

1.  $(6x^3 - x^2 - 5x + 5) \div (2x - 1)$ 의 몫을  $a$ , 나머지를  $b$ 라 할 때,  $a + b$ 를 구하면?
- ①  $3x^2 + x + 1$       ②  $x^2 + x + 1$       ③  $3x^2 + 1$   
④  $x^2 + x - 1$       ⑤  $3x^2 + x$

해설

나눗셈을 이용하면  $a = 3x^2 + x - 2, b = 3$   
 $\therefore a + b = 3x^2 + x + 1$

해설

조립제법을 이용할 수 있다.

이 때,  $2x - 1$ 로 나눈 몫은  $x - \frac{1}{2}$ 로 나눈 몫의  $\frac{1}{2}$ 이고 나머지는 같다.

$$\begin{aligned} f(x) &= \left(x - \frac{1}{2}\right) Q(x) + R \\ &= (2x - 1) \cdot \frac{1}{2} \cdot Q(x) + R \end{aligned}$$

2. 다음 곱셈공식을 전개한 것 중 바른 것은?

①  $(x - y - 1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x - 2y$

②  $(a + b)^2(a - b)^2 = a^4 - 2a^2b^2 + b^4$

③  $(-x + 3)^3 = x^3 - 9x^2 + 27x - 27$

④  $(a - b)(a^2 + ab - b^2) = a^3 - b^3$

⑤  $(p - 1)(p^2 + 1)(p^4 + 1) = p^{16} - 1$

해설

①  $(x - y - 1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x + 2y$

③  $(-x + 3)^3 = -x^3 + 9x^2 - 27x + 27$

④  $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$

⑤  $(p - 1)(p + 1)(p^2 + 1)(p^4 + 1) = p^8 - 1$

3.  $2x^2 - 3x - 2 = a(x-1)(x+2) + bx(x+2) + cx(x-1)$  이  $x$ 에 대한 항등식이 되도록  $a, b, c$ 의 값을 정하면?

①  $a = 1, b = -1, c = 2$

②  $a = -1, b = 1, c = -2$

③  $a = 1, b = 1, c = 2$

④  $a = -1, b = -1, c = -2$

⑤  $a = 1, b = -1, c = -2$

해설

수치대입법을 이용한다.

$x = 0$ 을 대입  $-2 = -2a \quad \therefore a = 1$

$x = 1$ 을 대입  $-3 = 3b \quad \therefore b = -1$

$x = -2$ 를 대입  $12 = 6c \quad \therefore c = 2$

4.  $f(x) = x^2 - ax + 1$  이  $x - 1$ 로 나누어 떨어질 때 상수  $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = 2$

해설

$$f(1) = 1^2 - a \cdot 1 + 1 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

5. 다항식  $2x^3 + ax^2 + bx + 3$  이 다항식  $2x^2 - x - 3$  으로 나누어 떨어질 때,  $a + b$  의 값은 ?

① 3

② 1

③ -1

④ -2

⑤ -5

해설

$$2x^3 + ax^2 + bx + 3 = (2x^2 - x - 3)Q(x) \\ = (x + 1)(2x - 3)Q(x)$$

$$x = -1 \text{ 일 때, } -2 + a - b + 3 = 0$$

$$\therefore a - b = -1 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$x = \frac{3}{2} \text{ 일 때, } \frac{27}{4} + \frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b + 3 = 0$$

$$27 + 9a + 6b + 12 = 0$$

$$\therefore 3a + 2b = -13 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}} \text{ 에서 } a = -3, b = -2$$

$$\therefore a + b = (-3) + (-2) = -5$$

6. 다음 중  $a^3 - b^2c - ab^2 + a^2c$ 의 인수인 것은?

