1. 1999×2001 의 값을 구하려 할 때, 가장 적절한 곱셈공식은?

① $m(a+b) = ma + mb$

② $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

③ $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

④ $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

⑤ $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$

해설

$$\begin{aligned} 1999 \times 2001 &= (2000-1) \times (2000+1) \\ &= 2000^2 - 1^2 \end{aligned}$$

2. $(a+b-c)(a-b+c)$를 전개하면?

① $a^2+b^2-c^2-2bc$

② $a^2-b^2+c^2-2bc$

③ $a^2+b^2-c^2+2ab$

④ $a^2-b^2-c^2+2bc$

⑤ $a^2-b^2-c^2-2ab$

해설

$(a+b-c)(a-b+c)$
$=\{a+(b-c)\}\{a-(b-c)\}$
$=a^2-(b-c)^2$
$=a^2-b^2-c^2+2bc$

3. $(a-b+c)(a-b-c)$를 전개하면?

① $-a^2+b^2-c^2+2ca$ ② $a^2-b^2+c^2+2ab$

③ $a^2+b^2+c^2+abc$ ④ $a^2-b^2-c^2+2bc$

⑤ $a^2+b^2-c^2-2ab$

해설

$(a-b+c)(a-b-c)$

$=\{(a-b)+c\}\{(a-b)-c\}$

$=(a-b)^2-c^2$

$=a^2+b^2-c^2-2ab$

4. 다항식 $6x^3-7x^2+17x-3$을 $3x-2$로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R이라 할 때, $Q(1)+R$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

$6x^3-7x^2+17x-3=(3x-2)Q(x)+R$
양변에 $x=1$을 대입하면, $13=Q(1)+R$
$\therefore\ Q(1)+R=13$

해설

$6x^3-7x^2+17x-3$를 $3x-2$로 직접 나누거나 조립제법을 이용하여 몫과 나머지를 구할 수 있다.

5. a, b는 정수이고, ax^3+bx^2+1이 x^2-x-1로 나누어 떨어질 때, b의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

전개했을 때 양변의 최고차항과 상수항이 같아야 하므로

ax^3+bx^2+1

$=(x^2-x-1)(ax-1)$

$=ax^3-(1+a)x^2+(1-a)x+1$

양변의 계수를 비교하면

$-(1+a)=b, 1-a=0$

$\therefore \quad a=1, b=-2$

6. 다항식 x^3+ax-8을 x^2+4x+b로 나눌 때, 나머지가 $3x+4$가 되도록 상수 $a+b$의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

x^3+ax-8을 x^2+4x+b로 직접나눈 나머지는

$(a-b+16)x+4b-8$

$(a-b+16)x+4b-8=3x+4 \cdots\cdots$ ㉠

㉠이 x에 대한 항등식이므로,

$a-b+16=3,\ 4b-8=4$

$\therefore\ a=-10,\ b=3$

$\therefore\ a+b=-7$

해설

$x^3+ax-8=(x^2+4x+b)(x+p)+3x+4$의 양변의 계수를 비교하여 $a=-10,\ b=3,\ p=-4$를 구해도 된다.

7. 다항식 $x^3 - 2x^2 + 5x - 6$을 일차식 $x-2$로 나눌 때의 나머지는?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 6$
$\quad = (x-2)Q(x) + R$

$\therefore\ f(2) = 2^3 - 2 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2 - 6$
$\quad = 8 - 8 + 10 - 6$
$\quad = 4$

$\therefore\ R = 4$

8. x에 관한 삼차식 x^3+mx^2+nx+1을 $x+1$로 나누면 나머지가 5이고, $x-2$로 나누면 나머지가 3이다. 이 때, 상수 $m-n$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

나머지 정리를 이용한다.
주어진 식에 $x=-1$, $x=2$를 각각 대입하면,
$(-1)^3+m(-1)^2+n(-1)+1=5 \cdots$ ㉠
$(2)^3+m(2)^2+n\cdot 2+1=3 \cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하면,
$m=\frac{2}{3},\ n=-\frac{13}{3}$
$\therefore\ m-n=5$

9. $x^3 - 2x^2 + a$ 가 $x + 3$ 로 나누어 떨어지도록 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a = 45$

해설

$f(-3) = (-3)^3 - 2(-3)^2 + a = a - 45 = 0$

$\therefore\ a = 45$

10. x에 대한 이차방정식 $x^2-6x+2k-1=0$이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 실수 k의 값의 범위는?

