1. 현재 A 중학교의 여학생 수를 x 명, 남학생 수를 y 명이라 하자. 여학생은 작년에 비해 4% 늘었고, 남학생은 작년에 비해 10% 줄었다고 한다. 작년 A 중학교의 총 학생 수를 x, y 에 관한 식으로 나타내면?

① $\frac{24}{25}x+\frac{10}{11}y$ ② $\frac{25}{26}x+\frac{10}{9}y$ ③ $\frac{25}{24}x+\frac{10}{11}y$
④ $\frac{25}{26}x+\frac{11}{10}y$ ⑤ $\frac{26}{25}x+\frac{9}{10}y$

해설

작년 여학생 수를 a 명 , 작년 남학생 수를 b 명 이라 하면$x=\frac{104}{100}a,\ y=\frac{90}{100}b\ a=\frac{100}{104}x=\frac{25}{26}x,\ b=\frac{10}{9}y$

그러므로 작년 A 중학교 총 학생 수는 $\frac{25}{26}x+\frac{10}{9}y$ (명) 으로 나타낼 수 있다.

2. x, y 가 자연수일 때, 일차방정식 $3x + y = 17$ 을 만족하는 순서쌍 (x, y) 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 5 개

해설

$(1, 14)$, $(2, 11)$, $(3, 8)$, $(4, 5)$, $(5, 2)$

3. x, y 에 관한 일차방정식 $ax - 2y = 3$ 의 해가 $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}\right)$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① 3 ② $\frac{11}{3}$ ③ 4 ④ $\frac{13}{3}$ ⑤ $\frac{14}{3}$

해설

$\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}\right)$ 를

$ax - 2y = 3$ 에 대입하면,

$\frac{1}{2}a + \frac{2}{3} = 3$

$\frac{1}{2}a = \frac{7}{3}$

$\therefore a = \frac{14}{3}$

4. 갑, 을 두 사람이 같이 하면 15 일만에 끝낼 수 있는 일을 갑이 14 일간 하고, 남은 일은 을이 18 일걸려서 끝냈다. 갑이 하루에 할 수 있는 일의 양을 x , 을이 하루에 할 수 있는 일의 양 y 라고 할 때, x, y 에 대한 연립방정식으로 나타내면?

① $\begin{cases} 15x+15y=1 \\ 14x+18y=1 \end{cases}$

② $\begin{cases} x+y=15 \\ x-y=4 \end{cases}$

③ $\begin{cases} 15x-15y=1 \\ 14x-18y=1 \end{cases}$

④ $\begin{cases} 15x+15y=1 \\ 18x+14y=1 \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} 15x+15y=15 \\ 14x+18y=18 \end{cases}$

해설

갑이 하루에 할 수 있는 일의 양을 x , 을이 하루에 할 수 있는 일의 양을 y라 하고, 전체의 양을 1 이라 하면 $\begin{cases} 15x+15y=1 \\ 14x+18y=1 \end{cases}$ 와 같은 식이 나온다.

5. 1에서 5까지의 자연수를 해로 하는 x, y에 대한 연립방정식은 모두 몇 개 만들 수 있는가? (단, x, y의 계수는 모두 1 또는 -1이다.)

▶ 답:

▷ 정답: 36개

해설

i) x의 계수가 1, y의 계수가 1일 때
$x+y=2$, $x+y=3$, $\cdots$, $x+y=9$, $x+y=10$
$\therefore$ 9개
ii) x의 계수가 1, y의 계수가 -1일 때
$x+y=-4$, $x+y=-3$, $\cdots$, $x+y=3$, $x+y=4$
$\therefore$ 9개
iii) x의 계수가 -1, y의 계수가 1일 때
$x+y=-4$, $x+y=-3$, $\cdots$, $x+y=3$, $x+y=4$
$\therefore$ 9개
iv) x의 계수가 -1, y의 계수가 -1일 때
$x+y=-2$, $x+y=-3$, $\cdots$, $x+y=-9$, $x+y=-10$
$\therefore$ 9개
따라서 연립방정식은 36(개)이다.

6. 두 직선의 방정식 $x-ay-7=0,\ bx+2y+2=0$ 의 교점의 좌표가 $(-2,\ 3)$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -12

해설

$x-ay=7$에 $(-2,\ 3)$을 대입하면
$-2-3a=7 \qquad \therefore\ a=-3$
$bx+2y+2=0$에 $(-2,\ 3)$을 대입하면
$-2b+6+2=0 \qquad \therefore\ b=4$
$\therefore\ ab=-12$

7. 다음 연립방정식을 풀고, $2x-y+3z$ 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} x+y+z=6 \\ 2x+y-z=1 \\ 3x-2y+z=2 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\begin{cases} x+y+z=6 & \cdots ① \\ 2x+y-z=1 & \cdots ② \\ 3x-2y+z=2 & \cdots ③ \end{cases}$$ 에서

① + ② 하면 $3x+2y=7 \cdots$ ④

② + ③ 하면 $5x-y=3 \cdots$ ⑤

④, ⑤ 를 연립하면 $x=1$, $y=2$

① 에 대입하면 $z=3$

따라서 $2x-y+3z=2\times 1-2+3\times 3=9$ 이다.

