

1. 등차수열  $a_n$ 의 일반항이  $a_n = -6n + 7$ 일 때, 첫째 항  $a$ 와 공차  $d$ 는?

①  $a = -1, d = 5$

②  $a = -1, d = 6$

③  $a = 1, d = -5$

④  $a = 1, d = -6$

⑤  $a = 2, d = 7$

해설

$$a_n = -6n + 7 \text{이므로}$$

$$a_1 = -6 \cdot 1 + 7 = 1,$$

$$a_2 = -6 \cdot 2 + 7 = -5 \text{이므로}$$

$$d = a_2 - a_1 = -6$$

2. 세 수  $-17$ ,  $x$ ,  $1$ 이 이 순서로 등차수열을 이룰 때,  $x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $-8$

해설

$x$ 는  $-17$ 과  $1$ 의 등차중항이므로

$$2x = -17 + 1 = -16 \quad \therefore x = -8$$

3. 등비수열  $3, 1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \dots$  의 일반항  $a_n$  은?

①  $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$

②  $\left(\frac{1}{3}\right)^n$

③  $\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$

④  $\left(\frac{1}{3}\right)^2$

⑤  $\left(\frac{1}{3}\right)^{n-2}$

해설

첫째항이 3이고, 공비가  $\frac{1}{3}$  이므로

$$a_n = 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-2}$$

4.  $\sum_{k=1}^5 (2k - 1) + \sum_{k=6}^{10} (2k - 1)$  의 값은?

① 70

② 80

③ 90

④ 100

⑤ 110

해설

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^5 (2k - 1) + \sum_{k=6}^{10} (2k - 1) \\ &= \sum_{k=1}^{10} (2k - 1) = 2 \cdot \sum_{k=1}^{10} k - \sum_{k=1}^{10} 1 \\ &= 2 \cdot \frac{10 \cdot 11}{2} - 10 \\ &= 110 - 10 = 100 \end{aligned}$$

5. 다음 식을 간단히 하면?(단,  $a > 0$ )

$$(a^5)^2 \div (a^2)^{-4}$$

①  $a^3$

②  $a^{18}$

③  $a^{21}$

④  $\frac{1}{a^3}$

⑤  $\frac{1}{a^6}$

해설

$$\begin{aligned}(a^5)^2 \div (a^2)^{-4} &= a^{10} \div a^{-8} \\ &= a^{10-(-8)} = a^{18}\end{aligned}$$

6. 첫째항이 7, 공차가  $-3$ 인 등차수열  $\{a_n\}$ 에서  $-20$ 은 몇째 항인가?

① 10

② 11

③ 12

④ 13

⑤ 14

해설

$$\begin{aligned}a_n &= a_1 + (n-1) \times (-3) \\ &= 7 + (n-1) \times (-3)\end{aligned}$$

$$\therefore a_n = -3n + 10$$

$$-3n + 10 = -20$$

$$-3n = -30$$

$$n = 10$$

7. 등차수열 2,  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{100}, 305$ 에서 공차는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

등차수열 2,  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{100}, 305$ 에서 공차를  $d$ 로 놓으면  
305는 제 102항이므로

$$305 = 2 + (102 - 1)d$$

$$\therefore d = \frac{303}{101} = 3$$

8. 각 항이 양수인 등비수열  $\{a_n\}$ 에서  $a_1 : a_3 = 4 : 9$ 이고,  $a_2 = 4$ 일 때,  $a_5$ 의 값은?

①  $\frac{11}{2}$

② 7

③  $\frac{19}{2}$

④ 12

⑤  $\frac{27}{2}$

해설

공비를  $r$ 이라고 하면

$$a_1 : a_3 = a_1 : a_1 r^2 = 1 : r^2 \text{ 이므로}$$

$$1 : r^2 = 4 : 9 \text{ 에서}$$

$$r^2 = \frac{9}{4} \quad \therefore r = \frac{3}{2}$$

$$a_2 = a_1 r = 4 \text{ 에서 } \frac{3}{2} a_1 = 4 \quad \therefore a_1 = \frac{8}{3}$$

$$\therefore a_5 = a_1 r^4 = \frac{8}{3} \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{27}{2}$$

