

1. 다음 중 $AB = 0$ 이 아닌 것을 고르면?

① $A = 0, B = 0$

② $A \neq 0, B \neq 0$

③ $A = 0, B \neq 0$

④ $-A = B = 0$

⑤ $A \neq 0, B = 0$

해설

$AB = 0$ 이면 $A = 0$ 또는 $B = 0$

2. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + 3ax - 2a = 0$ 의 한 근이 1 일 때, 다른 한 근은?(단, a 는 상수)

① -3

② -2

③ -1

④ 2

⑤ 3

해설

$x^2 + 3ax - 2a = 0$ 에 $x = 1$ 을 대입하면

$$1 + 3a - 2a = 0, a = -1$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0, (x - 2)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 1$$

3. 이차방정식 $2x^2 - 6x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha + \beta)^2 = A$, $(\alpha - \beta)^2 = B$ 이다. $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = \frac{1}{2} \text{ 이므로, } (\alpha + \beta)^2 = A = 9 \text{ 이다.}$$

곱셈 공식에서

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta \text{ 이므로}$$

$$(\alpha - \beta)^2 = (3)^2 - 4 \times \left(\frac{1}{2}\right) = 7$$

$$B = 7 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } A + B = 9 + 7 = 16 \text{ 이다.}$$

4. 다음 중 $\frac{3}{4}$, -5 를 두 근으로 갖는 이차방정식은?

① $\left(x + \frac{3}{4}\right)(x + 5) = 0$

② $(3x - 4)(x - 5) = 0$

③ $(4x - 3)(x + 5) = 0$

④ $(3x - 4)(x - 5) = 0$

⑤ $\left(x + \frac{3}{4}\right)(x - 5) = 0$

해설

$\frac{3}{4}$, -5 를 대입하였을 때 성립하는 식은 ③이다.

5. 이차방정식 $x^2 - 3x + k = 0$ 의 근이 $x = 3 - \sqrt{2}$ 일 때, k 의 값은?

① $\sqrt{2} - 2$

② $2\sqrt{2} - 2$

③ $3\sqrt{2} - 2$

④ $4\sqrt{2} - 2$

⑤ $5\sqrt{2} - 2$

해설

$x^2 - 3x + k = 0$ 의 한 근이 $x = 3 - \sqrt{2}$ 이므로,

$x = 3 - \sqrt{2}$ 를 $x^2 - 3x + k = 0$ 에 대입하면

$$(3 - \sqrt{2})^2 - 3(3 - \sqrt{2}) + k = 0$$

$$9 - 6\sqrt{2} + 2 - 9 + 3\sqrt{2} + k = 0$$

$$-3\sqrt{2} + 2 + k = 0$$

$$\therefore k = -2 + 3\sqrt{2}$$

6. 이차방정식 $x^2 - 4x - 3 = 0$ 의 두 근 사이에 있는 정수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$x^2 - 4x - 3 = 0, x = 2 \pm \sqrt{7}$$

$2 < \sqrt{7} < 3$ 이므로

$$2 - \sqrt{7} = 0. \times \times \times, 2 + \sqrt{7} = 5. \times \times \times$$

따라서 $2 - \sqrt{7}$ 과 $2 + \sqrt{7}$ 사이에 있는 정수는 0, 1, 2, 3, 4
이므로 $0 + 1 + 2 + 3 + 4 = 10$ 이다.

7. 이차방정식 $x^2 - 5x + 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$\alpha + \beta = 5, \alpha\beta = 2 \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned}\alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= 5^2 - 2 \times 2 = 25 - 4 = 21\end{aligned}$$

8. 이차방정식 $x^2 - 8x + 15 = 0$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, 다음 중 $a + 2, b + 2$ 를 두 근으로 갖는 이차항의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2 - 2x - 35 = 0$

② $x^2 + 2x - 35 = 0$

③ $x^2 - 12x + 35 = 0$

④ $x^2 + 12x + 35 = 0$

⑤ $x^2 - 4x - 30 = 0$

해설

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$(x - 5)(x - 3) = 0$$

$$a = 5, b = 3$$

$$\therefore a + 2 = 7, b + 2 = 5$$

따라서 5, 7을 두 근으로 하는 이차방정식은

$$(x - 7)(x - 5) = 0$$

$$\therefore x^2 - 12x + 35 = 0$$

9. 세 이차방정식 $x^2+8x+12=0$ 과 $2x^2+9x-18=0$, $2x^2+4mx-12m=0$ 이 공통근을 가질 때, m 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$x^2 + 8x + 12 = 0 \rightarrow (x + 6)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = -6, -2$$

$$2x^2 + 9x - 18 = 0 \rightarrow (x + 6)(2x - 3) = 0$$

$$\therefore x = -6, \frac{3}{2}$$

이므로 두 방정식의 공통근은 $x = -6$ 이다.

따라서 이차방정식 $2x^2 + 4mx - 12m = 0$ 도
근으로 -6 을 가지므로 $x = -6$ 을 대입하면

$$2 \times (-6)^2 + 4 \times (-6)m - 12m = 0$$

$$36m = 72$$

$$\therefore m = 2$$

10. $x^2 - 2ax + 2a + 6 = 0$ 의 두 근이 모두 정수일 때, 이를 만족하는 정수 a 의 값들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

이차방정식이 정수가 되기 위해서는 근의 공식을 사용하였을 때 근호 안에 들어가는 $b^2 - 4ac$ 이 완전제곱수이어야 한다.

$D/4 = a^2 - (2a + 6) = k^2$ (단, k 는 정수) 이므로

$a^2 - 2a + 1 - k^2 = 7$, $(a-1)^2 - k^2 = 7$, $(a+k-1)(a-k-1) = 7$
편의상 k 를 양의 정수라고 생각하면 $a+k-1 \geq a-k-1$ 이므로

$a+k-1$	7	-1
$a-k-1$	1	-7

$(a+k-1) + (a-k-1) = 1 + 7$ 에서 $a = 5$

$(a+k-1) + (a-k-1) = (-1) + (-7)$ 에서 $a = -3$

따라서 a 값들의 합은 $5 + (-3) = 2$ 이다.