① $k<-2$ ② $-1<k<0$ ③ $-1<k<4$
④ $k<5$ ⑤ $0<k<5$

해설
$x^2-6x+2k-1=0$이 서로 다른 두 실근을 가지려면
$\frac{D}{4}=9-2k+1>0$ $\therefore 2k<10$ $\therefore k<5$

11. 이차방정식 $x^2+2x+k-3=0$이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 정수 k의 최대값은?

① -1　② 0　③ 1　④ 2　⑤ 3

해설

서로 다른 두 실근을 갖으려면 판별식이 0보다 커야 한다.

$D' = 1^2 - (k-3) > 0$

$\therefore\ k < 4$

$\therefore$ 최댓값은 3 ($\because\ k$는 정수)

12. x에 대한 이차방정식 $x^2+2(a+3)x+a^2+7=0$이 실근을 갖도록 하는 실수 a의 값의 범위는?

① $a \ge 0$　　② $-1 < a < 0$　　③ $-2 < a < 0$
④ $a \ge -\frac{1}{3}$　　⑤ $0 \le a \le \frac{1}{3}$

해설

주어진 이차방정식이 실근을 갖기 위해서는 판별식 $\frac{D}{4} \ge 0$이어야 하므로

$\frac{D}{4}=(a+3)^2-(a^2+7) \ge 0$

$a^2+6a+9-a^2-7 \ge 0$

$6a+2 \ge 0 \quad \therefore a \ge -\frac{1}{3}$

13. 이차방정식 $x^2-x(kx-5)+3=0$이 허근을 가질 때, 정수 k의 최댓값을 구하면?

① -3　　② -2　　③ -1　　④ 0　　⑤ 1

해설

$x^2-kx^2+5x+3=0$이 허근은 가지려면

$D=25-4\times 3(1-k)<0$

$25-12+12k<0$　　$\therefore 12k<-13$

$\therefore k<-\dfrac{13}{12}$ 이므로

정수 k의 최댓값은 -2

14. 이차방정식 $x^2+4x+k=0$이 허근을 가지도록 상수 k의 값의 범위를 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k>4$

해설

$\frac{D}{4}=2^2-k<0$

$\therefore\ k>4$

15. 이차방정식 $5x^2-6x+a-5=0$이 서로 다른 두 허근을 가질 때 정수 a의 최솟값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$D' = 9-5(a-5) = -5a+34 < 0$

$\therefore a > \dfrac{34}{5}$

16. 포물선 $y = -x^2 + kx$ 와 직선 $y = x + 1$ 이 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 k 의 범위는?

① $k > 2,\ k < -1$ ② $k > 3,\ k < -1$ ③ $k > 1,\ k < -1$
④ $k > 3,\ k < -2$ ⑤ $k > 3,\ k < -3$

해설

포물선과 직선이 다른 두 점에서 만나므로
$-x^2 + kx = x + 1, x^2 + (1 - k)x + 1 = 0$에서
$\mathrm{D} = (1 - \mathrm{k})^2 - 4 > 0$
$k^2 - 2k - 3 = (k - 3)(k + 1) > 0$
$\therefore k > 3$ 또는 $k < -1$

17. 이차함수 $y=x^2-4px+5-p$의 그래프가 다음 조건을 만족시키도록 p의 값 또는 p의 값의 범위를 정하여라.

(1) x축과 두 점에서 만날 때 (2) x축과 접할 때 (3) x축과 만나지 않을 때

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $p<-\frac{5}{4}$ 또는 $p>1$

▷ 정답 : $p=-\frac{5}{4}$ 또는 $p=1$

▷ 정답 : $-\frac{5}{4}<p<1$

해설

$y=x^2-4px+5-p$에서

$\frac{D}{4}=4p^2-(5-p)=4p^2+p-5=(4p+5)(p-1)$

(1) $\frac{D}{4}=(4p+5)(p-1)>0$이므로

$p>1$ 또는 $p<-\frac{5}{4}$

(2) $\frac{D}{4}=(4p+5)(p-1)=0$이므로

$p=1$ 또는 $p=-\frac{5}{4}$

(3) $\frac{D}{4}=(4p+5)(p-1)<0$이므로

$-\frac{5}{4}<p<1$

18. 이차함수 $y = x^2 - 2ax - 2b^2 - 4a + 4b - 6$ 의 그래프가 x축에 접할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, a, b는 실수)

① 2 ② 5 ③ 8 ④ 10 ⑤ 13

해설

$x^2 - 2ax - 2b^2 - 4a + 4b - 6 = 0$에서

$\frac{D}{4} = a^2 - (-2b^2 - 4a + 4b - 6) = 0$

$\therefore (a+2)^2 + 2(b-1)^2 = 0$

이 때, a, b가 실수이므로 $a + 2 = 0, b - 1 = 0$

따라서 $a = -2, b = 1$이므로

$a^2 + b^2 = 5$

19. 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$가 $f(1) = f(3) = 8$이고 최솟값 5를 가질 때, 상수 a, b, c에 대하여 $a + b + c$의 값을 구하면?