9. 세 수  $x-4$ ,  $x$ ,  $x+8$ 이 이 순서로 등비수열을 이룰 때, 실수  $x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$x$ 가  $x-4$ ,  $x$ ,  $x+8$ 의 등비중항이므로

$$x^2 = (x-4)(x+8), x^2 = x^2 + 4x - 32$$

$$4x = 32 \therefore x = 8$$

10. 수열  $1 + x + x^2 + x^3 + \dots + \dots + x^{2n-1}$  의 합은? (단,  $x \neq 1$ )

①  $2n$

②  $\frac{x^{2n}}{x-1}$

③  $\frac{x^{2n} - 1}{x - 1}$

④  $\frac{x^{2n} - 1}{x}$

⑤  $\frac{x^{2n} + 1}{x - 1}$

해설

첫째항이 1, 공비가  $x$ , 항수가  $2n$ 인 등비수열의 합이므로

$$S = \frac{1 \cdot (x^{2n} - 1)}{x - 1} = \frac{x^{2n} - 1}{x - 1}$$

11.  $\sum_{j=1}^{10} \left\{ \sum_{i=1}^j (3+i) \right\}$  의 값은?

① 385

② 550

③ 1100

④ 1150

⑤ 1200

해설

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^{10} \left\{ \sum_{i=1}^j (3+i) \right\} \\ &= \sum_{j=1}^{10} \left\{ 3j + \frac{j(j+1)}{2} \right\} \\ &= \sum_{j=1}^{10} \left( \frac{j^2 + 7j}{2} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left( \sum_{j=1}^{10} j^2 + 7 \cdot \sum_{j=1}^{10} j \right) \\ &= \frac{1}{2} \left( \frac{10 \cdot 11 \cdot 12}{6} + 7 \times \frac{10 \cdot 11}{2} \right) \\ &= \frac{1}{2} (385 + 385) \\ &= 385 \end{aligned}$$

12.  $\sqrt{2} \times \sqrt[3]{3} \times \sqrt[4]{4} \times \sqrt[6]{6} = 2^a \times 3^b$  일 때  $a + b$ 의 값은?

①  $\frac{5}{2}$

②  $\frac{5}{3}$

③  $\frac{5}{4}$

④  $\frac{5}{6}$

⑤  $\frac{5}{7}$

해설

$$2^{\frac{1}{2}} \times 3^{\frac{1}{3}} \times (2^2)^{\frac{1}{4}} \times (2 \times 3)^{\frac{1}{6}}$$

$$= 2^{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{6}} \times 3^{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}}$$

$$= 2^{\frac{7}{6}} \times 3^{\frac{1}{2}}$$

$$a = \frac{7}{6}, b = \frac{1}{2}$$

$$\therefore a + b = \frac{7 + 3}{6} = \frac{5}{3}$$

13. 등차수열 3, 7, 11, 15, ... 에 대하여 다음의 식이 성립한다.  
이때,  $\textcircled{\text{㉠}}$  +  $\textcircled{\text{㉡}}$  +  $\textcircled{\text{㉢}}$ 의 값을 구하여라.

$$\begin{aligned}\textcircled{\text{㉠}} &= \frac{3 + \textcircled{\text{㉡}}}{2} \\ \textcircled{\text{㉡}} &= \frac{\textcircled{\text{㉢}} + 15}{2}\end{aligned}$$

▶ 답:

▷ 정답: 25

해설

$7 = \frac{3 + 11}{2}$ ,  $11 = \frac{7 + 15}{2}$ 가 성립하므로

$\textcircled{\text{㉠}}$ 는 7,  $\textcircled{\text{㉡}}$ 는 11,  $\textcircled{\text{㉢}}$ 는 7이다.

$$\therefore \textcircled{\text{㉠}} + \textcircled{\text{㉡}} + \textcircled{\text{㉢}} = 7 + 11 + 7 = 25$$

14. 두 수열  $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이 공차가 각각 2, 3인 등차수열일 때, 수열  $\{a_n + b_n\}$ 의 공차는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot 2$$

$$b_n = b_1 + (n - 1) \cdot 3$$

$$a_n + b_n = a_1 + b_1 + (n - 1) \cdot 5$$

$$\therefore \text{공차} = 5$$

15. 등차수열  $\{a_n\}$ 에서  $a_4 + a_7 + a_{10} = 11$ ,  $a_6 + a_7 + a_8 + a_9 + a_{10} = 20$ 일 때,  $a_{50}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 18

해설

$a_n = a + (n - 1)d$ 라고 하면

$$a_4 + a_7 + a_{10} = 3a + 18d = 11$$

$$a_6 + a_7 + a_8 + a_9 + a_{10} = 5a + 35d = 20$$

$$\therefore a = \frac{5}{3}, d = \frac{1}{3}$$

$$\therefore a_{50} = 18$$

16. 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합이  $S_n = n^2 + 2n + 1$ 인 수열  $\{a_n\}$ 에서  $a_2 + a_4 + a_6$ 의 값은?

