

1. 다음 중 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7^4$ 의 소인수를 바르게 구한 것은?

① 2, 3, 5

② 2, 3, 7

③ 2, 3, 5, 7

④ $2^2, 3^2, 5^2, 7^2$

⑤ $2^3, 3^2, 5, 7^4$

해설

$2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7^4$ 이므로 소인수는 2, 3, 5, 7이다.

2. 두 수 30, 75의 공약수가 x 의 약수라 할 때, x 의 값을 구하면?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

구하고자 하는 x 는 30과 75의 최대공약수와 같다.

$30 = 2 \times 3 \times 5$, $75 = 3 \times 5^2$ 이므로

30과 75의 최대공약수는 $3 \times 5 = 15$ 이다.

$\therefore x = 15$

3. 세 자연수 $5 \times x$, $6 \times x$, $9 \times x$ 의 최소공배수가 270 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$5 \times x$, $6 \times x = 2 \times 3 \times x$, $9 \times x = 3^2 \times x$ 의 최소공배수는
 $2 \times 3^2 \times 5 \times x = 270$
따라서 $x = 3$ 이다.

4. n 이 자연수일 때, $\frac{18}{n}$ 도 자연수가 된다. 이러한 n 의 값의 합은?

- ① 20 ② 21 ③ 33 ④ 39 ⑤ 49

해설

18의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18이다.
따라서 n 의 값의 합은 $1 + 2 + 3 + 6 + 9 + 18 = 39$

5. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ 9 는 35 의 약수이다.

㉡ 1 은 모든 자연수의 배수이다.

㉢ 6 은 자기 자신이 약수인 동시에 배수이다.

㉣ 392 는 4 의 배수이다.

㉤ 36 의 약수의 개수는 8 개이다.

- ① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉡, ㉤

⑤ ㉢, ㉣

해설

㉢. 모든 자연수는 자기 자신이 약수인 동시에 배수이다.

㉣. 392 는 4 의 배수이다.

6. 다음 중 12 의 배수는?

① 90

② 126

③ 288

④ 352

⑤ 1498

해설

12 의 배수는 4 와 3 의 공배수이다.

7. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 가장 작은 소수는 1 이다.
- ㉡ 소수는 약수가 2 개인 수이다.
- ㉢ 자연수는 소수와 합성수로 이루어져 있다.
- ㉣ a, b 가 소수이면 $a \times b$ 도 소수이다.

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡
④ ㉢, ㉣ ⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

㉠ 가장 작은 소수는 2 이다.
㉢ 자연수는 1, 소수, 합성수로 이루어져 있다.
㉣ a, b 가 소수일 때, $a \times b$ 의 약수는 1, $a, b, a \times b$ 이므로 $a \times b$ 는 소수가 아니다.
따라서 옳은 것은 ㉡이다.

8. 792를 소인수분해하면 $a^l \times b^m \times c^n$ 이다. $a < b < c$ 일 때, $a + b + c - l - m - n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$792 = 2^3 \times 3^2 \times 11$ 이므로

$$\therefore a + b + c - l - m - n = 2 + 3 + 11 - 3 - 2 - 1 = 10$$

9. 28 에 가능한 한 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, a 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 7

해설

$28 \times a = b^2$ 에서
 $28 = 2^2 \times 7$
 $a = 7$
 $2^2 \times 7 \times 7 = b^2$
 $2^2 \times 7^2 = b^2$
 $b = 2 \times 7 = 14$

10. 40 에 적당한 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이 때, 곱해야 할 자연수 중 300 이하의 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

▷ 정답 : 40

▷ 정답 : 90

▷ 정답 : 160

▷ 정답 : 250

해설

$40 = 2^3 \times 5$
곱해야 할 자연수를 x 라 할 때,
 $(2^3 \times 5) \times x = y^2$
 $x = 2 \times 5, 2^3 \times 5, 2 \times 3^2 \times 5, 2^5 \times 5, 2 \times 5^3$
 $= 10, 40, 90, 160, 250, \dots$
 x 는 300 이하의 자연수 이므로
10, 40, 90, 160, 250

11. $2^2 \times 3 \times 7$ 의 약수가 아닌 것은?

