1. 다음 중 $AB = 0$ 이 아닌 것을 고르면?

① $A = 0, B = 0$ ② $A \neq 0, B \neq 0$ ③ $A = 0, B \neq 0$

④ $-A = B = 0$ ⑤ $A \neq 0, B = 0$

해설

$AB = 0$ 이면 $A = 0$ 또는 $B = 0$

2. x 에 관한 이차방정식 $x^2+3ax-2a=0$ 의 한 근이 1 일 때, 다른 한 근은?(단, a 는 상수)

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$x^2+3ax-2a=0$ 에 $x=1$ 을 대입하면
$1+3a-2a=0, a=-1$
$x^2-3x+2=0, (x-2)(x-1)=0$
$\therefore x=2$ 또는 $x=1$

3. 이차방정식 $2x^2-6x+1=0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha+\beta)^2=A$, $(\alpha-\beta)^2=B$ 이다. $A+B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=3$, $\alpha\beta=\frac{1}{2}$ 이므로, $(\alpha+\beta)^2=A=9$ 이다.

곱셈 공식에서

$(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$ 이므로

$(\alpha-\beta)^2=(3)^2-4\times\left(\frac{1}{2}\right)=7$

$B=7$ 이다.

따라서 $A+B=9+7=16$ 이다.

4. 다음 중 $\frac{3}{4}$, -5 를 두 근으로 갖는 이차방정식은?

① $\left(x+\frac{3}{4}\right)(x+5)=0$ ② $(3x-4)(x-5)=0$

③ $(4x-3)(x+5)=0$ ④ $(3x-4)(x-5)=0$

⑤ $\left(x+\frac{3}{4}\right)(x-5)=0$

해설

$\frac{3}{4}$, -5 를 대입하였을 때 성립하는 식은 ③이다.

5. 이차방정식 $x^2 - 3x + k = 0$의 근이 $x = 3 - \sqrt{2}$일 때, k의 값은?

① $\sqrt{2} - 2$　② $2\sqrt{2} - 2$　③ $3\sqrt{2} - 2$

④ $4\sqrt{2} - 2$　⑤ $5\sqrt{2} - 2$

해설

$x^2 - 3x + k = 0$ 의 한 근이 $x = 3 - \sqrt{2}$ 이므로,
$x = 3 - \sqrt{2}$를 $x^2 - 3x + k = 0$에 대입하면
$(3 - \sqrt{2})^2 - 3(3 - \sqrt{2}) + k = 0$
$9 - 6\sqrt{2} + 2 - 9 + 3\sqrt{2} + k = 0$
$-3\sqrt{2} + 2 + k = 0$
$\therefore\ k = -2 + 3\sqrt{2}$

6. 이차방정식 $x^2 - 4x - 3 = 0$의 두 근 사이에 있는 정수의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$x^2 - 4x - 3 = 0,\ x = 2 \pm \sqrt{7}$
$2 < \sqrt{7} < 3$ 이므로
$2 - \sqrt{7} = 0.\times\times\times,\ 2 + \sqrt{7} = 5.\times\times\times$
따라서 $2 - \sqrt{7}$ 과 $2 + \sqrt{7}$ 사이에 있는 정수는 0, 1, 2, 3, 4 이므로 $0 + 1 + 2 + 3 + 4 = 10$이다.

7. 이차방정식 $x^2 - 5x + 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 21

해설

$\alpha + \beta = 5$, $\alpha\beta = 2$ 이므로

$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$

$= 5^2 - 2 \times 2 = 25 - 4 = 21$

8. 이차방정식 $x^2 - 8x + 15 = 0$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, 다음 중 $a+2, b+2$ 를 두 근으로 갖는 이차항의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2 - 2x - 35 = 0$　② $x^2 + 2x - 35 = 0$

③ $x^2 - 12x + 35 = 0$　④ $x^2 + 12x + 35 = 0$

⑤ $x^2 - 4x - 30 = 0$

해설

$x^2 - 8x + 15 = 0$

$(x-5)(x-3) = 0$

$a = 5,\ b = 3$

$\therefore a+2 = 7,\ b+2 = 5$

따라서 5, 7을 두 근으로 하는 이차방정식은

$(x-7)(x-5) = 0$

$\therefore\ x^2 - 12x + 35 = 0$

9. 세 이차방정식 $x^2+8x+12=0$ 과 $2x^2+9x-18=0$, $2x^2+4mx-12m=0$ 이 공통근을 가질 때, m 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x^2+8x+12=0 \rightarrow (x+6)(x+2)=0$

$\therefore x=-6,\ -2$

$2x^2+9x-18=0 \rightarrow (x+6)(2x-3)=0$

$\therefore x=-6,\ \frac{3}{2}$

이므로 두 방정식의 공통근은 $x=-6$ 이다.

따라서 이차방정식 $2x^2+4mx-12m=0$ 도 근으로 -6 을 가지므로 $x=-6$ 을 대입하면

$2\times(-6)^2+4\times(-6)m-12m=0$

$36m=72$

$\therefore m=2$

10. $x^2-2ax+2a+6=0$ 의 두 근이 모두 정수일 때, 이를 만족하는 정수 a 의 값들의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

이차방정식이 정수가 되기 위해서는 근의 공식을 사용하였을 때 근호 안에 들어가는 b^2-4ac 이 완전제곱수이여야 한다.
$D/4=a^2-(2a+6)=k^2$ (단, k 는 정수)이므로
$a^2-2a+1-k^2=7$, $(a-1)^2-k^2=7$, $(a+k-1)(a-k-1)=7$
편의상 k 를 양의 정수라고 생각하면 $a+k-1 \geq a-k-1$ 이므로

$a+k-1$	7	-1
$a-k-1$	1	-7

$(a+k-1)+(a-k-1)=1+7$ 에서 $a=5$
$(a+k-1)+(a-k-1)=(-1)+(-7)$ 에서 $a=-3$
따라서 a 값들의 합은 $5+(-3)=2$ 이다.