①  $a - b + c$

②  $c - a$

③  $b + c$

④  $a - b$

⑤  $c - b + a$

해설

$$\begin{aligned} a^3 - b^2c - ab^2 + a^2c &= a^3 - ab^2 + a^2c - b^2c \\ &= a(a^2 - b^2) + (a^2 - b^2)c \\ &= (a - b)(a + b)(a + c) \end{aligned}$$

7. 자연수  $N = p^n q^m r^l$ 로 소인수분해될 때, 양의 약수의 개수는  $(n+1)(m+1)(l+1)$ 이다. 이 때,  $38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1$ 의 양의 약수의 개수는?

① 9개      ② 12개      ③ 16개      ④ 24개      ⑤ 32개

해설

$$\begin{aligned} 38 = x \text{ 라 하면,} \\ 38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1 &= x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \\ &= (x+1)^3 \\ &= 39^3 \\ &= 13^3 \cdot 3^3 \\ \therefore (3+1)(3+1) &= 16 \end{aligned}$$

8.  $\frac{2-i}{2+i} + \frac{2+i}{2-i}$  를 간단히 하면? (단,  $i = \sqrt{-1}$  이다.)

①  $\frac{6}{5}$       ② 2      ③  $\frac{8}{5}$       ④  $\frac{8}{3}$       ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}\frac{2-i}{2+i} + \frac{2+i}{2-i} &= \frac{(2-i)^2 + (2+i)^2}{(2+i)(2-i)} \\ &= \frac{3+3}{5} = \frac{6}{5}\end{aligned}$$

9.  $i + i^3 + i^5 + i^7 + \cdots + i^{101} = a + bi$  일 때,  $a + b$  의 값은? (단,  $a, b$  는 실수)

① 0      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 4

해설

(좌변)  $= i - i + i - i + \cdots + i = i$  이므로

$i = a + bi$  에서 복소수가 서로 같을 조건에 의하여  $a = 0, b = 1$

$\therefore a + b = 1$

10. 이차방정식  $x^2 + 2x + k - 3 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 정수  $k$ 의 최대값은?

① -1      ② 0      ③ 1      ④ 2      ⑤ 3

해설

서로 다른 두 실근을 갖으려면 판별식이 0보다 커야 한다.

$$D' = 1^2 - (k - 3) > 0$$

$$\therefore k < 4$$

$\therefore$  최대값은 3 ( $\because k$ 는 정수)

11.  $x$ 에 대한 이차식  $2x^2 + (k+1)x + k - 1$ 이 완전제곱식이 될 때,  $k$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$2x^2 + (k+1)x + k - 1$ 이 완전제곱식이므로

$$D = (k+1)^2 - 8(k-1) = 0$$

$$(k-3)^2 = 0$$

$$\therefore k = 3$$

12.  $2x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2$ 의 값은?

①  $-2$

②  $-1$

③  $0$

④  $1$

⑤  $2$

해설

$$\alpha + \beta = -2, \alpha\beta = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 = \alpha\beta(\alpha + \beta) = -\frac{1}{2} \times (-2) = 1$$

13. 이차방정식  $x^2 + ax + b = 0$  의 한 근이  $1 + 2i$  일 때 실수  $a, b$  를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = -2$

▷ 정답 :  $b = 5$

해설

계수가 실수이므로 한 근이  $1 + 2i$  이면 다른 한 근은  $1 - 2i$  이다.

$$(\text{두 근의 합}) = (1 + 2i) + (1 - 2i) = -a \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$(\text{두 근의 곱}) = (1 + 2i)(1 - 2i) = b \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$\therefore \textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서

$a = -2, b = 5$ 이다.

14. 함수  $y = \frac{6}{x^2 - 2x + 4}$  의 최댓값을 구하면?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$x^2 - 2x + 4 = (x - 1)^2 + 3 > 0$  이므로

분모가 최소가 될 때  $y$  가 최대이다.

$\therefore x = 1$  일 때 최댓값  $\frac{6}{3} = 2$

15.  $x$ 의 범위가  $-1 \leq x \leq 2$  일 때, 이차함수  $y = -2x^2 + 4x + 1$ 의 최댓값을 구하면?