① 2×3

② $2^2 \times 7$

③ 3^2

④ 3×7

⑤ $2 \times 3 \times 7$

해설

$(2^2 \times 3 \times 7$ 의 약수)는 $(2^2$ 의 약수) $\times$ (3의 약수) $\times$ (7의 약수)이다.

12. 다음 수 중 서로소인 것끼리 짝지어진 것은?

① 9 과 21

② 9 와 18

③ 12 과 30

④ 12 와 35

⑤ 24 과 42

해설

④ 12 와 25 는 공약수가 1 뿐이다.

13. 다음 설명 중에서 옳지 않은 것은?

- ① 소수의 약수의 개수는 2 개이다.
- ② 7 의 배수 중에서 소수는 1개이다.
- ③ 자연수는 소수와 합성수로 되어 있다.
- ④ 서로소인 두 수의 최대공약수는 1 이다.
- ⑤ 소수 중에 짝수인 소수는 2 뿐이다.

해설

자연수는 1 과 소수, 그리고 합성수로 분류된다.

14. 세 수 $2^3 \times 3 \times 5^2$, $2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 3^3 \times 5$ 의 최대공약수는?

① $2^3 \times 3^3 \times 5^2 \times 7$

② $2^2 \times 3^2 \times 5$

③ $2^2 \times 3 \times 5$

④ $2^2 \times 3^2$

⑤ $2^2 \times 3$

해설

$2^3 \times 3 \times 5^2$, $2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 3^3 \times 5$ 에서
최대공약수: $2^2 \times 3$ (지수가 작은 쪽)

15. 두 자연수의 공약수가 36의 약수와 같을 때, 두 수의 공약수의 개수는?

- ① 6 개 ② 7 개 ③ 8 개 ④ 9 개 ⑤ 10 개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 공약수의 개수는 최대공약수의 약수의 개수와 같다.

최대공약수 36을 소인수분해하면 $36 = 2^2 \times 3^2$ 이므로 약수의 개수는 $(2 + 1) \times (2 + 1) = 9$ (개) 이다.

따라서 두 자연수의 공약수의 개수는 9 개 이다.

16. 54와 72의 공약수 중에서 3의 배수인 약수를 a 개라 할 때 a 의 약수의 개수는?

① 2 ② 3 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

최대공약수 : 18

18의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18 이므로 3의 배수인 약수는 4개이다.

4를 a 라 할 때 a 의 약수의 개수는 $2^2 = (2 + 1) = 3$

17. 사과 48 개, 귤 36 개, 배 60 개를 되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 이 때, 몇 개씩 나누어야 하는가?

- ① 사과 3개, 귤 2개, 배 4개 ② 사과 4개, 귤 2개, 배 6개
③ 사과 3개, 귤 3개, 배 5개 ④ 사과 4개, 귤 3개, 배 5개
⑤ 사과 3개, 귤 2개, 배 5개

해설

$48 = 2^4 \times 3$, $36 = 2^2 \times 3^2$, $60 = 2^2 \times 3 \times 5$
48, 36, 60 의 최대공약수는 $2^2 \times 3 = 12$
따라서 사과 4개, 귤 3개, 배 5개이다.

18. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 12, 10, 4 의 최소공배수는 60 이다.
- ② 4, 5, 10 의 최소공배수는 20 이다.
- ③ 2, 3, 6 의 최소공배수는 6 이다.
- ④ 12, 24, 6 의 최소공배수는 24 이다.
- ⑤ 14, 6, 8 의 최소공배수는 100 이다.

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 14 \quad 6 \quad 8} \\ \underline{7 \quad 3 \quad 4} \end{array}$$

∴ 최소공배수는 $2 \times 7 \times 3 \times 4 = 168$ 이다.

19. 두 자연수 A 와 $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 최소공배수가 $2^5 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 일 때, 가능한 A 의 개수는?

① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

$A = a \times b \times c \times d$ 라 하면

$$\frac{2^3 \times 3^2 \times 5}{a \times b \times c \times d} = 2^5 \times 3^2 \times 5 \times 7$$

$\therefore a = 2^5, b = 1, 3, 3^2, c = 1, 5, d = 7$

따라서, A 는 $2^5 \times 7, 2^5 \times 5 \times 7, 2^5 \times 3 \times 7, 2^5 \times 3 \times 5 \times 7, 2^5 \times 3^2 \times 7, 2^5 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 의 6 개이다.

20. 세 수 $16, 6, 2 \times 3^2$ 의 공배수 중 300 에 가장 가까운 수는?

- ① 308 ② 302 ③ 295 ④ 291 ⑤ 288

해설

세 수의 최소공배수는 $2^4 \times 3^2 = 144$ 이므로 세 수의 공배수는 144 의 배수가 된다.
따라서 144, 288, 432, ... 중 300 에 가장 가까운 수를 찾는다.

21. x 는 16, 32, 80의 공배수 중 500보다 작은 자연수일 때, x 값의 개수를 구하여라.

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

16, 32, 80의 공배수는 160의 배수이다.

500보다 작은 160의 배수는 160, 320, 480으로 3개이다.

22. 가로, 세로의 길이가 각각 12 cm, 20 cm 인 직사각형 모양의 카드를
늘어 놓아 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이때, 카드는 총 몇
장이 필요한가?

① 10 장 ② 12 장 ③ 13 장 ④ 15 장 ⑤ 17 장

해설

정사각형의 한 변의 길이는 12 와 20 의 최소공배수인 60 cm
이다. 가로는 $60 \div 12 = 5$ (장), 세로는 $60 \div 20 = 3$ (장) 이
필요하므로 필요한 카드의 수는 $5 \times 3 = 15$ (장) 이다.

23. 세 자연수 7, 8, 9 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 2 인 세 자리 자연수 중에서 가장 작은 수는?

- ① 498 ② 500 ③ 502 ④ 504 ⑤ 506

해설

7, 8, 9 의 최소공배수는 504 이므로 구하는 수는 $504 + 2 = 506$ 이다.

24. 두 자연수 A, B 의 최대공약수는 9, 최소공배수는 360 이고, $A+B = 117$ 일 때, $A-B$ 를 구하여라. (단, $A > B$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$A = 9a, B = 9b$ 라고 하면
(단, a, b 는 서로소, $a > b$)
최소공배수 $360 = 9 \times 40 = 9 \times a \times b$ 이다.
 $a \times b = 40$ 이고 $A > B$ 이므로
 $a = 40, b = 1$ 일 때 $A = 360, B = 9$,
 $a = 20, b = 2$ 일 때 $A = 180, B = 18$,
 $a = 10, b = 4$ 일 때 $A = 90, B = 36$,
 $a = 8, b = 5$ 일 때 $A = 72, B = 45$,
 $A + B = 117$ 이므로 $A = 72, B = 45$ 이다.
 $\therefore A - B = 27$

25. 두 자연수의 곱이 640 이고 최소공배수가 80 일 때, 두 수의 최대공약수를 구하면?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면

$A \times B = L \times G$ 이므로

$640 = 80 \times G$ 이다.

$\therefore G = 8$

26. $7^x = 343$ 을 만족하는 x 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$7^3 = 343$ 이다. 따라서 $x = 3$ 이다.

27. 360의 약수의 개수와 $2^3 \times 3^a \times 5^b$ 의 약수의 개수가 같을 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 자연수)

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수가 같기 위해서는 $a = 2$, $b = 1$ 또는 $a = 1, b = 2$ 이다.

$\therefore a + b = 3$

28. $5^4 \times \square$ 의 약수의 개수가 15 개일 때, $\square$ 안에 들어갈 수 있는 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\square = a^x$ (a 는소수) 라고 하면 $5^4 \times a^x$ 의 약수의 개수는 15 개이므로

$(4 + 1) \times (x + 1) = 15$, $x + 1 = 3$, $x = 2$ 이다.