8. 다음 연립방정식의 해를 구하면?

$$\begin{cases} 2x+y-2a=4 \\ 4x+3y+2a=8 \\ 3x+y=9 \end{cases}$$

① $(2,\ 3)$ ② $(2,\ -3)$ ③ $(4,\ 3)$

④ $(4,\ -3)$ ⑤ $(3,\ -2)$

해설

$$\begin{cases} 2x+y-2a=4 & \cdots ① \\ 4x+3y+2a=8 & \cdots ② \text{에서} \\ 3x+y=9 & \cdots ③ \end{cases}$$

① + ②를 하면

$6x+4y=12$에서 $3x+2y=6$ $\cdots ④$

$$\begin{cases} 3x+y=9 & \cdots ③ \\ 3x+2y=6 & \cdots ④ \end{cases}$$

③ − ④를 하면

$x=4,\ y=-3$

9. 연립방정식 $\begin{cases} 3x+y=2 \\ 2x+3y=a \end{cases}$ 의 해가 일차방정식 $x=3y+4$ 를 만족시킬 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$\begin{cases} 3x+y=2 & \cdots ㉠ \\ x=3y+4 & \cdots ㉡ \end{cases}$

의 해는 일차방정식 $2x+3y=a$ 를 만족시킨다.

$x=3y+4$ 를 ㉠에 대입하면

$3(3y+4)+y=2$ 이므로 $y=-1$ 이다.

$y=-1$ 을 ㉡에 대입하면 $x=1$ 이다. $x=1$, $y=-1$을 $2x+3y=a$ 에 대입하면 $a=-1$ 이다.

10. 연립방정식 $\begin{cases} 10x-y=14 & \cdots ㉠ \\ -3x+ay=3a & \cdots ㉡ \end{cases}$ 을 만족하는 x와 y의 비가 $1:3$ 일 때, a의 값을 구하여라.

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x:y=1:3,\ y=3x$ 를 ㉠식에 대입하면
$10x-3x=14,\ x=2,\ y=6$
㉡식에 대입하면 $-6+6a=3a,\quad \therefore\ a=2$

11. 연립방정식 $\begin{cases} 3y+2x=8 & \cdots ㉠ \\ -3x-5y+2=0 & \cdots ㉡ \end{cases}$ 에서 ㉠식의 상수 8을 잘못 보고 풀어서 $x=9$ 가 되었다. 8을 어떤 수로 잘못 보았는지 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$x=9$를 ㉡식에 대입하면 $-27-5y+2=0$
$\therefore\ y=-5$
$3y+2x$에 $x=9,\ y=-5$를대입하면
$-15+18=3$이다.

12. $\frac{1}{3}(x+2)+\frac{1}{2}(x-y)=x-8,\ \frac{1}{2}(2y-3x)-y=3x+5$ 에 대하여 $(a,\ b)$ 가 연립방정식의 해일 때, $\frac{a}{b}$ 의 값은?

① $\frac{15}{291}$ ② $-\frac{30}{291}$ ③ $\frac{15}{239}$ ④ $-\frac{15}{239}$ ⑤ $\frac{30}{291}$

해설

$$\begin{cases}\frac{1}{3}(x+2)+\frac{1}{2}(x-y)=x-8 & \cdots ㉠\\ \frac{1}{2}(2y-3x)-y=3x+5 & \cdots ㉡\end{cases}$$

㉠에 6을 곱하면 $x+3y=52$

㉡에 2를 곱하면 $-9x=10$

$x=-\frac{10}{9},\ y=\frac{478}{27}$ 이므로 $\frac{a}{b}=-\frac{15}{239}$ 이다.

13. 연립방정식 $\begin{cases} -x+y=1.\dot{9} \\ 0.0\dot{3}x+0.0\dot{2}y=0.0\dot{9} \end{cases}$ 의 해를 x, y 라 할 때, $-x^3-3y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -10

해설

$1.\dot{9}=2$ 이므로 주어진 식은

$\begin{cases} -x+y=2 \\ \frac{3}{90}x+\frac{2}{90}y=\frac{9}{90} \end{cases}$ 이고, 첫 번째 식을 3 배하고 두 번 째 식에 90 을 곱하면

$$\begin{array}{rl} -3x+3y & = 6 \\ +)\ 3x+2y & = 9 \\ \hline 5y & = 15 \end{array}$$

이므로 $y=3$, $x=1$ 이고, 준식에 대입하면
$-x^3-3y=-1^3-3\times 3=-10$ 이다.

