-x}}{2^{3x} + 2^{-3x}}$ 의 값은?

① $\frac{1}{4}$

② $\frac{2}{7}$

③ $\frac{3}{8}$

④ $\frac{3}{7}$

⑤ $\frac{2}{3}$

해설

주어진 식의 분모와 분자에 2^{3x} 를 곱하면

$$\frac{2^x + 2^{-x}}{2^{3x} + 2^{-3x}} = \frac{(2^x + 2^{-x}) \times 2^{3x}}{(2^{3x} + 2^{-3x}) \times 2^{3x}}$$

$$= \frac{2^{4x} + 2^{2x}}{2^{6x} + 1} = \frac{(2^{2x})^2 + 2^{2x}}{(2^{2x})^3 + 1}$$

$$= \frac{3^2 + 3}{3^3 + 1} = \frac{3}{7}$$

21. $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ 을 이용하여 $\log_{10} 1.5$ 의 값을 계산하면?

① 0.0880

② 0.0885

③ 0.1660

④ 0.1761

⑤ 0.1777

해설

$$\begin{aligned}\log_{10} 1.5 &= \log_{10} (3 \times 5 \div 10) \\ &= \log 3 + (1 - \log 2) - 1 \\ &= 0.1761\end{aligned}$$

22. 분식집에서 1주년 개업기념을 맞이하여 특별히 학생들의 기호에 맞추어 새로운 메뉴판을 제작하기로 했다. 다음 중 집합인 것은?
- ① 가격이 2000 원인 음식
 - ② 여학생들이 좋아하는 음식
 - ③ 남학생들이 좋아하는 음식
 - ④ 가격이 비교적 싼 음식
 - ⑤ 맛있는 음식

메뉴	가격
라면	2000 원
김밥	1000 원
볶음밥	2000 원
우동	2000 원
순대	2000 원
떡볶이	1000 원
냉면	2000 원

해설

- ① 가격이 2000 원으로 명확하게 기준이 정해져 있으므로 집합이다.
- ②, ③ 남학생과 여학생에 대한 정보가 없고 ‘좋아하는’이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 아니다.
- ④ ‘비교적 싼’이라는 단어는 그 기준이 명확하지 않으므로 집합이 아니다.
- ⑤ ‘맛있는’이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 아니다.

23. $\log_3(x-5)^2$ 의 값이 존재하기 위한 x 의 범위는?

- ① $x > 4$ ② $x < 5$ ③ $x > 5$ ④ $x \neq 4$ ⑤ $x \neq 5$

해설

$(x-5)^2 > 0$ 로부터 $x \neq 5$

24. $\log_a \sqrt{3} = \log_b 9$ 일 때, $\log_{ab} b$ 의 값은?

① 2

② $\frac{8}{5}$

③ $\frac{5}{4}$

④ 1

⑤ $\frac{4}{5}$

해설

$\log_a \sqrt{3} = \log_b 9$ 에서

$$\frac{\log \sqrt{3}}{\log a} = \frac{\log 9}{\log b}, \quad \frac{\frac{1}{2} \log 3}{\log a} = \frac{2 \log 3}{\log b}$$

$$\frac{\log b}{\log a} = 4$$

$$\Leftrightarrow, \log_a b = 4$$

$$\therefore \log_{\sqrt{ab}} b = \frac{\log_a b}{\log_a \sqrt{ab}}$$

$$= \frac{\log_a b}{\frac{1}{2} \log_a ab} = \frac{2 \log_a b}{1 + \log_a b} = \frac{8}{5}$$

25. $(\log_2 3 + 2 \log_4 7) \log_{\sqrt[4]{21}} 8$ 의 값은?

① 4

② 6

③ 12

④ $4 \log_2 3$

⑤ $6 \log_2 5$

해설

밑의 변환 공식을 이용하여 밑을 같게 한 후 계산한다.

$$\begin{aligned} & (\log_2 3 + 2 \log_4 7) \log_{\sqrt[4]{21}} 8 \\ &= \left(\log_2 3 + 2 \frac{\log_2 7}{\log_2 4} \right) \cdot \frac{\log_2 8}{\log_2 \sqrt[4]{21}} \\ &= \left(\log_2 3 + 2 \frac{\log_2 7}{\log_2 2^2} \right) \cdot \frac{\log_2 2^3}{\log_2 21^{\frac{1}{4}}} \\ &= \left(\log_2 3 + 2 \frac{\log_2 7}{2 \log_2 2} \right) \cdot \frac{3 \log_2 2}{\frac{1}{4} \log_2 21} \\ &= (\log_2 3 + \log_2 7) \cdot \frac{12}{\log_2 21} \\ &= \log_2 21 \cdot \frac{12}{\log_2 21} = 12 \end{aligned}$$