또한 가장 작은 자연수가 되기 위해서는 $a = 2$ 이다.

따라서 $\square = a^x = 2^2 = 2 \times 2 = 4$ 이다.

29. 가로, 세로, 높이가 각각 45 cm, 60 cm, 90 cm 인 상자 속에 정육면체 모양의 과자 상자를 넣으려고 한다. 과자 상자를 뒀을 수 있는 한 적게 사용하려고 할 때, 상자의 한 모서리의 길이와 상자의 개수를 차례대로 구하여라.

▶ 답 : cm

▶ 답: 개

▶ 정답 : 15cm

▶ 정답 : 72 개

해설

정육면체의 한 모서리의 길이를 x cm 라 할 때,
 x 는 45, 60, 90 의 최대공약수

$$45 = 3^2 \times 5, 60 = 2^2 \times 3 \times 5, 90 = 2 \times 3^2 \times 5$$
$$\therefore x = 3 \times 5 = 15 \text{ (cm)}$$
$$45 = 15 \times 3, 60 = 15 \times 4, 90 = 15 \times 6$$
$$\therefore 3 \times 4 \times 6 = 72 \text{ (개)}$$

30. 세 수 3048, 5988, 8088 을 자연수 k 로 나누었을 때, 나머지를 같게 하는 자연수 k 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 24개

해설

3048, 5988, 8088 을 동일한 자연수로 나눌 때 나머지가 모두 같으므로

$A = Ga + r, B = Gb + r, C = Gc + r$ 라고 하면

$$B - A = G(b - a), \quad C - B = G(c - b)$$

이므로 $B-A$, $C-B$ 의 공약수는 A , B , C 를 나누어서 나머지가 같아지는 수들이다.

$8088 - 5988 = 2100$, $5988 - 3048 = 2940$ 이므로 2100 과 2940
 의 공약수를 구하면, 최대공약수가 420 이므로 약수의 개수는
 $420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 에서 24 개이다.

31. 바둑돌을 다음과 같이 배열하였다. 왼쪽에서부터 50 번째까지의 빨간 바둑돌은 몇 개인가?



- ① 21 개 ② 23 개 ③ 25 개 ④ 26 개 ⑤ 28 개

해설

빨간 바둑돌은 3 개씩, 파란 바둑돌은 2 개씩, 노란 바둑돌은 1 개씩 반복된다. 따라서 다시 빨간 바둑돌이 다시 배열 될 때까지는 총 6 개의 바둑돌이 필요하다. 따라서 6 개씩 반복된다. $50 = 6 \times 8 + 2$ 이므로 50 번째까지 빨간 바둑돌의 개수는 3 개씩 8 번이 반복되고 2 개가 더 배열된다. 따라서 26 개이다.

32. 2 와 5 를 소인수로 가지는 어떤 자연수 n 에 대하여 $2n$ 의 약수의 개수는 25 개, $5n$ 의 약수의 개수는 24 개이다. 이 때, $100n$ 의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 42 개

해설

$n = 2^a \times 5^b$ 이라 두면,
 $2n = 2^{a+1} \times 5^b \rightarrow (a+2) \times (b+1) = 25$
 $5n = 2^a \times 5^{b+1} \rightarrow (a+1) \times (b+2) = 24$
 $\rightarrow a = 3, b = 4$,
 $100n = 2^{3+2} \times 5^{4+2}$,
 $\therefore 100n$ 의 약수의 개수 $= 6 \times 7 = 42$ (개)

33. $(x-a):(y-b)=x:y$ 이고, $a:b=1:2$ 일 때, x,y 의 최소공배수가 50 인 두 자리 자연수 x, y 를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=25$

▷ 정답 : $y=50$

해설

$(x-a):(y-b)=x:y$
 $\rightarrow x \times (y-b) = y \times (x-a)$
 $\rightarrow b \times x = a \times y,$
 $a:b=1:2$
 $\rightarrow b=2a$
따라서, $2x=y$ 이고 $50=2 \times 5^2$ 이므로
 $x=25, y=50$ 이다.