14. 연립방정식 $\frac{x+y+a}{3}=\frac{x-a}{2}=\frac{x-by-11}{5}$ 의 해가 $(7,\ -9)$ 일 때, ab 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$10(x+y+a)=15(x-a)=6(x-by-11)$
$10(7-9+a)=15(7-a)=6(7+9b-11)$
$-20+10a=105-15a$
$25a=125$
$\therefore\ a=5$
$30=-24+54b$
$54=54b$
$\therefore\ b=1$
따라서 $ab=5$ 이다.

15. 연립방정식 $\begin{cases}(a-1)x+by=3\\2y-1=-3x\end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때, a, b 의 값을 구하여라

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a=10$

▷ 정답: $b=6$

해설

$\begin{cases}(a-1)x+by=3\cdots①\\2y-1=-3x\cdots②\end{cases}$ 에서

② $\times 3$을 한 후 ①과 연립하여 풀면

$a=10,\ b=6$

16. 연립방정식 $(a-2)x+y=5,\ 3x+3y=4$의 해가 없도록 하는 a의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$\frac{a-2}{3}=\frac{1}{3}\neq\frac{5}{4}$이므로 $3(a-2)=3$

$\therefore\ a=3$

17. 연립방정식 $\begin{cases} 2x+3y=b \\ 6x+ay=3 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때 $a-b$의 값은?

① -8 ② -4 ③ 0 ④ 4 ⑤ 8

해설

$\frac{2}{6}=\frac{3}{a}=\frac{b}{3}$ 이므로

$a=9, b=1 \quad \therefore a-b=9-1=8$

18. 빨간 벽돌 9 개, 흰 벽돌 12 개를 가로로 놓아 쌓은 벽의 높이는 빨간 벽돌 13 개, 흰 벽돌 10 개를 가로로 놓아 쌓은 높이와 같다. 같은 높이의 벽을 빨간 벽돌만 사용하여 가로로 쌓을 때, 필요한 빨간 벽돌의 개수를 구하여라.

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 33 개

해설

빨간 벽돌 한 개의 높이를 x , 흰 벽돌 한 개의 높이를 y 라 하고, 구하고자 하는 빨간 벽돌의 개수를 a 라 하면,

$9x + 12y = 13x + 10y = ax$

$x > 0$ 이므로 위 식의 각 변을 x 로 나누면

$9 + \frac{12y}{x} = 13 + \frac{10y}{x} \cdots ㉠$

$13 + \frac{10y}{x} = a \cdots ㉡$

㉠ 에서 $(12 - 10)\frac{y}{x} = 13 - 9$

$\therefore \frac{y}{x} = 2 \cdots ㉢$

㉢을 ㉡에 대입하면

$13 + 10 \times 2 = a$

$\therefore\ a = 33$ 개

19. 철수는 500 원짜리 장미와 1000 원짜리 카네이션을 섞어서 6500 원치 사려고 한다. 장미를 카네이션보다 2 송이 덜 사려면 장미는 몇 송이 사야 하는가?

① 2 송이　② 3 송이　③ 4 송이
④ 5 송이　⑤ 6 송이

해설

장미 x 송이, 카네이션 y 송이를 사려고 하면

$$\begin{cases} 500x + 1000y = 6500 \\ x = y - 2 \end{cases}$$

연립하여 풀면 $x = 3,\ y = 5$ 이다.

20. 앞마당에 있는 비둘기와 토끼를 본 영심이가 수를 세어보니 머리가 12 개, 다리가 34 개였다. 비둘기는 몇 마리인가?

① 5 마리　② 6 마리　③ 7 마리

④ 8 마리　⑤ 9 마리

해설

비둘기를 x 마리, 토끼를 y 마리라고 하면

$$\begin{cases} x+y=12 \\ 2x+4y=34 \end{cases}$$

연립하여 풀면 $x=7,\ y=5$ 이다.

21. 어머니와 딸의 나이의 합은 54살 이고, 3 년 후에는 어머니의 나이가 딸의 나이의 4 배가 된다고 한다. 현재 딸의 나이는?

① 9세 ② 10세 ③ 11세 ④ 12세 ⑤ 13세

해설

현재 어머니의 나이를 x 세, 딸의 나이를 y 세라 하면

$$\begin{cases} x+y=54 \\ x+3=4(y+3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=54 & \cdots(1) \\ x=4y+9 & \cdots(2) \end{cases}$$

(2)를 (1)에 대입하면 $4y+9+y=54$

$5y=45$

$y=9,\ x=4y+9=45$

따라서 딸의 나이는 9세이다.

22. 두 숙련공 A, B가 같은 일을 완료하는 데 걸리는 시간의 비는 2 : 5 이다. A 가 14 일 동안 혼자 작업한 후, B 와 함께 6 일을 더 작업하면 일을 마칠 수 있다고 할 때, 같은 일을 B 혼자서 완료할 수 있는 시간을 구하여라.