① 6　② 7　③ 8　④ 9　⑤ 10

해설

꼭짓점의 좌표가 (2, 5)이므로
이차함수는 $f(x) = a(x-2)^2 + 5$ 라고 할 수 있다.
$f(3) = 8$이므로 $x = 3$, $y = 8$을 대입하면
$a + 5 = 8 \quad \therefore\ a = 3$ 이므로
$f(x) = 3(x-2)^2 + 5 = 3x^2 - 12x + 17$
$\therefore\ a + b + c = 8$

20. 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 가 $x = -1$ 에서 최댓값 7 을 갖고, $f(2) = -2$ 를 만족할 때, 상수 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 3　② 7　③ 11　④ −3　⑤ −5

해설

$f(x) = a(x+1)^2 + 7, f(2) = -2$
$\Rightarrow 3^2 \times a + 7 = -2, a = -1$
$\therefore\ f(x) = -(x+1)^2 + 7 = -x^2 - 2x + 6$
따라서 $a + b + c = 3$

21. 이차함수 $y = -3x^2 - 6x + k$ 의 최댓값이 $\frac{5}{2}$일 때, 상수 k의 값을 구하면?

① $-\frac{1}{2}$ ② 0 ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$y = -3x^2 - 6x + k = -3(x^2 + 2x + 1) + k + 3 = -3(x+1)^2 + k + 3$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-1, k+3)$ 이다.
주어진 함수는 위로 볼록한 함수이므로 꼭짓점의 y 의 값이 최댓값이 된다.
$\therefore\ k + 3 = \frac{5}{2} \quad \therefore\ k = -\frac{1}{2}$

22. 다음 등식 $a(x-1)(x-2)+bx(x-2)+cx(x-1)=2x^2-3x-2$가 x의 값에 관계없이 항상 성립할 때, abc의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

양변에 $x=0$을 대입하면, $2a=-2$

$\therefore\ a=-1$

양변에 $x=1$을 대입하면, $-b=-3$

$\therefore\ b=3$

양변에 $x=2$을 대입하면, $2c=0$

$\therefore\ c=0$

$\therefore\ abc=0$

23. 등식 $2x^2+10x-18=a(x-2)(x+3)+bx(x-2)+cx(x+3)$ 이 x 에 대한 항등식이 되도록 상수 a, b, c 의 값을 정할 때, $a-b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

양변에 $x=0$ 을 대입하면,
$-18=-6a \quad \therefore\ a=3$
양변에 $x=2$ 를 대입하면
$10=10c\ \therefore\ c=1$
양변에 $x=-3$ 을 대입하면,
$-30=15b,\ \therefore\ b=-2$
$\therefore\ a-b+c=3+2+1=6$

24. 등식 $2x^2-3x-1=a(x-1)(x-2)+bx(x-1)+cx(x-2)$이 x에 관한 항등식이 되도록 할 때, $a+b+c$의 값은?

① 0　② 1　③ 2　④ 3　⑤ 4

해설

수치대입법을 이용한다.

$x=0$ 대입, $a=-\frac{1}{2}$

$x=2$ 대입, $b=\frac{1}{2}$

$x=1$ 대입, $c=2$

$\therefore\ a+b+c=-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+2=2$

25. $1 < x < 4$일 때, 방정식 $x^2 + [x] = 4x$의 근의 개수는?(단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대 정수이다.)

