1. 자연수 $2, 3, 4, 5$ 를 무심히 배열하였을 때, 우연히 크기순으로 배열될 확률을 구하면?

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{12}$ ④ $\frac{1}{24}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

모든 경우의 수 : $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$(가지)
크기가 큰 순으로 배열하는 경우의 수 : 1 가지
크기가 작은 순으로 배열하는 경우의 수 : 1 가지
$\therefore \frac{2}{24} = \frac{1}{12}$

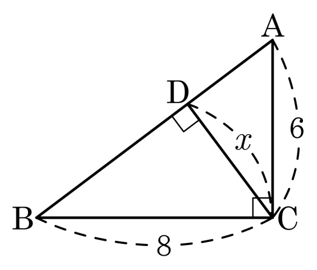
2. 1 에서 5 까지의 숫자가 각각 적힌 5 장의 카드에서 3 장을 뽑아 세 자리의 정수를 만들려고 한다. 이 때, 이 세 자리의 정수가 423 이상일 확률을 구하면?

① $\frac{3}{10}$ ② $\frac{19}{60}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{7}{20}$ ⑤ $\frac{11}{30}$

해설

전체 경우의 수 : $5 \times 4 \times 3 = 60$ (가지)
423 이상일 경우의 수 백의자리 숫자가 4 인 경우 :
(4×3) $-(412, 413, 415, 421$ 의 4가지$) = 4 \times 3 - 4 = 8$(가지)
백의 자리 숫자가 5 인 경우 : $4 \times 3 = 12$(가지)
$\therefore \frac{12+8}{60} = \frac{20}{60} = \frac{1}{3}$

3. 다음 그림에서 $\triangle ABC$는 직각삼각형이다. $\overline{AB} \perp \overline{CD}$일 때, x의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{24}{5}$

해설

$\overline{BD} = a$, $\overline{DA} = b$라 하면

$6^2 = b(a+b)\ \cdots ①$, $8^2 = a(a+b) \cdots ②$

①, ② 식을 $(a+b)$로 정리하면

$(a+b) = \frac{6^2}{b}\ \cdots ③$, $(a+b) = \frac{8^2}{a}\ \cdots ④$

$\frac{6^2}{b} = \frac{8^2}{a}$ 이므로 $a = \frac{16}{9}b\ \cdots ⑤$

⑤ 식을 ① 식에 대입하면 $b = \frac{18}{5}\ \cdots ⑥$

⑥ 식을 ⑤ 식에 대입하면 $a = \frac{32}{5}$

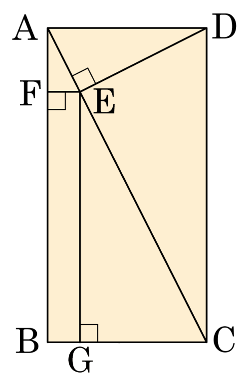
$\overline{AB} = 10$

$\overline{AC} \times \overline{BC} = \overline{AB} \times \overline{CD}$

$48 = 10 \times x$

$\therefore\ x = \frac{24}{5}$

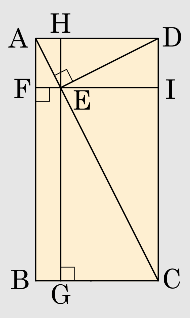
4. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 꼭짓점 D 에서 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 E 라 하고, 점 E 에서 $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{BC}}$ 에 내린 수선의 발을 각각 F, G 라 하자. $\overline{\mathrm{EF}}=1$, $\overline{\mathrm{EG}}=8$ 일 때, $\overline{\mathrm{AE}}:\overline{\mathrm{EC}}$ 를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 1 : 4

해설



$\overline{\mathrm{DI}}=x$, $\overline{\mathrm{DH}}=y$ 라 하자.

$\triangle\mathrm{AEH}\backsim\triangle\mathrm{EDH}$ 이므로 $\overline{\mathrm{AH}}:\overline{\mathrm{EH}}=\overline{\mathrm{EH}}:\overline{\mathrm{DH}}\rightarrow 1:x=x:y$

$x^2=y\cdots$ ㉠

$\triangle\mathrm{DEI}\backsim\triangle\mathrm{ECI}$ 이므로 $\overline{\mathrm{DI}}:\overline{\mathrm{EI}}=\overline{\mathrm{EI}}:\overline{\mathrm{CI}}\rightarrow x:y=y:8$

$y^2=8x\cdots$ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면 $x^4=8x\rightarrow x^3=8$

$\therefore\ x=2,\ y=4$

$\triangle\mathrm{AFE}\backsim\triangle\mathrm{EGC}$ 이므로 $\overline{\mathrm{AE}}:\overline{\mathrm{EC}}=\overline{\mathrm{EF}}:\overline{\mathrm{GC}}=1:4$

따라서 $\overline{\mathrm{AE}}:\overline{\mathrm{EC}}=1:4$ 이다.