

1. 다음은 이차방정식의 해를 구한 것이다. 옳지 않은 것은?

- ① $2x^2 - 4x + 1 = 0, x = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{2}$
② $2x^2 - 6x - 5 = 0, x = \frac{3 \pm \sqrt{19}}{2}$
③ $x^2 - 2x - 2 = 0, x = 1 \pm \sqrt{3}$
④ $x^2 + 2x - 11 = 0, x = \frac{-1 \pm \sqrt{15}}{2}$
⑤ $2x^2 - 5x + 1 = 0, x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{4}$

해설

④ $x = -1 \pm 2\sqrt{3}$

2. 이차방정식 $9x^2 - 6x - 1 = 0$ 을 풀면?

- ① $x = \frac{1}{3}$ (중근) ② $x = -\frac{1}{3}$ (중근) ③ $x = \frac{6 \pm \sqrt{2}}{18}$
④ $x = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{6}$ ⑤ $x = \frac{1 \pm \sqrt{2}}{3}$

해설

$ax^2 + 2b'x + c = 0 (a \neq 0)$ 에서

$x = \frac{-b' \pm \sqrt{b'^2 - ac}}{a}$ 이다.

$\therefore x = \frac{1 \pm \sqrt{2}}{3}$

3. 다음은 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= 0 \\ x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \\ x^2 + \frac{b}{a}x + \textcircled{1} &= -\frac{c}{a} + \textcircled{1} \\ (x + \textcircled{2})^2 &= \textcircled{3} \\ x &= \textcircled{4} \pm \textcircled{5} \end{aligned}$$

① $\frac{b^2}{4a^2}$ ② $\frac{b}{2a}$ ③ $\frac{b^2 - 4ac}{2a}$
④ $-\frac{b}{2a}$ ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

해설

$ax^2 + bx + c = 0 \leftarrow$ 양변을 a 로 나눈다.
 $x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a} \leftarrow$ 양변에 $\left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2}$ 을 더한다.
 $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$
 $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$
 $x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
 $\therefore$ ③이 잘못되었다.

4. 다음은 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$ ($a \neq 0$)을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2 - ac \geq 0$)

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \ (a \neq 0)$$
$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$$
$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \textcircled{1} = -\frac{c}{a} + \textcircled{1}$$
$$(x + \textcircled{2})^2 = \textcircled{3}$$
$$x = \textcircled{4} \pm \textcircled{5}$$

① $\frac{b^2}{a^2}$

② $\frac{b}{a}$

③ $\frac{b^2 - ac}{a^2}$

④ $-\frac{b}{a}$

⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

해설

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \ (a \neq 0)$$

양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a},$$

양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$$
$$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$$
$$x + \frac{b}{a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$
$$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

∴ ⑤가 잘못 되었다.

5. 이차방정식 $2x^2 - 5x + 2 = 0$ 의 두 근의 합이 $x^2 - kx - 20 = 0$ 의 근일 때 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{11}{2}$

해설

$2x^2 - 5x + 2 = 0$ 의 두 근은 $x = \frac{1}{2}, 2$ 이므로 합은 $\frac{5}{2}$ 이고

이것이 $x^2 - kx - 20 = 0$ 의 근이므로 $\frac{25}{4} - \frac{5}{2}k - 20 = 0, \frac{5}{2}k = -\frac{55}{4}$

$\therefore k = -\frac{11}{2}$

6. 이차방정식 $2x^2 - 8x + 3 = 0$ 을 풀면 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 이다. $Ax^2 - Bx + 4 = 0$ 의 해는?

① $2, \frac{1}{2}$

② $-3, \frac{1}{3}$

③ $-2, 3$

④ $2, 3$

⑤ $-3, \frac{1}{2}$

해설

$2x^2 - 8x + 3 = 0$ 을 풀면

$x = \frac{4 \pm \sqrt{10}}{2}$ 이다.