① 25

② 26

③ 27

④ 28

⑤ 29

해설

$$a_n = S_n - S_{n-1}$$

$$= n^2 + 2n + 1 - \{(n-1)^2 + 2(n-1) + 1\}$$

$$= 2n + 1 (n \geq 2)$$

$$a_2 + a_4 + a_6 = 5 + 9 + 13 = 27$$

17. 두 수열

$$\{a_n\} = 6, a_2, a_3, 48, \dots$$

$\{b_n\} = 6, b_2, b_3, 48, \dots$  에 대하여

$\{a_n\}$ 은 등비수열,  $\{b_n\}$ 은 등차수열일 때,  $a_{10} - 10b_{10}$ 의 값은?(단, 공비는 실수이다.)

- ① 1752      ② 1843      ③ 1950      ④ 2250      ⑤ 2356

해설

수열  $\{a_n\}$ 의 공비를  $r$ 이라 하면  $a_4 = 48$ 이므로

$$6r^3 = 48, r^3 = 8 \quad \therefore r = 2 (\because r \text{은 실수})$$

$$a_n = 6 \cdot 2^{n-1}$$

수열  $\{b_n\}$ 의 공차를  $d$ 라 하면  $b_4 = 48$ 이므로

$$6 + 3d = 48, 3d = 42 \quad \therefore d = 14$$

$$b_n = 6 + (n-1) \cdot 14 = 14n - 8$$

$$\therefore a_{10} - 10b_{10} = 6 \times 2^9 - 10(14 \cdot 10 - 8)$$

$$= 3072 - 1320 = 1752$$

18. 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 $n$ 항까지의 합  $S_n$ 이  $S_n = 2 \cdot 3^n - 1$ 일 때,  $a_1 + a_4$ 의 값은?

① 111

② 112

③ 113

④ 114

⑤ 115

해설

$n = 1$ 일 때,  $a_1 = S_1 = 2 \cdot 3 - 1 = 5 \dots\dots \textcircled{㉠}$

$n \geq 2$ 일 때,  $a_n = S_n - S_{n-1} = 2 \cdot 3^n - 1 - (2 \cdot 3^{n-1} - 1) = 4 \cdot 3^{n-1} \dots\dots \textcircled{㉡}$

그런데 ㉡에  $n = 1$ 을 대입하면 ㉠과 다르므로 이 수열은 제2항부터 등비수열을 이룬다.

$\therefore a_n = 4 \cdot 3^{n-1} (n \geq 2), a_1 = 5$

$\therefore a_1 + a_4 = 5 + 4 \cdot 3^3 = 113$

19.  $x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}} = 3$  일 때,  $x^2 + x^{-2}$  의 값을 구하면?

① 33

② 36

③ 43

④ 47

⑤ 49

해설

$$(x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}})^2 = 9$$

$$x + x^{-1} + 2 = 9$$

$$\therefore x + x^{-1} = 7$$

$$(x + x^{-1})^2 = 49$$

$$x^2 + x^{-2} + 2 = 49$$

$$\therefore x^2 + x^{-2} = 47$$

20.  $2^{2x} = 3$  일 때,  $\frac{2^x + 2^{-x}}{2^{3x} + 2^{-3x}}$  의 값은?

