

1. $2^5 \times 3^2 \times 5^2$, 108 의 최대공약수는?

① $2 \times 3 \times 5$

② $2^2 \times 3^2 \times 5$

③ $2^2 \times 3 \times 5^2$

④ $2^3 \times 3^2$

⑤ $2^2 \times 3^2$

해설

공통인 소인수를 모두 곱하는데 지수가 같으면 그대로, 다른 작은 쪽을 택하여 곱한다.

$\therefore 2^5 \times 3^2 \times 5^2$, $108 = 2^2 \times 3^3$ 의 최대공약수: $2^2 \times 3^2$

2. 두 수 $2^3 \times 3^4 \times 5$, $2^a \times 5^2$ 의 최대공약수가 $2^2 \times 5$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

최대공약수가 $2^2 \times 5$ 이고
 $2^3 \times 3^4 \times 5$ 에서 2 의 지수가 3 이므로
 $2^a \times 5^2$ 에서 2 의 지수가 2 이어야 한다.
따라서 $a = 2$

4. 세 수 12, 24, 36 의 공배수 중 900 이하의 자연수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

12, 24, 36 의 공배수는 최소공배수 72 의 배수이므로 900 이하의 자연수는 $900 \div 72 = 12 \cdots 36$ 이므로 12 개이다.

5. 두 수 $2 \times x$, $7 \times x$ 의 최소공배수가 42 일 때, x 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$2 \times x$, $7 \times x$ 의 최소공배수는 $2 \times 7 \times x = 42$ 이다.
따라서 $x = 3$ 이다.

6. 가로 6cm , 세로 9cm 인 직사각형을 겹치지 않게 빈틈없이 붙여서 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이 때, 정사각형의 한 변의 길이는?

① 6cm ② 9cm ③ 15cm ④ 18cm ⑤ 36cm

해설

6 과 9 의 최소공배수가 구하는 정사각형의 한 변이므로 18cm 가 된다.

7. $2^2 \times 3^4$, $2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 공약수의 개수는?

① 4

② 6

③ 8

④ 9

⑤ 12

해설

$2^2 \times 3^4$, $2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2$
공약수는 최대공약수의 약수이므로,
1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 총 9개이다.

8. 세 변의 길이가 각각 66 m, 84 m, 78 m 인 삼각형 모양의 목장이 있다. 이 목장의 가장자리를 따라 일정한 간격으로 향나무를 심으려고 한다. 세 모퉁이는 반드시 향나무를 심어야 하며 나무의 개수는 될 수 있는 한 적게 하려고 할 때, 향나무를 최소한 몇 그루를 준비해야 하는지 고르면?
- ① 6 그루 ② 18 그루 ③ 24 그루
④ 38 그루 ⑤ 41 그루

해설

66, 84, 78 의 최대공약수는 6 이므로
나무의 수는
 $(66 \div 6) + (84 \div 6) + (78 \div 6) = 11 + 14 + 13$
 $= 38$ (그루)

9. 사탕 52개, 초콜릿 75개, 껌 103개를 가능한 한 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주었더니 사탕은 2개가 부족하고, 초콜릿은 3개가 남았고, 껌은 5개가 부족했다. 몇 명의 학생에게 나누어 주려고 하였는지 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 18명

해설

사탕은 2개 부족하고, 초콜릿은 3개 남고, 껌은 5개 부족하므로 사탕은 54개, 초콜릿 72개, 껌 108개가 있으면 똑같이 나누어 줄 수 있다.
따라서 구하는 학생 수는 54, 72, 108의 최대공약수인 18명이다.

10. 세 수 42, 24, 63 의 최소공배수는?

① $2^2 \times 3^2 \times 5$

② $2^2 \times 3^2 \times 7$

③ $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$

④ $2^3 \times 3^2 \times 5^2$

⑤ $2^3 \times 3^2 \times 7$

해설

$42 = 2 \times 3 \times 7$, $24 = 2^3 \times 3$, $63 = 3^2 \times 7$ 이므로 최소공배수는 $2^3 \times 3^2 \times 7$ 이다.

11. A_k 는 k 의 배수 모임이라고 하면 A_{12} 는 12의 배수 모임, A_{18} 은 18의 배수 모임이다. A_{12} 와 A_{18} 의 공통인 수들의 모임을 A_n 이라고 할 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

A_{12} 는 12의 배수 $\Rightarrow 12, 24, 36, \dots$,
 A_{18} 은 18의 배수 $\Rightarrow 18, 36, 54, \dots$ 이므로
 A_{12} 와 A_{18} 의 공통인 수들의 모임은 $\Rightarrow 36, 72, 108, \dots$ 이다.
 $36, 72, 108, \dots$ 는 36의 배수 모임이므로 n 은 36이다.

12. 자연수 n 에 대하여 $n+3$ 은 5의 배수이고 $n+5$ 는 3의 배수일 때, $n+8$ 을 15로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$n+3$ 은 5의 배수이므로
값은 2, 7, 12, 17, 22, ... 이고,
 $n+5$ 는 3의 배수이므로
값은 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, ... 이다.
그러므로 자연수 n 이 될 수 있는 수는
위 두 값의 공통부분이므로 7, 22, 37, 52, ... 이다.
 $\therefore (n+8$ 을 15로 나눈 나머지) $= 0$

13. 두 자리의 자연수 A, B 의 최대공약수가 8, 최소공배수가 120 일 때, 이 두 수의 합은?

