

1. 두 다항식  $A, B$ 에 대하여 연산  $A \ominus B$ 와  $A \otimes B$ 을 다음과 같이 정의하기로 한다.

$$A \ominus B = A - 3B, \quad A \otimes B = (A + B)B$$

$$P = 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2 - y^3, \quad Q = x^3 + x^2y + xy^2 \text{ 이라 할 때,}$$

$(P \ominus Q) \otimes Q$ 를  $x, y$ 에 관한 다항식으로 나타내면?

- ①  $x^4y^2 + xy^5$       ②  $x^4y^2 - xy^5$       ③  $x^3y^2 - xy^4$   
 ④  $x^3y^2 + xy^4$       ⑤  $2x^3y^2 - xy^4$

**해설**

정의에 따라  $(P \ominus Q) \otimes Q$ 를 변형하면

$$\begin{aligned} (P \ominus Q) \otimes Q &= (P - 3Q) \otimes Q \\ &= (P - 3Q + Q)Q \\ &= (P - 2Q)Q \quad \dots \text{ ①} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P - 2Q &= 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2 - y^3 - 2(x^3 + x^2y + xy^2) \\ &= xy^2 - y^3 \end{aligned}$$

이므로 ①식은

$$\begin{aligned} (P \ominus Q) \otimes Q &= (xy^2 - y^3)(x^3 + x^2y + xy^2) \\ &= x^4y^2 + x^3y^3 + x^2y^4 - x^3y^3 \\ &\quad - x^2y^4 - xy^5 \\ &= x^4y^2 - xy^5 \end{aligned}$$

2. 다항식  $x^3+ax-8$ 을  $x^2+4x+b$ 로 나눌 때, 나머지가  $3x+4$ 가 되도록 상수  $a+b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $-7$

해설

$x^3+ax-8$ 을  $x^2+4x+b$ 로 직접나눈 나머지는  
 $(a-b+16)x+4b-8$   
 $(a-b+16)x+4b-8=3x+4\cdots\cdots\text{㉠}$   
㉠이  $x$ 에 대한 항등식이므로,  
 $a-b+16=3, 4b-8=4$   
 $\therefore a=-10, b=3$   
 $\therefore a+b=-7$

해설

$x^3+ax-8=(x^2+4x+b)(x+p)+3x+4$ 의 양변의 계수를 비교하여  $a=-10, b=3, p=-4$ 를 구해도 된다.

3. 다항식  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 6$ 을  $x - 2$ ,  $x - 1$ 로 나누었을 때의 나머지를 각각  $a, b$ 라 할 때,  $a + b$ 의 값은?

① -8      ② -2      ③ -16      ④ 4      ⑤ 2

해설

$$f(x) = (x-2)Q(x) + a$$

$$f(x) = (x-1)Q'(x) + b$$

$$f(2) = 4 = a, f(1) = -2 = b$$

$$\therefore a + b = 2$$

4. 다항식  $ax^3 + bx^2 - 4$  가  $x^2 + x - 2$ 로 나누어 떨어지도록  $a, b$ 를 정할 때,  $a$ 와  $b$ 의 곱을 구하면?

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} ax^3 + bx^2 - 4 &= (x^2 + x - 2)Q(x) \\ &= (x-1)(x+2)Q(x) \end{aligned}$$

양변에  $x=1, x=-2$ 를 각각 대입하면  
 $a+b-4=0, -8a+4b-4=0$   
두 식을 연립하여 풀면  $a=1, b=3$   
 $\therefore ab=3$

해설

$$\begin{aligned} ax^3 + bx^2 - 4 &= (x^2 + x - 2)(ax + 2) \end{aligned}$$

우변을 전개하여 계수를 비교하면  
 $a=1, b=3 \therefore ab=3$

5. 다항식  $(x-1)^3 + 27$ 을 바르게 인수분해한 것은?