$A = 4, B = 10$ 을

$Ax^2 - Bx + 4 = 0$ 에 대입하면

$$4x^2 - 10x + 4 = 0$$

$$2x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$(x - 2)(2x - 1) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = \frac{1}{2}$$

7. 이차방정식 $2x^2 - 6x + 3 = 0$ 의 근이 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 일 때, $A + B$ 의 값을 구하여라. (단, A, B 는 유리수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 24}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore A = 3, B = 3$$

$$\therefore A + B = 6$$

8. 두 수 $a, b(a < b)$ 에 대하여 $(a-b)^2 + 2(a-b) - 15 = 0$ 의 관계가 성립한다고 한다. $a+b=7$ 일 때, ab 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$a-b=t$ 로 치환하면

$$t^2 + 2t - 15 = 0$$

$$(t+5)(t-3) = 0$$

$$\therefore t = -5 \text{ 또는 } t = 3$$

$$a < b \text{ 이므로 } t = a - b = -5$$

$$a + b = 7 \text{ 이므로 두 식을 연립하면 } a = 1, b = 6$$

$$\therefore ab = 6$$

9. 이차방정식 $5(x-1)^2 - 3 = 2(x-1)$ 의 두 근을 α, β 라 할 때 $\frac{\alpha}{\beta}$ 의 값은? (단, $\alpha > \beta$)

① 1

② 6

③ 5

④ 4

⑤ -2

해설

$$x-1=t \text{라 하면}$$

$$5t^2-2t-3=0$$

$$(5t+3)(t-1)=0$$

$$t=-\frac{3}{5} \text{ 또는 } t=1$$

$$\therefore x=\frac{2}{5} \text{ 또는 } x=2$$

$$\alpha=2, \beta=\frac{2}{5} (\because \alpha > \beta)$$

$$\therefore \frac{\alpha}{\beta} = \frac{2}{\frac{2}{5}} = 5$$

10. $(x+y)(x+y-3)-28=0$ 일 때, $x+y$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x+y=7$

▷ 정답 : $x+y=-4$

해설

$x+y=A$ 라고 하면

$A(A-3)-28=0$

$A^2-3A-28=0$

$(A-7)(A+4)=0$

$\therefore x+y=7$ 또는 $x+y=-4$

11. 이차방정식 $(x+1)^2 - (x+1) = 6$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 2$

▷ 정답 : $x = -3$

해설

$$(x+1)^2 - (x+1) = 6$$

$x+1 = A$ 라고 하면

$$A^2 - A - 6 = 0$$

$$(A-3)(A+2) = 0$$

$$(x+1-3)(x+1+2) = 0$$

$$(x-2)(x+3) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = -3$$

12. $(x-y)(x-y-3)-18=0$ 일 때, $x-y$ 의 값을 구하여라. (단, $x>y$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$(x-y)(x-y-3)-18=0,$$

$x-y=A$ 로 치환하면

$$A(A-3)-18=0,$$

$$A^2-3A-18=0,$$

$$(A-6)(A+3)=0,$$

$A=6$ 또는 $A=-3$ 이다.

$x>y$ 이므로 $x-y=6$ 이다.

13. 이차방정식 $(x+2)^2 - 8 = 2(x+2)$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha\beta$ 의 값을 구하여라. (단, $\alpha > \beta$)

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

$$x+2=t \text{로 치환하면 } t^2-2t-8=0$$

$$(t-4)(t+2)=0$$

$$t=4 \text{ 또는 } t=-2$$

$$\therefore x=2 \text{ 또는 } x=-4$$

$$\therefore \alpha\beta=2 \times (-4) = -8$$

14. $(x + y + 4)(x + y) = 12$ 일 때, $x + y$ 의 값의 합을 구하면?

① 2

② -4

③ -6

④ -8

⑤ 10

해설

$A = x + y$ 라 하면

$(A + 4)A = 12$

$A^2 + 4A - 12 = 0$

$(A - 2)(A + 6) = 0$

$\therefore A = 2$ 또는 $A = -6$

따라서 $x + y$ 의 값의 합은 $2 + (-6) = -4$ 이다.

15. 이차방정식 $2x^2 + bx + c = 0$ 의 근을 $x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$ 이라 할 때,
이차방정식 $2x^2 - bx - c = 0$ 의 두 근의 합은?

- ① $-\frac{3}{2}$ ② -3 ③ -4 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 1

해설

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 8c}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4} \text{ 이므로}$$

$$b = 3, c = -1$$

$$\therefore 2x^2 - 3x + 1 = 0, (2x - 1)(x - 1) = 0$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 1$$

따라서 두 근의 합은 $\frac{3}{2}$ 이다.