

1. 등식  $3x + 4 = a(x - 1) + b(x + 1) + 3$  이  $x$ 에 대한 항등식이 되도록 상수  $a, b$ 의 값을 정하면?

- ①  $a = 1, b = 0$       ②  $a = -1, b = 2$       ③  $a = 1, b = -2$   
④  $a = 0, b = 2$       ⑤  $a = 1, b = 2$

해설

우변을 전개하여 좌변과 계수를 비교하면

$$a + b = 3, \quad -a + b + 3 = 4$$

연립하여 풀면  $a = 1, b = 2$

2.  $x$  의 값에 관계없이 등식  $x^2 + 13x - 18 = a(x+2)(x-3) + bx(x+2) + cx(x-3)$  이 항상 성립할 때, 상수  $a, b, c$  의 합  $a+b+c$ 의 값을 구하면?

① 1      ② 3      ③ 6      ④ 9      ⑤ 12

해설

준식에

$x = 0$ 을 대입하면  $-18 = -6a$ 에서  $a = 3$

$x = 3$ 을 대입하면  $30 = 15b$ 에서  $b = 2$

$x = -2$ 을 대입하면  $-40 = 10c$ 에서  $c = -4$

$\therefore a + b + c = 3 + 2 + (-4) = 1$

3. 임의의 실수  $x, y$ 에 대하여,  $(x+y)a^2 + (x-y)b = 4x + y$ 가 성립할 때,  $a^2 + b^2$ 의 값은?

①  $\frac{13}{4}$       ②  $\frac{15}{4}$       ③  $\frac{17}{4}$       ④  $\frac{19}{4}$       ⑤  $\frac{21}{4}$

해설

$$(a^2 + b)x + (a^2 - b)y = 4x + y$$

$$a^2 + b = 4 \cdots ①, a^2 - b = 1 \cdots ②$$

$$\text{①, ②에서 } a^2 = \frac{5}{2}, b = \frac{3}{2}$$

$$\therefore a^2 + b^2 = \frac{19}{4}$$

4.  $(x+1)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$  이  $x$ 에 대한 항등식일 때,  $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$ 의 값을 구하면?

- ① 8      ② 16      ③ 32      ④ 64      ⑤ 128

해설

양변에  $x = 1$ 을 대입하면,  
 $(1+1)^5 = a_0 + a_1 + \dots + a_5$  이므로  
 $\therefore 2^5 = 32$

5. 등식  $2x^2 - 3x - 2 = a(x-1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x-1)$   $\diamond | x$ 에 관한 항등식이 되도록 할 때,  $2ab$ 의 값은?

① -6      ② -4      ③ -2      ④ 2      ⑤ 4

해설

양변에  $x = 0$ 을 대입하면,  $-2 = 2a \quad \therefore a = -1$

양변에  $x = 1$ 을 대입하면,  $-3 = -b \quad \therefore b = 3$

$\therefore 2ab = -6$

6. 다음 등식이  $k$ 의 값에 관계없이 항상 성립할 때,  $xy$ 의 값을 구하여라.

$$(2k + 3)x + (3k - 1)y + 5k - 9 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

$k$ 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$(2x + 3y + 5)k + (3x - y - 9) = 0$$

이것은  $k$ 에 대한 항등식이므로

$$2x + 3y + 5 = 0$$

$$3x - y - 9 = 0$$

연립방정식을 풀면  $x = 2$ ,  $y = -3$

$$\therefore xy = 2 \times (-3) = -6$$

7. 다항식  $6x^3 - 7x^2 + 17x - 3$ 을  $3x - 2$ 로 나눈 몫을  $Q(x)$ , 나머지를  $R$ 이라 할 때,  $Q(1) + R$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

$$6x^3 - 7x^2 + 17x - 3 = (3x - 2)Q(x) + R$$

양변에  $x = 1$ 을 대입하면,  $13 = Q(1) + R$

$$\therefore Q(1) + R = 13$$

해설

$6x^3 - 7x^2 + 17x - 3$ 를  $3x - 2$ 로 직접 나누거나 조립제법을 이용하여 몫과 나머지를 구할 수 있다.

8.  $a, b$ 는 정수이고,  $ax^3 + bx^2 + 1 \mid x^2 - x - 1$ 로 나누어 떨어질 때,  $b$ 의 값은?

① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

전개했을 때 양변의 최고차항과 상수항이 같아야 하므로

$$\begin{aligned} ax^3 + bx^2 + 1 \\ = (x^2 - x - 1)(ax - 1) \\ = ax^3 - (1 + a)x^2 + (1 - a)x + 1 \end{aligned}$$

양변의 계수를 비교하면

$$-(1 + a) = b, 1 - a = 0$$

$$\therefore a = 1, b = -2$$

9. 다항식  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 6$ 을  $x - 2, x - 1$ 로 나누었을 때의 나머지를 각각  $a, b$  라 할 때,  $a + b$ 의 값은?