▶ 답 : 일

▷ 정답 : 56 일

해설

숙련공 A, B 가 혼자 작업할 때, 일을 완료하는 시간을 각각 x 일, y 일이라 하자.

$x : y = 2 : 5,\ 2y = 5x \cdots$㉠

일을 완성하는 것을 1 이라 보면 A, B 가 하루에 작업한 양은 $\frac{1}{x}$, $\frac{1}{y}$ 이다.

A 가 14 일 동안 혼자 작업한 후, B 와 함께 6 일을 더 작업하면 일을 마칠 수 있으므로

$14 \times \frac{1}{x} + 6 \times \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1,\ \frac{20}{x} + \frac{6}{y} = 1 \cdots$㉡

㉠, ㉡ 을 연립하면 $x = \frac{112}{5} = 22.4,\ y = 56$

따라서 같은 일을 B 혼자서 완료할 수 있는 시간은 56 일

23. 15 문제가 출제된 어느 시험에서 한 문제를 맞히면 4 점을 얻고, 틀리면 1 점이 감점된다고 한다. 재성이는 15 문제를 모두 풀어서 30 점을 얻었다고 할 때, 재성이가 맞힌 문제 수는?

① 9 문제 ② 10 문제 ③ 11 문제
④ 12 문제 ⑤ 13 문제

해설

맞힌 문제 수를 x개, 틀린 문제 수를 y개라고 하면

$$\begin{cases} x+y=15 & \cdots(1) \\ 4x-y=30 & \cdots(2) \end{cases}$$

$(1)+(2)$를하면 $5x=45$

$\therefore x=9,\ y=6$

24. A, B 두 사람이 가위바위보를 하여 이긴 사람은 3 계단씩 올라가고, 진 사람은 1 계단씩 내려가기로 하였다. A 는 처음보다 10 계단을, B 는 2 계단을 올라갔을 때, A 가 이긴 횟수는? (단, 비기는 경우는 없다.)

① 1번 ② 2번 ③ 3번 ④ 4번 ⑤ 5번

해설

A 가 이긴 횟수를 x , 진 횟수를 y 라 하면, B 가 이긴 횟수는 y , 진 횟수는 x 이다.

$$\begin{cases} 3x - y = 10 \\ 3y - x = 2 \end{cases}$$

연립해서 풀면 $x = 4,\ y = 2$ 이다.

25. 속리산 일대를 며칠 동안 38 인승 관광버스 1 대를 빌려 여행을 하려고 하는데 현재 신청한 사람 중에서 4 명이 취소하면 나머지 사람들이 버스 대여료로 1 만 원씩 더 내고, 현재 신청한 사람보다 6 명이 더 신청하면 1 만 원씩 적게 낸다고 한다. 현재 신청한 사람은 모두 몇 명인가?

① 20 명 ② 24 명 ③ 26 명 ④ 30 명 ⑤ 36 명

해설

현재 신청한 사람 수를 x 명, 버스 대여료를 y 원, 1 인당 내는 버스 대여료를 a 만 원이라 하면

$y = ax$, $y = x(a+1) - 4(a+1)$,

$y = x(a-1) + 6(a-1)$ 이므로

$ax = x(a+1) - 4(a+1) = x(a-1) + 6(a-1)$

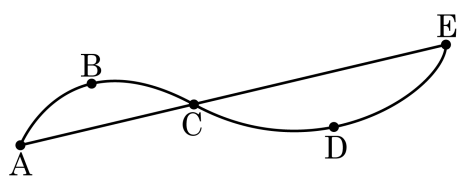
$$\begin{cases} ax = x(a+1) - 4(a+1), \ x - 4a = 4 & \cdots ㉠ \\ ax = x(a-1) + 6(a-1), \ -x + 6a = 6 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠, ㉡을 연립

하여 풀면 $x = 24$, $a = 5$

따라서 현재 신청한 사람은 모두 24 명이다.

26. 다음 그림과 같이 다짐이는 A 에서 E 까지 B , C , D 를 거쳐 시속 60km 로 2 시간을 여행 하였고, 사랑이는 B , D 를 거치지 않고, A 에서 E 까지 시속 70km 로 1 시간을 여행 하였다. B 를 거쳐서 간 A 에서 C 까지의 거리는 거치지 않을 때 보다 10km 더 길고 D 를 거쳐서 간 C 에서 E 까지의 거리는 거치지 않을 때 보다 2 배 더 길다고 한다. 사랑이가 A 에서 C 까지 이동한 거리를 구하여라.