① 1 개　② 2 개　③ 3 개　④ 4 개　⑤ 5 개

해설

(i) $1 < x < 2$일 때, $[x] = 1$이므로
$x^2 - 4x + 1 = 0 \quad \therefore x = 2 \pm \sqrt{3}$
이것은 모두 $1 < x < 2$를 만족하지 않으므로
근이 될 수 없다.
(ii) $2 \leq x < 3$일 때, $[x] = 2$이므로
$x^2 - 4x + 2 = 0, \ \therefore x = 2 \pm \sqrt{2}$
이것은 모두 $2 \leq x < 3$를 만족하지 않으므로
근이 될 수 없다.
(iii) $3 \leq x < 4$일 때, $[x] = 3$이므로
$x^2 - 4x + 3 = 0, \ (x-1)(x-3) = 0$
$\therefore x = 1$ 또는 3
그런데 $3 \leq x < 4$를 만족하는 것은 $x = 3$
따라서 주어진 식의 근은 1 개이다.

26. $[x]$는 x를 넘지 않는 최대의 정수를 나타낸다. $0 \le x < 2$일 때, $4[x]x^2 - 4x - 1 = 0$의 해를 α라 하면 2α의 값은?

① $\sqrt{2}-1$ ② $\sqrt{2}+1$ ③ $\sqrt{3}+2$
④ $\sqrt{3}-1$ ⑤ $\sqrt{3}-2$

해설

(i) $0 \le x < 1$일 때, $[x]=0$이므로
$-4x-1=0$
$\therefore\ x=-\frac{1}{4}$(부적합)
(ii) $1 \le x < 2$일 때, $[x]=1$이므로
$4x^2-4x-1=0$
$\therefore\ x=\frac{1\pm\sqrt{2}}{2}$
$1 \le x < 2$이므로 $x=\frac{\sqrt{2}+1}{2}$
$\therefore\ 2\alpha=\sqrt{2}+1$

27. 이차방정식 $2[x]^2 + 3[x] + 1 = 0$의 해를 구하여라. (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① $-1 \le x < 0$ ② $-1 \le x < 1$ ③ $-1 \le x < 2$
④ $0 \le x < 1$ ⑤ $0 \le x < 2$

해설

$2[x]^2 + 3[x] + 1 = ([x] + 1)(2[x] + 1) = 0$이므로

$[x] = -1$ 또는 $[x] = -\frac{1}{2}$

그런데 $[x]$은 정수이므로 $[x] = -1$

$\therefore -1 \le x < 0$

28. $y = x^2 - (a^2 - 4a + 3)x + a^2 + 2$ 와 $y = x$ 의 두 교점이 원점에 관하여 대칭이다. 이 때, a 의 값을 구하면?

① 4 ② 2 ③ -4 ④ -2 ⑤ 3

해설

$y = x^2 - (a^2 - 4a + 3)x + a^2 + 2$

$y = x$ 의 교점은 $x^2 - (a^2 - 4a + 3)x + a^2 + 2 = x$

$x^2 - (a^2 - 4a + 4)x + a^2 + 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라면

두 근이 원점에 대칭이므로 중점은 원점이다.

$\therefore \dfrac{\alpha + \beta}{2} = \dfrac{(a-2)^2}{2} = 0$

$\therefore a = 2$

29. 이차함수 $y = 2x^2 - 3x + 1$ 의 그래프와 직선 $y = ax + b$ 의 두 교점의 x 좌표가 각각 $1,\ 5$ 일 때, 상수 $a,\ b$ 의 곱 ab 의 값은?

① -81　② -45　③ 0　④ 5　⑤ 14

해설

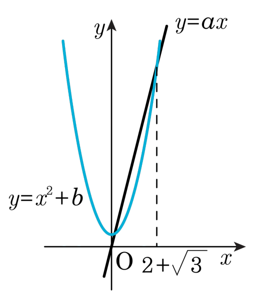
이차방정식 $2x^2 - 3x + 1 = ax + b$, 즉 $2x^2 - (3+a)x + 1 - b = 0$ 의 두 근이 $1,\ 5$ 이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$1 + 5 = \frac{3+a}{2},\ 1 \times 5 = \frac{1-b}{2}$

$\therefore a = 9,\ b = -9$

$\therefore ab = -81$

30. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = x^2 + b$ 의 그래프와 직선 $y = ax$ 가 서로 두 점에서 만나고, 한 교점의 x 좌표가 $2 + \sqrt{3}$ 일 때, $a + b$ 의 값은?(단, $a + b$ 는 유리수)



① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

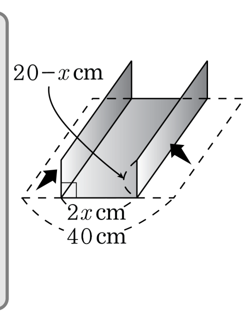
$x^2 + b = ax$,
즉 $x^2 - ax + b = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 이다.
이때, a, b 는 모두 유리수이므로
방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 이면
다른 한 근은 $2 - \sqrt{3}$ 이다.
따라서 근과 계수와의 관계에 의하여
$a = (2 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3}) = 4$,
$b = (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 1$
$\therefore\ a + b = 5$

31. 너비가 40 cm 인 철판의 양쪽을 접어 단면이 직사각형인 물받이를 만들려고 한다. 단면의 넓이가 최대가 될 때, 높이를 구하면?