①  $\frac{1}{4}$

②  $\frac{2}{7}$

③  $\frac{3}{8}$

④  $\frac{3}{7}$

⑤  $\frac{2}{3}$

해설

주어진 식의 분모와 분자에  $2^{3x}$  를 곱하면

$$\frac{2^x + 2^{-x}}{2^{3x} + 2^{-3x}} = \frac{(2^x + 2^{-x}) \times 2^{3x}}{(2^{3x} + 2^{-3x}) \times 2^{3x}}$$

$$= \frac{2^{4x} + 2^{2x}}{2^{6x} + 1} = \frac{(2^{2x})^2 + 2^{2x}}{(2^{2x})^3 + 1}$$

$$= \frac{3^2 + 3}{3^3 + 1} = \frac{3}{7}$$

21.  $\log_{10} 2 = 0.3010$ ,  $\log_{10} 3 = 0.4771$  을 이용하여  $\log_{10} 1.5$  의 값을 계산하면?

① 0.0880

② 0.0885

③ 0.1660

④ 0.1761

⑤ 0.1777

해설

$$\begin{aligned}\log_{10} 1.5 &= \log_{10} (3 \times 5 \div 10) \\ &= \log 3 + (1 - \log 2) - 1 \\ &= 0.1761\end{aligned}$$

22. 분식집에서 1주년 개업기념을 맞이하여 특별히 학생들의 기호에 맞추어 새로운 메뉴판을 제작하기로 했다. 다음 중 집합인 것은?

- ① 가격이 2000 원인 음식
- ② 여학생들이 좋아하는 음식
- ③ 남학생들이 좋아하는 음식
- ④ 가격이 비교적 싼 음식
- ⑤ 맛있는 음식

메뉴	가격
라면	2000원
김밥	1000원
볶음밥	2000원
우동	2000원
순대	2000원
떡볶이	1000원
냉면	2000원

### 해설

- ① 가격이 2000 원으로 명확하게 기준이 정해져 있으므로 집합이다.
- ②, ③ 남학생과 여학생에 대한 정보가 없고 ‘좋아하는’이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 아니다.
- ④ ‘비교적 싼’이라는 단어는 그 기준이 명확하지 않으므로 집합이 아니다.
- ⑤ ‘맛있는’이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 아니다.

23.  $\log_3(x-5)^2$  의 값이 존재하기 위한  $x$ 의 범위는?

①  $x > 4$

②  $x < 5$

③  $x > 5$

④  $x \neq 4$

⑤  $x \neq 5$

해설

$(x-5)^2 > 0$  로부터  $x \neq 5$

24.  $\log_a \sqrt{3} = \log_b 9$  일 때,  $\log_{ab} b$  의 값은?

① 2

②  $\frac{8}{5}$

③  $\frac{5}{4}$

④ 1

⑤  $\frac{4}{5}$

해설

$\log_a \sqrt{3} = \log_b 9$  에서

$$\frac{\log \sqrt{3}}{\log a} = \frac{\log 9}{\log b}, \quad \frac{1}{2} \log 3 = \frac{2 \log 3}{\log b}$$

$$\frac{\log b}{\log a} = 4$$

즉,  $\log_a b = 4$

$$\begin{aligned} \therefore \log_{\sqrt{ab}} b &= \frac{\log_a b}{\log_a \sqrt{ab}} \\ &= \frac{\log_a b}{\frac{1}{2} \log_a ab} = \frac{2 \log_a b}{1 + \log_a b} = \frac{8}{5} \end{aligned}$$

25.  $(\log_2 3 + 2 \log_4 7) \log_{\sqrt[4]{21}} 8$ 의 값은?

① 4

② 6

③ 12

④  $4 \log_2 3$

⑤  $6 \log_2 5$

해설

밑의 변환 공식을 이용하여 밑을 같게 한 후 계산한다.

$$\begin{aligned} & (\log_2 3 + 2 \log_4 7) \log_{\sqrt[4]{21}} 8 \\ &= \left( \log_2 3 + 2 \frac{\log_2 7}{\log_2 4} \right) \cdot \frac{\log_2 8}{\log_2 \sqrt[4]{21}} \\ &= \left( \log_2 3 + 2 \frac{\log_2 7}{\log_2 2^2} \right) \cdot \frac{\log_2 2^3}{\log_2 21^{\frac{1}{4}}} \\ &= \left( \log_2 3 + 2 \frac{\log_2 7}{2 \log_2 2} \right) \cdot \frac{3 \log_2 2}{\frac{1}{4} \log_2 21} \\ &= (\log_2 3 + \log_2 7) \cdot \frac{12}{\log_2 21} \\ &= \log_2 21 \cdot \frac{12}{\log_2 21} = 12 \end{aligned}$$