①  $(x-1)(x^2+3)$

②  $(x-1)(x^2-x-2)$

③  $(x-1)(x^2+3x+3)$

④  $(x+2)(x^2+x+7)$

⑤  $(x+2)(x^2-5x+13)$

해설

$x-1$ 을  $A$ 로 치환하면

$$\text{준식} = A^3 + 27 = (A+3)(A^2 - 3A + 9)$$

다시  $x-1$ 을 대입하면  $(x+2)(x^2-5x+13)$

6.  $\frac{5}{1+2i} = x+yi$  를 만족하는 실수  $x, y$  의 합을 구하여라.(단,  $i = \sqrt{-1}$ )

▶ 답:

▷ 정답:  $x+y = -1$

해설

$$\frac{5}{1+2i} = \frac{5(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} = \frac{5(1-2i)}{5} = 1-2i$$

$$1-2i = x+yi$$

$$x = 1, y = -2, x+y = -1$$



8. 방정식  $|x - 1| = 2$ 의 해를 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 3

▷ 정답: -1

해설

i)  $x \geq 1$ 일 때

$|x - 1| = x - 1$ 이므로,  $x - 1 = 2$

$\therefore x = 3$

ii)  $x < 1$ 일 때

$|x - 1| = -x + 1$ 이므로,  $-x + 1 = 2$

$\therefore x = -1$

따라서 (i), (ii)에서  $x = 3$  또는  $x = -1$

9. 다음 이차방정식의 해를 바르게 짝지은 것은?

$$(1) x(5x-4) = 4(x-1)$$
$$(2) x^2 - 3\sqrt{2}x + 6 = 0$$

- ① (1)  $\frac{4 \pm 2i}{5}$ , (2)  $\frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$       ② (1)  $\frac{3 \pm 2i}{5}$ , (2)  $\frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$   
③ (1)  $\frac{4 \pm 2i}{5}$ , (2)  $\frac{3\sqrt{3} \pm \sqrt{6}i}{2}$       ④ (1)  $\frac{1 \pm 2i}{5}$ , (2)  $\frac{2\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$   
⑤ (1)  $\frac{4 \pm 3i}{5}$ , (2)  $\frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$

해설

근의 공식을 이용하여 풀다.

$$(1) x(5x-4) = 4(x-1)$$

$$\therefore 5x^2 - 8x + 4 = 0$$

$$\therefore x = \frac{4 \pm \sqrt{16-20}}{5} = \frac{4 \pm 2i}{5}$$

$$(2) x = \frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{18-24}}{2} = \frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$$

10. 이차방정식  $x^2 + 2(k-1)x + 4 = 0$  이 중근을 갖도록 하는 상수  $k$  값들의 합은?

- ① 1      ② -2      ③ -1      ④ 0      ⑤ 2

해설

중근을 가지려면 판별식  $D = 0$

$$\frac{D}{4} = (k-1)^2 - 4 = 0$$

$$k^2 - 2k - 3 = 0, (k-3)(k+1) = 0$$

$$\therefore k = 3, -1$$

11. 이차방정식  $ax^2 + 4x - 2 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 실수  $a$  값의 범위는?

①  $a > -2$

②  $-2 < a < 0, a > 0$

③  $-2 < a < 0$

④  $a > 2$

⑤  $a < 0, 0 < a < 2$

해설

$ax^2 + 4x - 2 = 0$ 에서

(i) 이차방정식이므로  $x^2$ 의 계수는  $a \neq 0$ 이어야 한다.

(ii) 서로 다른 두 실근을 갖기 위해서는 판별식  $\frac{D}{4} > 0$ 이어야

하므로

$$\frac{D}{4} = 2^2 - (-2a) > 0, 2a + 4 > 0$$

$$\therefore a > -2$$

따라서 실수  $a$ 값의 범위는

$$-2 < a < 0 \text{ 또는 } a > 0$$

12. 이차식  $2x^2 - 4x + 3$  을 복소수 범위에서 인수분해하면?

①  $(x-3)(2x+1)$

②  $2\left(x-1-\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)\left(x-1+\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)$

③  $(x+3)(2x-1)$

④  $2\left(x+1-\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)\left(x-1+\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)$

⑤  $2\left(x-1-\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)\left(x+1+\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)$

해설

$$a = 2, b' = -2, c = 3$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4-6}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{2}i}{2} = 1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}i$$

$$\therefore 2\left(x-1-\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)\left(x-1+\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)$$

13.  $x^2 + ax + b = 0$  ( $a, b$ 는 실수)의 한 근이  $1+i$  일 때,  $a$ 의 값은?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

한 근이  $1+i$  이므로,  
켈레근  $1-i$  도 식의 근.  
 $(1+i) + (1-i) = -a$   
 $\therefore a = -2$

14.  $x$ 에 대한 이차함수  $y = x^2 - 4kx + 5k^2 - 5k + 7$ 에 대하여  $y$ 가 최소가 되도록 하는  $x$ 의 값과 그 때의  $y$ 의 값으로 옳은 것은?