- ① -8      ② -2      ③ -16      ④ 4      ⑤ 2

해설

$$f(x) = (x - 2)Q(x) + a$$

$$f(x) = (x - 1)Q'(x) + b$$

$$f(2) = 4 = a, f(1) = -2 = b$$

$$\therefore a + b = 2$$

10.  $x$ 에 관한 삼차식  $x^3 + mx^2 + nx + 1$ 을  $x+1$ 로 나누면 나머지가 5이고,  $x-2$ 로 나누면 나머지가 3이다. 이 때, 상수  $m-n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

나머지 정리를 이용한다.

주어진 식에  $x = -1, x = 2$ 를 각각 대입하면,

$$(-1)^3 + m(-1)^2 + n(-1) + 1 = 5 \cdots \textcircled{\text{R}}$$

$$(2)^3 + m(2)^2 + n \cdot 2 + 1 = 3 \cdots \textcircled{\text{L}}$$

⑦, ⑧을 연립하면,

$$m = \frac{2}{3}, n = -\frac{13}{3}$$

$$\therefore m - n = 5$$

11. 다항식  $f(x)$ 를  $(x+3)(x-6)$ 으로 나누었을 때의 나머지가  $x-2$ 이었다.  
 $f(x)$ 를  $(x+3)$ 으로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① -5      ② -4      ③ -3      ④ -2      ⑤ -1

해설

$$f(x) = (x+3)(x-6)Q(x) + x-2 \text{ } \square \text{므로}$$

$$f(-3) = -5$$

12.  $f(x) = x^2 - ax + 1$  Ⓛ  $x - 1$ 로 나누어 떨어질 때 상수  $a$ 의 값을 구하  
여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $a = 2$

해설

$$f(1) = 1^2 - a \cdot 1 + 1 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

13.  $x$ 에 대한 다항식  $4x^3 - 3x^2 + ax + b$  가  $(x+1)(x-3)$ 을 인수로 갖도록  $a + b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -37

해설

$$\begin{aligned} P(x) &= 4x^3 - 3x^2 + ax + b \text{ 라 하고 } P(x) \text{ 가} \\ (x+1)(x-3) &\text{을 인수로 가지려면} \\ P(-1) = P(3) &= 0 \\ P(-1) = -4 - 3 - a + b &= 0 \quad \therefore a - b = -7 \\ P(3) = 108 - 27 + 3a + b &= 0 \quad \therefore 3a + b = -81 \\ \therefore a = -22, b = -15 & \end{aligned}$$

14. 다항식  $f(x)$ 에 대하여  $(x^2 - 2)(x^2 + 3) = x^4 - 2ax^2 + b$  가  $x$ 에 대한 항등식이 되도록  $a, b$ 의 값을 정할 때,  $2a - b$ 의 값은?

- ① -3      ② -5      ③ -4      ④ 4      ⑤ 5

해설

$$(x^2 - 2)(x^2 + 3) = x^4 - 2ax^2 + b \text{ 이다}$$

$$x^2 = 2 \text{ 일 때}, 4 - 4a + b = 0 \cdots \cdots ①$$

$$x^2 = -3 \text{ 일 때}, 9 + 6a + b = 0 \cdots \cdots ②$$

$$\text{①, ②에서 } a = -\frac{1}{2}, b = -6$$

$$\therefore 2a - b = 5$$

15.  $x$ 에 다항식  $f(x)$ 를  $x - 2$ 로 나누면 나머지가 5이고,  $x - 3$ 으로 나누면 나머지가 9이다. 이 다항식을  $(x - 2)(x - 3)$ 으로 나눌 때의 나머지를 구하면?

- ①  $x - 1$       ②  $2x + 3$       ③  $4x - 3$   
④  $4x + 3$       ⑤  $3x - 1$

해설

나머지 정리에서  $f(2) = 5$ ,  $f(3) = 9$   
 $f(x) = (x - 2)(x - 3)Q(x) + ax + b$  라 놓으면,  
 $f(2) = 2a + b = 5$ ,  $f(3) = 3a + b = 9$  을  
연립하여 풀면  $a = 4$ ,  $b = -3$

$\therefore$  나머지는  $4x - 3$

16. 다항식  $f(x)$ 를  $x - 1$ 로 나누었을 때의 나머지가 5이고,  $x + 2$ 로 나누었을 때의 나머지가  $-4$ 이다. 이때,  $f(x)$ 를  $(x - 1)(x + 2)$ 로 나누었을 때의 나머지를  $R(x)$ 라 할 때,  $R(2)$ 의 값은?

① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}f(x) &= (x - 1)Q_1(x) + 5 \\&= (x + 2)Q_2(x) - 4 \\&= (x - 1)(x + 2)Q_3(x) + R(x)\end{aligned}$$

$R(x) = ax + b$  라 하면

$f(1) = 5 \Rightarrow a + b = 5 \cdots ①$

$R(-2) = -4 \Rightarrow -2a + b = -4 \cdots ②$

①, ②에 의해  $a = 3, b = 2 \Rightarrow$

$\therefore R(x) = 3x + 2 \Rightarrow R(2) = 8$

17.  $x$ 에 관한 정식  $f(x)$ 를  $x - 2$ 로 나누면 나머지가 5이고,  $x - 3$ 으로 나누면 나머지가 9라 한다. 이 정식을  $(x - 2)(x - 3)$ 으로 나눌 때의 나머지를 구하면?

- ①  $4x + 3$       ②  $4x + 1$       ③  $4x - 1$   
④  $\textcircled{4} 4x - 3$       ⑤  $4x - 5$

해설

$f(x)$ 를  $(x - 2)(x - 3)$ 으로 나눈 몫을  $Q(x)$ , 나머지를  $ax + b$ 라 하면,

$$f(x) = (x - 2)(x - 3)Q(x) + ax + b$$

$$f(2) = 2a + b = 5 \quad \dots \dots \textcircled{\textcircled{7}}$$

$$f(3) = 3a + b = 9 \quad \dots \dots \textcircled{\textcircled{8}}$$

$$\textcircled{\textcircled{7}}, \textcircled{\textcircled{8}}\text{에서 } a = 4, b = -3$$

$$\therefore \text{나머지는 } 4x - 3$$

18. 다항식  $f(x)$  를  $2x - 1$  로 나누면 나머지는  $-4$  이고, 그 몫을  $x + 2$  로 나누면 나머지는  $2$  이다. 이때,  $f(x)$  를  $x + 2$  로 나눌 때의 나머지를 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답:  $-14$

해설

$$f(x) = (2x - 1)Q(x) - 4 \text{ 라 하면}$$
$$f(-2) = -5Q(-2) - 4$$

그런데  $Q(-2) = 2$  이므로  $f(-2) = -14$

19. 다항식  $f(x)$ 를  $x^2 - 4$ 로 나누었을 때의 나머지가  $-x + 4$ 이다. 다항식  $f(x+1)$ 을  $x^2 + 2x - 3$ 으로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

- ①  $2x + 1$       ②  $\textcircled{2} -x + 3$       ③  $x - 1$   
④  $2x$       ⑤  $2x - 3$

해설

$$\begin{aligned}f(x) &= (x^2 - 4)P(x) - x + 4 \\&= (x+2)(x-2)P(x) - x + 4 \\ \therefore f(-2) &= 6, f(2) = 2 \\f(x+1) &= (x^2 + 2x - 3)Q(x) + ax + b \\&= (x+3)(x-1)Q(x) + ax + b \\x = -3 \text{ 을 대입하면 } f(-2) &= -3a + b = 6 \\x = 1 \text{ 을 대입하면 } f(2) &= a + b = 2 \\ \therefore a = -1, b = 3 &\end{aligned}$$

따라서 나머지는  $-x + 3$

20.  $x$ 에 대한 다항식  $x^3 + ax^2 - x + b$ 를  $x - 3$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다.  $a + b + c + d + k$ 의 값을 구하면?

$$\begin{array}{c|cccc} k & 1 & a & -1 & b \\ & & c & d & 33 \\ \hline 1 & 1 & 4 & 11 & 37 \end{array}$$

- ① 19      ② 20      ③ 21      ④ 22      ⑤ 23

해설

다항식  $x^3 + ax^2 - x + b$ 를  $x - 3$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{c|cccc} 3 & 1 & a & -1 & b \\ & & 3 & 3a + 9 & 9a + 24 \\ \hline 1 & a + 3 & 3a + 8 & 9a + 24 \end{array}$$

○|때  $k = 3$ ,  $c = 3$ ,  $a + 3 = 4$ ,  $3a + 9 = d$ ,  $9a + b + 24 = 37$   
○|므로

$k = 3$ ,  $c = 3$ ,  $a = 1$ ,  $d = 12$ ,  $b = 4$

따라서  $a + b + c + d + k = 1 + 4 + 3 + 12 + 3 = 23$