▶ 답 : km

▷ 정답 : 30 km

해설

A ⇒ C 까지의 거리를 $x$km, C ⇒ E 까지의 거리를 $y$km 라 하면 A ⇒ B ⇒ C 는 $(x+10)$km, C ⇒ D ⇒ E 는 $2y$km 이므로,

$$\begin{cases} \dfrac{x+10}{60}+\dfrac{2y}{60}=2 \\ \dfrac{x}{70}+\dfrac{y}{70}=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+2y=110 & \cdots ㉠ \\ x+y=70 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

에서 ㉠ − ㉡을 하면 $y=40$ 이다. y를 ㉡에 대입하면 $x=30$ 이다. 따라서 사랑이가 A ⇒ C 까지 이동한 거리는 30km 이다.

27. 둘레의 길이가 1km 인 원형 트랙을 A, B 두 사람이 같은 지점에서 서로 반대 방향으로 동시에 출발하면 2 분 후에 만나고, 같은 방향으로 출발하면 12 분 후에 만난다고 한다. 이 때, 두 사람의 속력을 구하면? (A 가 B 보다 빠르다고 한다.)

① $A : \frac{875}{3}$m/분, $B : \frac{635}{3}$m/분
② $A : \frac{865}{3}$m/분, $B : \frac{625}{3}$m/분
③ $A : \frac{875}{3}$m/분, $B : \frac{605}{3}$m/분
④ $A : \frac{865}{3}$m/분, $B : \frac{605}{3}$m/분
⑤ $A : \frac{875}{3}$m/분, $B : \frac{625}{3}$m/분

해설

A 의 속력을 xm/분 , B 의 속력을 ym/분 라 하면
서로 반대방향으로 출발하여 서로 만났다는 것은 A, B 두 사람이 2 분 동안 걸은 거리의 합은 원형 트랙의 길이와 같다.
따라서 $2x + 2y = 1000$ 이다.
같은 방향으로 출발하여 12 분 후 다시 만났다고 하는 것은 A 가 걸은 거리와 B 가 걸은 거리의 차가 원형 트랙의 둘레의 길이와 같다.
따라서 $12x - 12y = 1000$ 이다.
두 식을 연립하여 풀면
$\therefore y = \frac{625}{3}$, $x = \frac{875}{3}$
$\therefore A : \frac{875}{3}$m/분, $B : \frac{625}{3}$m/분

28. x가 $-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$일 때, 방정식 $2x^2 - 5x + 2 = 0$의 해는?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$2x^2 - 5x + 2 = 0$에서
$x = -2$를 대입하면
$2 \times (-2)^2 - 5 \times (-2) + 2 = 20 \neq 0$
$x = -1$을 대입하면
$2 \times (-1)^2 - 5 \times (-1) + 2 = 9 \neq 0$
$x = 0$을 대입하면 $2 \times 0^2 - 5 \times 0 + 2 = 2 \neq 0$
$x = 1$을 대입하면 $2 \times 1^2 - 5 \times 1 + 2 = -1 \neq 0$
$x = 2$를 대입하면 $2 \times 2^2 - 5 \times 2 + 2 = 0$

29. 이차방정식 $x^2+2x-a=0$의 한 근이 -5일 때, a의 값을 구하면?

① -15 ② -8 ③ 1 ④ 8 ⑤ 15

해설

이차방정식 $x^2+2x-a=0$에 $x=-5$를 대입하면 $25-10-a=0$

$\therefore\ a=15$

30. 이차방정식 $ax^2 + bx + 3 = 0$ 의 한 근이 k 일 때, $ak^2 + bk + 5$ 의 값은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

주어진 식에 x 대신에 k 를 대입하면

$ak^2 + bk + 3 = 0$

$\therefore ak^2 + bk + 5 = 2$

31. 다음 중 $\left(\frac{7}{3}x-14\right)(2y+8)=0$을 만족하는 것의 개수는?

㉠ $x=6,\ y=-4$	㉡ $x=6,\ y=4$
㉢ $x=-6,\ y=-4$	㉣ $x=-6,\ y=4$
㉤ $x=4,\ y=6$	㉥ $x=-4,\ y=6$

① 한 개도 없다. ② 2 개 ③ 3 개
④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

$\frac{7}{3}x-14=0$ 또는 $2y+8=0$ 이므로
$x=6$ 또는 $y=-4$ 인 것을 찾으면
$x=6$ 인 것은 ㉠, ㉡
$y=-4$ 인 것은 ㉠, ㉢
따라서 만족하는 것의 개수는 ㉠, ㉡, ㉢이므로
3 개이다.

32. 이차방정식 $3x^2+ax+b=0$ 의 해가 $x=-3$ 또는 $x=\frac{5}{3}$ 일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 19

해설

$3x^2+ax+b=0$ 의 해가

$x=-3$ 또는 $x=\frac{5}{3}$ 이므로

$(x+3)(3x-5)=0$

$3x^2+4x-15=0$

$\therefore\ a=4,\ b=-15$

$a-b=4-(-15)=19$

33. x 에 대한 이차방정식 $(m-1)x^2-(m^2+2m-2)x+21=0$ 의 한 근이 3 일 때, 두 근을 모두 양수가 되게 하는 m 의 값과 나머지 한 근의 합을 구하면?