①  $x = k, y = k^2 + k + 2$

②  $x = k, y = k^2 - 3k + 4$

③  $x = 2k, y = k^2 + 4k + 1$

④  $x = 2k, y = k^2 - 5k + 7$

⑤  $x = 3k, y = 2k^2 - 3k + 6$

해설

$y = x^2 - 4kx + 5k^2 - 5k + 7$   
 $= (x - 2k)^2 + k^2 - 5k + 7$  이므로  
주어진 이차함수는  $x = 2k$  일 때  
최솟값  $k^2 - 5k + 7$  을 갖는다.  
따라서, 구하는  $x, y$  의 값은  
 $x = 2k, y = k^2 - 5k + 7$

15. 다음 이차함수  $y = x^2 - 2x - 2$  의  $x$ 의 범위가  $-2 \leq x \leq 2$  일 때, 이 함수의 최댓값은?

- ① -3      ② -2      ③ 0      ④ 6      ⑤ 9

해설

$y = x^2 - 2x - 2 \Rightarrow y = (x-1)^2 - 3$   
 $-2 \leq x \leq 2$  이므로  $x = 1$  에서 최솟값,  
 $x = -2$  에서 최댓값을 갖는다.  
 $\therefore$  최댓값 :  $(-2-1)^2 - 3 = 6$

16.  $x+y+z=1$ ,  $xy+yz+zx=2$ ,  $xyz=3$  일 때,  $(x+y)(y+z)(z+x)$ 의 값을 구하면?

- ① -2    ② -1    ③ 0    ④ 1    ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned}x+y+z &= 1 \text{에서} \\x+y &= 1-z \\y+z &= 1-x \\z+x &= 1-y \\(x+y)(y+z)(z+x) &= (1-z)(1-x)(1-y) \\&= 1 - (x+y+z) + (xy+yz+zx) - xyz \\&= 1 - 1 + 2 - 3 = -1\end{aligned}$$

17. 세 모서리의 길이의 합이 22이고 대각선의 길이가 14인 직육면체의 겉넓이는?

- ① 144    ② 196    ③ 288    ④ 308    ⑤ 496

해설

세 모서리를  $x, y, z$ 라 하면

$$x + y + z = 22 \cdots \cdots ①$$

$$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = 14 \cdots \cdots ② \text{이고}$$

겉넓이는  $2(xy + yz + zx)$ 이다.

$$①, ② \text{에서 } 22^2 = 14^2 + 2(xy + yz + zx)$$

$$\therefore 2(xy + yz + zx) = 288$$

18. 다항식  $f(x)$  를  $2x - 1$ 로 나누면 나머지는  $-4$ 이고, 그 몫을  $x + 2$ 로 나누면 나머지는  $2$ 이다. 이때,  $f(x)$ 를  $x + 2$ 로 나눌 때의 나머지를 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답:  $-14$

해설

$$f(x) = (2x - 1)Q(x) - 4 \text{라 하면}$$

$$f(-2) = -5Q(-2) - 4$$

$$\text{그런데 } Q(-2) = 2 \text{ 이므로 } f(-2) = -14$$

19.  $\frac{2012^3 + 1}{2012 \times 2011 + 1}$  의 값을  $a$  라 할 때,  $\frac{a+1}{a-1}$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $\frac{1007}{1006}$

해설

$$\begin{aligned} a &= \frac{(2012+1)(2012^2-2012+1)}{(2012^2-2012+1)} \\ &= 2013 \text{ 이므로} \\ \therefore \frac{a+1}{a-1} &= \frac{2013+1}{2013-1} = \frac{2014}{2012} = \frac{1007}{1006} \end{aligned}$$

20. 가로 길이가  $x$ cm, 세로 길이가  $y$  cm, 높이가  $z$ cm 인 직육면체에서  $x + y + z = 10$ ,  $x^2 + y^2 + z^2 = 46$  일 때, 이 직육면체의 겉넓이는 몇  $\text{cm}^2$  인가?