① -2

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$y = -2(x - 1)^2 + 3$$

$\therefore x = 1$  일 때, 최댓값 3

16. 모든 모서리의 합이 36, 겹넓이가 56인 직육면체의 대각선의 길이는?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

직육면체의 가로, 세로, 높이를 각각  $a$ ,  $b$ ,  $c$  라 하자.

$$4(a+b+c) = 36, 2(ab+bc+ca) = 56$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca)$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 81 - 56 = 25$$

$$\therefore (\text{대각선의 길이}) = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \\ = \sqrt{25} = 5$$

17.  $x$ 에 대한 다항식  $x^3 + ax^2 + bx + 3$ 이  $x^2 + 1$ 로 나누어떨어질 때, 상수  $a, b$ 의 값을 정하면?

①  $a = -1, b = 3$

②  $a = 1, b = 3$

③  $a = 3, b = -1$

④  $a = -3, b = -1$

⑤  $a = 3, b = 1$

해설

$$\begin{aligned} & x^3 + ax^2 + bx + 3 \\ &= (x^2 + 1)(x + c) \\ &= x^3 + cx^2 + x + c \\ \therefore & a = c, b = 1, c = 3 \\ & \text{따라서 } a = 3, b = 1 \end{aligned}$$

18.  $(x-3)(x-1)(x+2)(x+4)+24$  를 인수분해하면  $(x+a)(x+b)(x^2+cx+d)$  이다.  $a+b+c-d$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\begin{aligned}x^2+x=A \text{로 치환하면} \\(x-3)(x-1)(x+2)(x+4)+24 \\&= \{(x-1)(x+2)\}\{(x-3)(x+4)\}+24 \\&= (x^2+x-2)(x^2+x-12)+24 \\&= (A-2)(A-12)+24 \\&= A^2-14A+48=(A-6)(A-8) \\&= (x^2+x-6)(x^2+x-8) \\&= (x-2)(x+3)(x^2+x-8) \\ \therefore a+b+c-d &= -2+3+1-(-8)=10\end{aligned}$$

19. 복소수  $z$ 의 켤레복소수를  $\bar{z}$ 라 할 때,  $(1+i)z-2\bar{z}=5-3i$ 를 만족하는 복소수  $z$ 는? (단,  $i=\sqrt{-1}$ )

①  $1+i$       ②  $1-i$       ③  $2+i$       ④  $2-i$       ⑤  $1-2i$

해설

임의의 복소수  $z=a+bi, \bar{z}=a-bi$

$$(1+i)(a+bi)-2i(a-bi)=5-3i$$

$$a+bi+ai-b-2ai-2b=5-3i$$

$$(a-3b)+(-a+b)i=5-3i$$

$$\begin{cases} a-3b=5 \\ -a+b=-3 \end{cases}$$

연립하여 풀면  $a=2, b=-1$

$$\therefore z=2-i$$

20. 일차방정식  $a^2x + 1 = a^4 - x$ 의 해는? (단,  $a$ 는 실수)

①  $a$

②  $a + 1$

③  $a - 1$

④  $a^2 - 1$

⑤  $a^2 + 1$

해설

$$a^2x + 1 = a^4 - x \text{ 에서 } a^2x + x = a^4 - 1$$

$$(a^2 + 1)x = (a^2 - 1)(a^2 + 1)$$

$$\therefore x = a^2 - 1 (\because a^2 + 1 > 0)$$

21.  $|x+1|+|x-2|=x+3$ 을 만족하는 해의 합을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

i)  $x < -1$ 일 때,  
 $-x-1-x+2=x+3$   
 $\therefore x = -\frac{2}{3}$  (모순)  
ii)  $-1 \leq x < 2$ 일 때,  
 $x+1-x+2=x+3$   
 $\therefore x = 0$   
iii)  $x \geq 2$ 일 때,  
 $x+1+x-2=x+3$   
 $\therefore x = 4$

22. 이차방정식  $x^2 - x + m = 0$ 의 한 근이 2일 때, 다른 한 근을 구하여라.  
(단,  $m$ 은 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 - x + m = 0$ 의 한 근이 2이므로

$x = 2$ 를 대입하면

$$2^2 - 2 + m = 0 \quad \therefore m = -2$$

따라서 주어진 방정식은  $x^2 - x - 2 = 0$ 이다.

