

1. 이차방정식 $x^2 = \frac{(x-2)(x-3)}{2}$ 을 풀면?

① $x = 1$ 또는 $x = 3$

② $x = 2$ 또는 $x = 3$

③ $x = 1$ 또는 $x = -1$

④ $x = 5$ 또는 $x = 3$

⑤ $x = 1$ 또는 $x = -6$

해설

$$x^2 = \frac{(x-2)(x-3)}{2}$$

양변에 2를 곱하여 전개하면

$$2x^2 = x^2 - 5x + 6$$

$$x^2 + 5x - 6 = 0$$

$$(x+6)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = -6 \text{ 또는 } 1$$

2. 다음 이차방정식을 풀어라.

$2x(x+3)=x^2-1$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $-3+2\sqrt{2}$

▷ 정답 : $-3-2\sqrt{2}$

해설

$$2x^2+6x=x^2-1$$
$$x^2+6x+1=0$$

근의 공식을 이용하면

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{9-1}}{1}=-3\pm\sqrt{8}=-3\pm2\sqrt{2}\text{이다.}$$

3. 이차방정식 $x + 1 = (x - 5)^2$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은?

① 63

② 66

③ 69

④ 73

⑤ 76

해설

$$x + 1 = (x - 5)^2, x^2 - 11x + 24 = 0$$

근과 계수와의 관계에서 $\alpha + \beta = 11$, $\alpha\beta = 24$

$$\begin{aligned}\therefore \alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= 121 - 48 = 73\end{aligned}$$

4. 다음 등식 중에서 이차방정식이 아닌 것을 모두 고르면?

- $\neg$

$x^2 = 0$
- $\textcircled{\text{L}}$

$x^2 = 8x$
- $\textcircled{\text{E}}$

$x^2 + 4x = x - 3$
- $\textcircled{\text{E}}$

$(x - 2)^2 = 25$
- $\textcircled{\text{H}}$

$(x + 1)^2 + 4 = x^2$
- $\textcircled{\text{H}}$

$(x + 1)(x - 4) = x^2(x + 2)$

- ①

$\neg, \textcircled{\text{E}}$
- ②

$\textcircled{\text{L}}, \textcircled{\text{E}}$
- ③

$\neg, \textcircled{\text{E}}, \textcircled{\text{H}}$
- ④

$\textcircled{\text{H}}, \textcircled{\text{H}}$
- ⑤

$\textcircled{\text{E}}, \textcircled{\text{H}}$

해설

$\textcircled{\text{H}}$ $x^2 + 2x + 1 + 4 = x^2$
 $2x + 5 = 0$: 일차방정식

$\textcircled{\text{H}}$ $x^2 - 3x - 4 = x^3 + 2x^2$
 $x^3 + x^2 + 3x + 4 = 0$: 삼차방정식

5. x 의 값의 범위가 $\{x \mid 0 \leq x \leq 4\}$ 이고, x 는 정수일 때, 이차방정식 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 해를 a, b 라 하고, $x^2 - 3x + 2 = 0$ 의 해를 m, n 이라 할 때, $ab - (m + n)$ 을 구하면?

① 3 ② 6 ③ 8 ④ 9 ⑤ 12

해설

x 에 0, 1, 2, 3, 4를 대입하여 성립하는 것을 찾는다.
 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 에 대입하여 성립하는 것은 2, 3이므로 $ab = 6$ 이다. $x^2 - 3x + 2 = 0$ 에 대입하여 성립하는 것은 1, 2이므로 $m + n = 3$ 이다.
따라서 $ab - (m + n) = 6 - 3 = 3$ 이다.