- ①  $45 \text{ cm}^2$                       ②  $50 \text{ cm}^2$                       ③  $54 \text{ cm}^2$   
④  $58 \text{ cm}^2$                       ⑤  $60 \text{ cm}^2$

**해설**

공식  $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx)$  을 이용하여  
주어진 조건을 대입하면  $xy + yz + zx = 27$   
겉넓이는  $2(xy + yz + zx)$  이므로 54

21. 이차방정식  $4x^2 + 12x + k = 0$ 의 두 근  $\alpha, \beta$ 에 대하여  $2\alpha = \beta + 6$ 이 성립할 때,  $\frac{k}{4}$ 의 값은?

- ① -4      ② -2      ③ 2      ④ 4      ⑤ 6

해설

근과 계수와의 관계에서

$$\alpha + \beta = -3, \quad \alpha\beta = \frac{k}{4}$$

$2\alpha = \beta + 6$ 이므로

$$2\alpha = (-\alpha - 3) + 6, \quad 3\alpha = 3$$

$$\therefore \alpha = 1, \quad \beta = -4$$

$$\frac{k}{4} = \alpha\beta = 1 \cdot (-4) = -4$$

22. 이차함수  $y = x^2 + ax + a$ 의 그래프와 직선  $y = x + 1$ 이 한 점에서 만나도록 하는  $a$ 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$y = x^2 + ax + a \cdots \textcircled{1}$$

$$y = x + 1 \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$ ,  $\textcircled{2}$ 에서  $y$ 를 소거하여 정리하면

$$x^2 + ax + a = x + 1$$

$$\therefore x^2 + (a-1)x + a-1 = 0$$

$\textcircled{1}$ ,  $\textcircled{2}$ 가 한 점에서 만나면 이차방정식이 중근을 가지므로, 판별식을  $D$ 라 하면

$$D = (a-1)^2 - 4(a-1) = 0$$

$$\therefore (a-1)\{(a-1)-4\} = 0$$

$$\therefore (a-1)(a-5) = 0 \quad \therefore a = 1 \text{ 또는 } 5$$

따라서 구하는  $a$ 의 값은 6

23.  $x^2 + 2y^2 = 4$ 를 만족시키는 실수  $x, y$ 에 대하여  $4x + 2y^2$ 의 최댓값과 최솟값을 각각  $M, m$ 이라 할 때,  $M + m$ 의 값은?

- ① -8      ② -4      ③ 0      ④ 4      ⑤ 8

해설

$x^2 + 2y^2 = 4$ 에서  $2y^2 = 4 - x^2$   
이때,  $y$ 는 실수이므로  $2y^2 = 4 - x^2 \geq 0$   
 $\therefore -2 \leq x \leq 2$   
 $4x + 2y^2 = 4x + 4 - x^2 = -(x-2)^2 + 8$   
( $-2 \leq x \leq 2$ )  
따라서  $x = -2$ 일 때, 최솟값  $m = -8$ 이고,  
 $x = 2$ 일 때, 최댓값  $M = 8$ 이므로  $M + m = 0$

24.  $x, y$ 가 실수일 때, 다음 식의 최댓값을 구하여라.

$$2x - x^2 + 4y - y^2 + 3$$

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$\begin{aligned} & 2x - x^2 + 4y - y^2 + 3 \\ &= -(x^2 - 2x) - (y^2 - 4y) + 3 \\ &= -(x-1)^2 - (y-2)^2 + 8 \end{aligned}$$

$x, y$ 는 실수이므로  $(x-1)^2 \geq 0, (y-2)^2 \geq 0$   
따라서  $2x - x^2 + 4y - y^2 + 3$ 은  
 $x-1=0, y-2=0$ 일 때 최댓값 8을 갖는다.

25. 둘레의 길이가 40 cm인 부채꼴의 넓이가 최대가 될 때, 반지름의 길이 및 최대 넓이  $S$ 를 구하여라.

▶ 답:  $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답:  $100\underline{\text{cm}^2}$

해설

부채꼴의 반지름의 길이를  $r\text{cm}$ 라 하면

$$S = \frac{1}{2} \times r \times (40 - 2r) = r(20 - r)$$

$$= -r^2 + 20r = -(r - 10)^2 + 100$$

한편  $r > 0$ 이고  $40 - 2r > 0$ 이므로  $0 < r < 20$   
따라서  $r = 10$ 일 때 최대 넓이는  $100\text{cm}^2$ 이다.