① $\frac{13}{2}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{17}{2}$ ④ $\frac{19}{2}$ ⑤ $\frac{21}{2}$

해설

한 근이 3 이므로 $x=3$ 을 대입하면

$9(m-1)-3(m^2+2m-2)+21=0$

$m^2-m-6=0,\ (m-3)(m+2)=0$

$\therefore\ m=3$ 또는 $m=-2$

i) $m=-2$ 이면 $-3x^2+2x+21=0$

$3x^2-2x-21=0,\ (3x+7)(x-3)=0$

$x=-\frac{7}{3}$ 또는 $x=3$ (한 근이 음수이므로 부적합)

ii) $m=3$ 이면 $2x^2-13x+21=0$

$(x-3)(2x-7)=0$

$x=3$ 또는 $x=\frac{7}{2}$ (두 근이 모두 양수이므로 적합)

따라서 $m=3$, 나머지 한 근은 $x=\frac{7}{2}$

$\therefore\ m+x=3+\frac{7}{2}=\frac{13}{2}$

34. 두 이차방정식 $ax^2-3x+b=0$, $bx^2-3x+a=0$ 이 같은 근을 가질 때, $a+b$ 의 값은? (단, $a \neq b$)

① -2　② 0　③ ± 1　④ ± 3　⑤ ± 5

해설

두 방정식의 같은 근(공통근)을 α 라 하면

$a\alpha^2-3\alpha+b=0 \cdots ①$

$b\alpha^2-3\alpha+a=0 \cdots ②$

① $-$ ②를 하면 $(a-b)\alpha^2-(a-b)=0$

$(a-b)(\alpha^2-1)=0$

$a \neq b$ 이므로 $\alpha^2-1=0 \therefore \alpha=\pm 1$

$\alpha=1$ 일 때, ① 또는 ②에 대입하면 $a+b=3$

$\alpha=-1$ 일 때, ① 또는 ②에 대입하면 $a+b=-3$

$\therefore a+b=\pm 3$

35. 다음 방정식 중에서 중근을 갖는 것의 개수는?

보기

㉠ $x^2-4x+4=0$　　㉡ $4x^2+12x+9=0$

㉢ $x^2-10x+25=0$　　㉣ $\frac{1}{4}x^2+x+1=0$

㉤ $9x^2-30x+25=0$

① 1 개　② 2 개　③ 3 개　④ 4 개　⑤ 5 개

해설

모두 중근을 갖는다.

㉠ $x^2-4x+4=0 \Rightarrow (x-2)^2=0$

$\therefore x=2$ (중근)

㉡ $4x^2+12x+9=0 \Rightarrow (2x+3)^2=0$

$\therefore x=-\frac{3}{2}$ (중근)

㉢ $x^2-10x+25=0 \Rightarrow (x-5)^2=0$

$\therefore x=5$ (중근)

㉣ $\frac{1}{4}x^2+x+1=0 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}x+1\right)^2=0$

$\therefore x=-2$ (중근)

㉤ $9x^2-30x+25=0 \Rightarrow (3x-5)^2=0$

$\therefore x=\frac{5}{3}$ (중근)

36. 다음 이차방정식의 근을 모두 고르면?

$(x-3)^2 = 25$

① 8 ② -8 ③ 2 ④ -2 ⑤ 5

해설

$x-3 = \pm\sqrt{25}, x = 3 \pm 5$
$\therefore x = 8$ 또는 $x = -2$

37. 이차방정식 $2x^2 - 7x + 2 = 0$ 의 두 근 중에서 큰 것을 m 이라 하면 $n < m < n+1$ 이다.
정수 n 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$2x^2 - 7x + 2 = 0, 2\left(x^2 - \frac{7}{2}x\right) = -2$

$2\left(x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{49}{16}\right) = -2 + \frac{49}{8}$

$2\left(x - \frac{7}{4}\right)^2 = \frac{33}{8}, \left(x - \frac{7}{4}\right)^2 = \frac{33}{16}$

$x = \frac{7}{4} \pm \frac{\sqrt{33}}{4}$

$\therefore m = \frac{7 + \sqrt{33}}{4}$

$5 < \sqrt{33} < 6$

$\frac{7+5}{4} < m < \frac{7+6}{4}, 3 < m < 3.25$

$3 < m < 4$

$\therefore n = 3$

38. 이차방정식 $3x^2 - 6x - 2 = 0$ 의 양의 근을 고르면?