이 방정식을 풀면

$$(x - 2)(x + 1) = 0 \text{에서 } x = 2 \text{ 또는 } x = -1$$

이므로 다른 한 근은 -1이다.

23.  $x$ 에 관한 이차방정식  $x^2 + 2(m + a - 2)x + m^2 + a^2 - 3b = 0$ 이  $m$ 의 값에 관계없이 항상 중근을 가질 때, 상수  $a, b$ 에 대하여  $a + 3b$ 의 값은?

① 2                      ② 4                      ③ 6                      ④ 8                      ⑤ 10

해설

중근을 가지려면 판별식이 0이다.

$$D' = (m + a - 2)^2 - (m^2 + a^2 - 3b) = 0$$

$$\Rightarrow 2m(a - 2) + 4 - 4a + 3b = 0$$

$m$ 에 관계없이 성립하려면,

$$a = 2 \quad \Rightarrow \quad b = \frac{4}{3}$$

$$a + 3b = 6$$

24. 이차함수  $y = x^2 + (m - 1)x + m^2 + 1$ 의 그래프가 직선  $y = x + 1$ 의 그래프보다 항상 위쪽에 존재하도록 하는 실수  $m$ 의 값의 범위는?
- ①  $m < -2$  또는  $m > \frac{2}{3}$

②  $m < -1$  또는  $m > \frac{1}{3}$

③  $m < \frac{1}{3}$  또는  $m > 2$

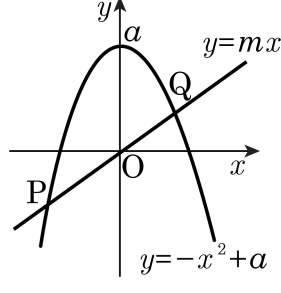
④  $m < \frac{2}{3}$  또는  $m > 2$

⑤  $m < -2$  또는  $m > 2$

해설

이차함수  $y = x^2 + (m - 1)x + m^2 + 1$ 의 그래프가 직선  $y = x + 1$ 보다 항상 위쪽에 있으려면 모든  $x$ 에 대하여  
 $x^2 + (m - 1)x + m^2 + 1 > x + 1$   
 $x^2 + (m - 2)x + m^2 > 0$ 이 항상 성립하여야 한다.  
따라서, 이차방정식  $x^2 + (m - 2)x + m^2$ 의 판별식  $D < 0$ 이어야 한다.  
 $D = (m - 2)^2 - 4m^2 < 0$   
 $(m + 2)(3m - 2) > 0$   
 $\therefore m < -2$  또는  $m > \frac{2}{3}$

25. 다음 그림과 같이 이차함수  $y = -x^2 + a$ 의 그래프와 직선  $y = mx$ 가 서로 다른 두 점 P, Q에서 만난다. 점 Q의  $x$ 좌표가  $\sqrt{5} - 1$ 일 때,  $a + m$ 의 값을 구하여라. (단,  $a, m$ 은 유리수)



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$y = -x^2 + a$ 와  $y = mx$ 가 만나는 두 점 P, Q의  $x$ 좌표는 방정식이  $-x^2 + a = mx$ 의 근이다.

점 Q의  $x$ 좌표가  $\sqrt{5} - 1$ 이므로

방정식  $x^2 + mx - a = 0$ 의 한 근이  $\sqrt{5} - 1$ 이다.

그런데  $a$ 와  $m$ 이 유리수이므로 다른 한 근은  $-\sqrt{5} - 1$ 이다.

따라서, 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$-m = (\sqrt{5} - 1) + (-\sqrt{5} - 1) = -2$$

$$-a = (\sqrt{5} - 1)(-\sqrt{5} - 1) = -4$$

$$\therefore a = 4, m = 2 \quad \therefore a + m = 6$$