① 10 ② 8 ③ 6 ④ 4 ⑤ 2

해설

직사각형의 가로를 $2x$ 라 하면 세로는 $20-x$ 이다.
단면의 넓이는
$2x(20-x) = -2x^2+40x = -2(x^2-20x+200)+100 = -2(x-10)^2+200$
$\therefore\ x=10$ 일 때 넓이가 최대이다.



32. 직각을 낀 두 변의 길이 x, y의 합이 10이고 넓이가 8 이상인 직각삼각형이 있을 때, 다음 물음에 알맞게 답한 것을 고르면?

(1) x의 값의 범위를 구하여라. (2) 빗변의 길이를 z라 할 때, z^2을 x에 관한 식으로 나타내어라. (3) z^2의 최댓값과 최솟값을 구하여라.

① (1) $2 \le x \le 9$, (2) $2x^2 - 20x + 100$, (3) 68, 52

② (1) $1 \le x \le 8$, (2) $2x^2 - 20x + 100$, (3) 68, 51

③ (1) $2 \le x \le 8$, (2) $2x^2 - 20x + 100$, (3) 68, 50

④ (1) $2 \le x \le 8$, (2) $x^2 - 20x + 100$, (3) 69, 52

⑤ (1) $2 \le x \le 8$, (2) $x^2 - 20x + 100$, (3) 69, 50

해설

(1) $x + y = 10$에서 $y = 10 - x$이고
삼각형의 넓이가 8 이상이므로
$\frac{1}{2}xy \ge 8,\ \frac{1}{2}x(10 - x) \ge 8$
$x^2 - 10x + 16 \le 0,\ (x-2)(x-8) \le 0$
$\therefore 2 \le x \le 8$

(2) 피타고라스의 정리에 의해
$z^2 = x^2 + y^2 = x^2 + (10 - x)^2$
$= 2x^2 - 20x + 100$

(3) $z^2 = 2x^2 - 20x + 100 = 2(x-5)^2 + 50$
이 때, $2 \le x \le 8$이므로 z^2은 $x = 5$일 때
최솟값 50 , $x = 2$ 또는 $x = 8$일 때
최댓값 68을 갖는다.

33. 둘레의 길이가 40 cm 인 부채꼴의 넓이가 최대가 될 때, 반지름의 길이 및 최대 넓이 S 를 구하여라.

▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}$ cm^2

▷ 정답 : 100 cm^2

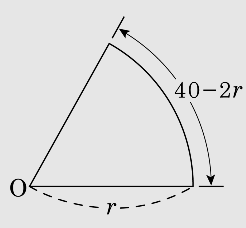
해설

부채꼴의 반지름의 길이를 $r$cm 라 하면

$$S = \frac{1}{2} \times r \times (40 - 2r) = r(20 - r)$$
$$= -r^2 + 20r = -(r - 10)^2 + 100$$

한편 $r > 0$ 이고 $40 - 2r > 0$ 이므로 $0 < r < 20$

따라서 $y = 10$ 일 때 최대 넓이는 $100\mathrm{m}^2$ 이다.



34. 등식 $(2k+1)y-(k+3)x+10=0$ 이 k 의 값에 관계없이 항상 성립하도록 하는 상수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

(준식)$=(y-3x+10)+(2y-x)k=0$

$\therefore 2y=x, y-3x=-10$

$\therefore x=4, y=2$

$\therefore x+y=6$

35. x에 관계없이 $\frac{x-a}{2x-b}$가 항상 일정한 값을 가질 때, 상수 a, b에 대하여 $\frac{b}{a}$의 값은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

$\frac{x-a}{2x-b}=k$라 놓으면,

$(2k-1)x+(a-bk)=0$

$\therefore\ 2k-1=0,\ a=bk$이므로

$k=\frac{1}{2},\ a=\frac{1}{2}b$이다.

$\therefore\ \frac{b}{a}=2$

36. k의 값에 관계없이 $(3k^2+2k)x-(k+1)y-(k^2-1)z$의 값이 항상 1일 때, $x+y+z$의 값은?