① 8 ② 15 ③ 16 ④ 64 ⑤ 128

해설

$A = 8a, B = 8b$ (a, b 는 서로소)로 놓으면,
 $120 = 8 \times 15 = 8 \times a \times b \therefore a \times b = 15$
 A, B 가 두 자리 자연수이므로
 $a = 3, b = 5$ 또는 $a = 5, b = 3$ 이다.
어느 경우든 두 수는 24, 40 이므로 그 합은 64 이다.

14. 두 자연수의 곱이 288 이고 최소공배수가 24 일 때, 이 두 자연수의 최대공약수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

(두 수의 곱)=(최대공약수) $\times$ (최소공배수) 이므로
 $288 = (\text{최대공약수}) \times 24$
최대공약수는 12 이다.

15. 100 과 서로소인 두 자리 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 36 개

해설

$100 = 2^2 \times 5^2$
→ 100 과 서로소인 수는 2 의 배수가 아니고, 5 의 배수가 아니어야 한다.
두 자리 자연수의 개수는 90 개이고,
두 자리 자연수 중 2 의 배수는 45 개이고,
두 자리 자연수 중 5 의 배수는 18 개이고,
두 자리 자연수 중 10 의 배수는 9 개이다.
100 과 서로소인 두 자리 자연수의 개수= $90 - 45 - 18 + 9 = 36$

16. 어느 반의 여학생 수는 36 명이고 남학생 수는 45 명이다. 봉사활동을 하기 위해 여학생 a 명과 남학생 b 명씩을 한 조로 나누려고 한다. 이때 되도록 많은 조로 나누어서 나누어진 조의 수를 c 라 할 때, $2a - b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

c 는 36 과 45 의 최대공약수이므로 $c = 9$,
 $a = 36 \div 9 = 4$, $b = 45 \div 9 = 5$
따라서 $2a - b + c = 8 - 5 + 9 = 12$

17. 6으로 나누면 5가 남고, 5로 나누면 4가 남고, 4로 나누면 3이 남는 세 자리의 자연수 중 가장 작은 수를 구하여라.

① 116 ② 117 ③ 118 ④ 119 ⑤ 120

해설

구하는 수를 x 라 하면 $(x+1)$ 은 6, 5, 4 의 공배수이다.

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 6 \quad 5 \quad 4} \\ \underline{3 \quad 5 \quad 2} \end{array}$$

$$\therefore \text{최소공배수} = 2 \times 3 \times 5 \times 2 = 60$$

세 자리의 공배수 중 가장 작은 수는 $60 \times 2 = 120$ 이고

$$x+1 = 120 \quad \therefore x = 119$$

18. 다음 보기를 모두 만족 시키는 자연수는 모두 몇 개인가?

보기

- ☐ ㉠ 100 이하의 자연수이다.

☐ ㉡ 3의 배수

☐ ㉢ 5의 배수

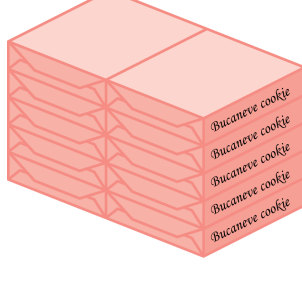
☐ ㉣ 4로 나누면 나머지가 3인 수

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

3과 5의 최소공배수는 15 이므로 15, 30, 45, 60, 75, 90,
이 중에서 4로 나누었을 때 나머지가 3인 수는 15, 75의 2개

19. 과자 상자 105개를 진열대 위에 직육면체 모양으로 최대한 높게 쌓으려고 한다. 맨 아랫줄에 상자를 가로와 세로로 각각 몇 개씩 놓으면 정확하게 직육면체 모양으로 쌓을 수 있는지 구하여라. (단, 가로, 세로, 높이에 과자 상자를 2개 이상 놓는다.)



▶ **답:** 개

▶ 답: 개

▷ 정답: 3개

▶ 정답 : 5개

해설

가로, 세로, 높이에 105의 약수개만큼 놓으면 상자를 직육면체 모양으로 쌓을 수 있다.

105 = 3×5×7에서 최대한 높게 쌓으려고 하므로 높이를 7개로 쌓으면 가로와 세로에는 3개, 5개 또는 5개, 3개만큼 놓을 수 있다.

20. 18과 a 의 공약수가 1, 2, 3, 6일 때, a 가 될 수 있는 50보다 작은 자연수는 모두 몇 개인가?

① 4 개 ② 5 개 ③ 6 개 ④ 7 개 ⑤ 8 개

해설

18과 a 의 최대공약수가 6이므로

$$18 = 6 \times 3, a = 6 \times k$$

k 는 3의 배수이면 안 된다.

따라서 50보다 작은 자연수 a 는

$$6 \times 1 = 6, 6 \times 2 = 12, 6 \times 4 = 24, 6 \times 5 = 30, 6 \times 7 = 42, 6 \times 8 = 48 \text{ 의 } 6 \text{ 개이다.}$$