① $x = \dfrac{3 \pm \sqrt{15}}{3}$ ② $x = \dfrac{3 + \sqrt{15}}{3}$ ③ $x = \dfrac{3 \pm \sqrt{3}}{3}$

④ $x = \dfrac{3 + \sqrt{3}}{3}$ ⑤ $x = \dfrac{3 - \sqrt{3}}{3}$

해설

근의 공식(짝수 공식)으로 풀면

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 3 \times (-2)}}{3} = \frac{3 \pm \sqrt{15}}{3}$$

$\therefore\ 3 < \sqrt{15}$ 이므로 양의 해는 $\dfrac{3 + \sqrt{15}}{3}$

39. 이차방정식 $x^2 + px + q = 0$ 의 두 근이 연속하는 정수이고, q 가 소수일 때, $p + q$ 의 값을 구하여라. (단 p 는 자연수)

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

두 근을 α, $\alpha + 1$ (α 는 정수) 이라 하면

$\alpha + (\alpha + 1) = 2\alpha + 1 = -p$,

$\alpha = \dfrac{-p - 1}{2} \cdots ㉠$

$\alpha(\alpha + 1) = q \cdots ㉡$

㉠을 ㉡에 대입하여

정리하면 $p^2 - 4q = 1 \cdots ㉢$

㉡으로부터 q 는 짝수가 됨을 알 수 있고 q 는 소수이므로 $q = 2$

$q = 2$ 를 ㉢에 대입하면 자연수 $p = 3$

$\therefore\ p = 3,\ q = 2$

$\therefore p + q = 3 + 2 = 5$

40. $x = 5 + 4\sqrt{3},\ y = a - 2\sqrt{3}$ 일 때, $x^2 + 4y^2 + 4xy + 4x + 8y = 5$ 를 만족시키는 a 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -7

해설

$x^2 + 4y^2 + 4xy + 4x + 8y = 5$
$(x + 2y)^2 + 4(x + 2y) - 5 = 0$
$(x + 2y - 1)(x + 2y + 5) = 0$
$x + 2y = 1$ 또는 $x + 2y = -5$
(i) $x + 2y = 1$ 일 때
$(5 + 4\sqrt{3}) + 2(a - 2\sqrt{3}) = 1$
$5 + 2a = 1$
$\therefore\ a = -2$
(ii) $x + 2y = -5$ 일 때
$5 + 2a = -5$
$\therefore\ a = -5$
(i), (ii)에서 $a = -2$ 또는 $a = -5$
$\therefore\ -2 - 5 = -7$

41. 한 개의 주사위를 두 번 던져 처음 나온 눈의 수를 m , 두 번째 나온 눈의 수를 k 라고 할 때,

이차방정식 $mx^2 + (k-2)x + 2 = 0$ 의 근이 중근이 되는 확률을 $\frac{b}{a}$ 라고 한다. $a+b$ 의 값을 구하여라.(단, a, b는 서로소)

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

주어진 이차방정식이 중근을 가지려면
$D = (k-2)^2 - 8m = 0$
$(k-2)^2 = 8m$ 이므로
$(m, k) = (2, 6)$ 이다.
확률은 $\frac{1}{36}$ 이다.
$\therefore\ a+b = 37$

42. 이차방정식 $2x^2 + px + q = 0$의 해가 $\frac{5+\sqrt{3}}{2}$, $\frac{5-\sqrt{3}}{2}$일 때, $p+q$, $2p+q$를 해로 갖고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2 - 8x - 9 = 0$　② $x^2 + 8x - 9 = 0$

③ $x^2 + 8x + 9 = 0$　④ $x^2 + x - 9 = 0$

⑤ $x^2 + x + 9 = 0$

해설

$\frac{5+\sqrt{3}}{2} + \frac{5-\sqrt{3}}{2} = 5 = -\frac{p}{2}$

$\left(\frac{5+\sqrt{3}}{2}\right) \times \left(\frac{5-\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{11}{2} = \frac{q}{2}$

$\therefore\ p = -10,\ q = 11$

따라서 $p+q = 1$, $2p+q = -9$ 이므로 1 과 -9 를 근으로 하고 x^2 의 계수가 1 인 이차방정식은 $(x-1)(x+9) = 0$

$\therefore\ x^2 + 8x - 9 = 0$

43. 이차방정식 $ax^2+bx-1=0$ 의 한 근이 $\dfrac{1-\sqrt{2}}{2}$ 일 때, 유리수 $a+b$ 의 값은?

① -8 ② -4 ③ 0 ④ 4 ⑤ 8

해설

한 근이 $\dfrac{1-\sqrt{2}}{2}$ 이므로 다른 한 근은 $\dfrac{1+\sqrt{2}}{2}$

근과 계수의 관계에서 두 근의 합은 $-\dfrac{b}{a}=1$

두 근의 곱은 $-\dfrac{1}{a}=-\dfrac{1}{4}$

$\therefore a=4$, $b=-4$

$\therefore a+b=0$

44. 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 의 근이 $-1,\ 2$ 이고, $bx^2+ax+1=0$ 의 두 근을 $\alpha,\ \beta$ 라고 할 때, $\alpha\beta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{1}{2}$

해설

두 근이 $-1,\ 2$ 이므로
$(x+1)(x-2)=0$
$x^2-x-2=0$
$\therefore\ a=-1,\ b=-2$
$-2x^2-x+1=0$ 의 두 근이 $\alpha,\ \beta$ 이므로 $\alpha\beta=-\frac{1}{2}$ 이다.