① -3 ② 0 ③ 3 ④ 6 ⑤ 8

해설

주어진 식을 k에 대하여 정리하면

$k^2(3x-z)+k(2x-y)-(y-z)=1$

위 식이 k의 값에 관계없이 성립하므로 k에 대한 항등식이다.

$$\begin{cases} 3x-z=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x-y=0 & \cdots\cdots ㉡ \\ z-y=1 & \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$$

㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면

$x=1,\ y=2,\ z=3$

$\therefore\ x+y+z=6$

37. 다항식 $f(x)=x^3+2x^2-x+k$가 일차식 $x-1$을 인수로 가질 때, 이 다항식 $f(x)$를 인수분해 하면?

① $(x-2)(x-1)(x+1)$
② $(x-1)x(x+2)$
③ $(x+1)(x-1)(x+2)$
④ $(x-2)(x-1)(x+2)$
⑤ $(x-2)(x+1)(x+2)$

해설

$f(x)=(x-1)Q(x) \quad \Rightarrow \quad f(1)=0$

$\therefore\ f(1)=2+k=0, \qquad \therefore\ k=-2$

즉, $f(x)=x^3+2x^2-x-2$

$\qquad\quad =(x-1)(x+1)(x+2)$

38. 다항식 $ax^3 + bx^2 - 4$ 가 $x^2 + x - 2$로 나누어 떨어지도록 a, b를 정할 때, a와 b의 곱을 구하면?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$$ax^3 + bx^2 - 4 = (x^2 + x - 2)Q(x)$$
$$= (x-1)(x+2)Q(x)$$

양변에 $x = 1, x = -2$ 를 각각 대입하면

$a + b - 4 = 0,\ -8a + 4b - 4 = 0$

두 식을 연립하여 풀면 $a = 1,\ b = 3$

$\therefore\ ab = 3$

해설

$ax^3 + bx^2 - 4 = (x^2 + x - 2)(ax + 2)$

우변을 전개하여 계수를 비교하면

$a = 1,\ b = 3\ \therefore\ ab = 3$

39. x^3 의 항의 계수가 1 인 삼차 다항식 $P(x)$ 가 $P(1)=P(2)=P(3)=0$ 을 만족할 때, $P(4)$ 의 값은?

① 4　　② 6　　③ 8　　④ 10　　⑤ 12

해설

인수정리에 의해
$P(x)=(x-1)(x-2)(x-3)$
$P(4)=3\times2\times1=6$

40. 함수 $y = (x^2 - 2x + 3)^2 - 2(x^2 - 2x + 3) + 1$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$t = x^2 - 2x + 3$ 으로 놓으면
$y = t^2 - 2t + 1 = (t-1)^2 \cdots$ ㉠
또, $t = (x-1)^2 + 2$ 이므로
$t \geq 2 \cdots$ ㉡
㉡의 범위에서 ㉠의 최솟값은
$t = 2$일 때 1이다.

41. 함수 $f(x) = x^2 - 4x + 2$ 에 대하여 $1 \le x \le 4$ 에서 $f(f(x))$ 의 최솟값은?

① -6 ② -5 ③ -4 ④ -3 ⑤ -2

해설

$f(x) = x^2 - 4x + 2 = (x-2)^2 - 2$
$1 \le x \le 4$ 에서 $-2 \le f(x) \le 2$ 이므로
$f(x) = t$ 로 놓으면

$$\begin{aligned} f(f(x)) &= f(t) = t^2 - 4t + 2 \\ &= (t-2)^2 - 2(-2 \le t \le 2) \end{aligned}$$

따라서, $t = 2$ 일 때 최솟값은 -2 이다.

42. 두 함수 $f(x) = x^2 - 6x - 5$, $g(x) = 3x + 2$ 에 대하여 $F(x) = f(g(x))$ 라 정의하자.
$-2 \le x \le 3$ 에서 $F(x)$ 의 최댓값을 M, 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

① 48 ② 56 ③ 64 ④ 72 ⑤ 80

해설

$t = g(x) = 3x + 2$ 라 놓으면
$-2 \le x \le 3$ 에서 $-4 \le t \le 11 \cdots$ ㉠
$F(x) = f(t) = t^2 - 6t - 5 = (t-3)^2 - 14$
㉠의 범위에서
$t = 3$ 일 때 $m = -14$
$t = 11$ 일 때 $M = 50$
$\therefore\ M - m = 50 - (-14) = 64$