6. 이차방정식 $ax^2 - (a+3)x + 3a = 0$ 의 한 근이 $x = -2$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{2}{3}$

해설

이차방정식 $ax^2 - (a+3)x + 3a = 0$ 에 $x = -2$ 를 대입하면,

$$4a + 2a + 6 + 3a = 0, 9a + 6 = 0$$

$$\therefore a = -\frac{2}{3}$$

7. 이차방정식 $3x^2 - 16x - ax + 4a + 15 = 0$ 이 정수의 근을 가질 때, 정수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 6$

▷ 정답 : $a = 10$

해설

주어진 식을 a 에 관하여 정리하면 $-a(x-4)+3x^2-16x+15=0$ 이다.

$$\begin{aligned} a &= \frac{3x^2-16x+15}{(x-4)(3x-4)-1} \\ &= \frac{x-4}{3x-4-\frac{1}{x-4}} \end{aligned}$$

a 는 정수이므로 $x-4=\pm 1$ 이다.

$x=3$ 또는 $x=5$ 이므로

(i) $x=3$ 일 때, $a=6$

(ii) $x=5$ 일 때, $a=10$ 이다.

8. x 에 대한 이차방정식 $(m-1)x^2 - (m^2+2m-2)x + 21 = 0$ 의 한 근이 3일 때, 두 근을 모두 양수가 되게 하는 m 의 값과 나머지 한 근의 합을 구하면?

- ① $\frac{13}{2}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{17}{2}$ ④ $\frac{19}{2}$ ⑤ $\frac{21}{2}$

해설

한 근이 3이므로 $x = 3$ 을 대입하면

$$9(m-1) - 3(m^2+2m-2) + 21 = 0$$

$$m^2 - m - 6 = 0, (m-3)(m+2) = 0$$

$$\therefore m = 3 \text{ 또는 } m = -2$$

i) $m = -2$ 이면 $-3x^2 + 2x + 21 = 0$

$$3x^2 - 2x - 21 = 0, (3x+7)(x-3) = 0$$

$$x = -\frac{7}{3} \text{ 또는 } x = 3 \text{ (한 근이 음수이므로 부적합)}$$

ii) $m = 3$ 이면 $2x^2 - 13x + 21 = 0$

$$(x-3)(2x-7) = 0$$

$$x = 3 \text{ 또는 } x = \frac{7}{2} \text{ (두 근이 모두 양수이므로 적합)}$$

$$\text{따라서 } m = 3, \text{ 나머지 한 근은 } x = \frac{7}{2}$$

$$\therefore m + x = 3 + \frac{7}{2} = \frac{13}{2}$$

9. 이차방정식 $x^2 + 4x - 3 = 0$ 의 두 근을 m, n 이라 할 때, 다음 보기중 옳은 것을 모두 골라 기호로 써라.

보기

㉠ $m^2 + n^2 = 22$

㉡ $(m - n)^2 = m^2 n^2$

㉢ $|n - m| \geq -3mn$

㉣ $\frac{n}{m} + \frac{m}{n} = -\frac{22}{3}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

해설

근과 계수의 관계에 의하여

$m + n = -4, mn = -3$ 이다.

㉠ : $m^2 + n^2 = (m + n)^2 - 2mn = 16 - 2(-3) = 22$

㉡ : $(m - n)^2 = (m + n)^2 - 4mn$
 $= (-4)^2 - 4(-3)$
 $= 16 + 12$
 $= 28 \neq m^2 n^2$

㉢ : ㉡에 의해

$|n - m| + 3mn = |\pm 2\sqrt{7}| - 9 < 0$

㉣ : $\frac{n}{m} + \frac{m}{n} = \frac{m^2 + n^2}{mn} = -\frac{22}{3}$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉢이다.

10. $2a^2x + ax - 15x = a + 3$ 을 만족하는 x 의 값이 없을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

$$2a^2x + ax - 15x = a + 3$$

$$(2a^2 + a - 15)x = a + 3$$

해가 없을 때이므로

$$2a^2 + a - 15 = 0, a + 3 \neq 0 \text{ 이다.}$$

$$2a^2 + a - 15 = 0, (a + 3)(2a - 5) = 0$$

$$a + 3 \neq 0 \text{ 이므로 } 2a - 5 = 0, a = \frac{5}{2} \text{ 이다.}$$