45. 이차방정식 $x^2-3x+1=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha+\frac{1}{\beta}, \beta+\frac{1}{\alpha}$ 을 두 근으로 하고, x^2 의 계수가 1 인 이차방정식은?

① $x^2+6x-2=0$ ② $x^2-6x+2=0$

③ $x^2+6x-4=0$ ④ $x^2-6x+4=0$

⑤ $x^2+6x-6=0$

해설

α, β 는 $x^2-3x+1=0$ 의 두 근이므로

$\alpha+\beta=3, \alpha\beta=1$

구하는 방정식의 두 근이 $\alpha+\frac{1}{\beta}, \beta+\frac{1}{\alpha}$ 이므로

$$\begin{aligned}(\text{두 근의 합}) &= \left(\alpha+\frac{1}{\beta}\right)+\left(\beta+\frac{1}{\alpha}\right)\\ &= \alpha+\beta+\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\\ &= \alpha+\beta+\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\text{두 근의 곱}) &= \left(\alpha+\frac{1}{\beta}\right)\left(\beta+\frac{1}{\alpha}\right)\\ &= \alpha\beta+2+\frac{1}{\alpha\beta}=4\end{aligned}$$

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2-6x+4=0$ 이다.

46. 원가가 A 원인 어떤 물건에 $x\%$ 의 이익을 붙여 정가를 매겼다가 다시 정가의 $x\%$ 를 할인하여 팔면 $\frac{A}{25}$ 원의 손해를 보게 된다. 이때 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 20

해설

원가 A 원에 $x\%$ 의 이익을 붙이면 정가는
$A\left(1+\frac{x}{100}\right)$ 원이고, 다시 정가의 $x\%$ 를 할인하면 판매가는
$A\left(1+\frac{x}{100}\right)\left(1-\frac{x}{100}\right)$ 원이다.
이때 $\frac{A}{25}$ 원의 손해를 보았으므로
(판매가) − (원가) $=-\frac{A}{25}$ 에서
$A\left(1+\frac{x}{100}\right)\left(1-\frac{x}{100}\right)-A=-\frac{A}{25}$
$A\left(1-\frac{x^2}{10000}\right)=\frac{24}{25}A$
$1-\frac{x^2}{10000}=\frac{24}{25}$
$\therefore\ x=\pm 20$
그런데 $x>0$ 이므로 $x=20$ 이다.

47. 어떤 자연수를 제곱해야 할 것을 잘못하여 2 배를 하였더니 제곱을 한 것보다 48 만큼 작아졌다. 어떤 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

어떤 수를 x라 하면
$x^2 = 2x + 48$
$x^2 - 2x - 48 = 0$
$x = -6$ 또는 $x = 8$
x는 자연수이므로 $x = 8$이다.

48. 지면에서 초속 25m 로 똑바로 위로 던진 공의 t 초 후의 높이를 hm 라고 하면 $h = 25t - 5t^2$ 인 관계가 있다고 한다. 공이 20m 이상의 높이에서 머무는 시간을 A 라고 할 때, A 의 값은?

① 1 초　② 2 초　③ 3 초　④ 4 초　⑤ 5 초

해설

$25t - 5t^2 = 20$

$5t^2 - 25t + 20 = 5(t^2 - 5t + 4) = 5(t-4)(t-1) = 0$

$\therefore\ t = 1,\ 4$

$\therefore A = 4 - 1 = 3$ (초)

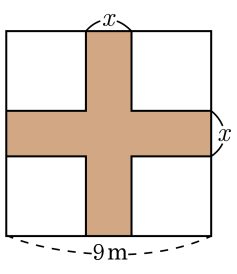
49. 다음 그림과 같이 가로가 3, 세로가 7 인 직사각형 모양의 사진이 있다. 이 사진의 둘레에 폭이 일정하게 종이를 붙일 때, 종이의 넓이가 24 라고 하면, 종이의 폭은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

종이의 폭을 x라 하면, 종이와 액자의 넓이의 합은
$(3+2x)(7+2x) = 21+24$
$4(x^2+5x-6) = 0$
$(x+6)(x-1) = 0$
$x > 0$이므로 $x = 1$

50. 다음 그림과 같이 한 변이 9 m 인 정사각형 모양의 땅이 있다. 이 땅에 넓이가 $32\,\mathrm{m}^2$ 인 십자형의 길을 만들려고 할 때, 길의 폭은?



① 1 m ② 2 m ③ 3 m

④ 4 m ⑤ 5 m

해설

$9x + 9x - x^2 = 32$

$(x-2)(x-16) = 0$

$\therefore\ x = 2\ (\because x < 9)$