1. 다음 중 다항식의 계산결과가 <u>잘못된</u> 것은?

① $(5x - y) + (3x - 2y) = 8x - 3y$

② $(5x^3 + x^2 - 6x + 7) - (2x^3 - 4x^2 - 1) = 3x^3 + 5x^2 - 6x + 8$

③ $(xy + xy^2 - x^2) - (3x^2 - xy)$
$= 2xy + xy^2 - 4x^2$

④ $(x^2 + 1)(3x^2 - 2x - 1)$
$= 3x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 2x - 1$

⑤ $(x^3 - 3xy^2 - 2y^3) \div (x + y) = x^2 - xy - 2y^2$

해설

$(x^2 + 1)(3x^2 - 2x - 1) = 3x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x - 1$

2. 다항식 $2x^3+x^2+x+1$를 $2x-1$ 로 나눈 몫과 나머지를 순서대로 나열한 것은?

① $x^2+x+1,\ 1$

② $x^2+x+1,\ 2$

③ $2x^2+2x+2,\ 1$

④ $2x^2+2x+2,\ 2$

⑤ $4x^2+4x+4,\ 4$

해설

다항식 $2x^3+x^2+x+1$를 $2x-1$ 로 나눈 몫과 나머지를 각각 $Q(x)$, R이라고 하면 $2x^3+x^2+x+1=(2x-1)Q(x)+R$

$$=\left(x-\frac{1}{2}\right)\cdot 2Q(x)+R$$

이므로

$$\begin{array}{c|cccc} \frac{1}{2} & 2 & 1 & 1 & 1 \\ & & 1 & 1 & 1 \\ \hline & 2 & 2 & 2 & \boxed{2} \end{array}$$

$2Q(x)=2x^2+2x+2$

$\therefore\ Q(x)=x^2+x+1,\ R=2$

3. $2012 = k$ 라 할 때, 2013×2011 을 k 로 나타내면?

① $k^2 + k$ ② $k^2 - 1$ ③ $k^2 + k + 1$
④ $k^2 - k + 1$ ⑤ $k^2 - k$

해설

$$\begin{aligned} 2013 \times 2011 &= (k+1)(k-1) \\ &= k^2 - 1 \end{aligned}$$

4. 등식 $2x+(y+1)i=6-i$를 만족하는 실수 $x,\ y$의 값은?

① $x=3,\ y=-2$ ② $x=3,\ y=0$ ③ $x=4,\ y=-2$
④ $x=4,\ y=0$ ⑤ $x=-1,\ y=4$

해설
$(2x-6)+(y+2)i=0$
$x,\ y$는 실수이므로, $2x-6=0,\quad y+2=0$
$\Rightarrow x=3,\quad y=-2$

5. $x = 1 + \sqrt{2}i, y = 1 - \sqrt{2}i$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하면?

① -1 ② 1 ③ -2 ④ 2 ⑤ -3

해설

$x^2 = (1 + \sqrt{2}i)^2 = 1 + 2\sqrt{2}i - 2 = -1 + 2\sqrt{2}i$
$y^2 = (1 - \sqrt{2}i)^2 = 1 - 2\sqrt{2}i - 2 = -1 - 2\sqrt{2}i$
$\therefore\ x^2 + y^2 = -2$

해설

$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 2^2 - 2 \times 3 = -2$

6. 이차방정식 $2x^2 - 2x + 3 = 0$의 두 근을 구하면?

① $-1 \pm \sqrt{5}i$　② $1 \pm \sqrt{5}$　③ $\frac{-1 \pm \sqrt{5}i}{2}$
④ $\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$　⑤ $\frac{1 \pm \sqrt{5}i}{2}$

해설

$2x^2 - 2x + 3 = 0$에서

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1^2 - 2\times3}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}i}{2}$$

7. 부등식 $|x-1|+|x+2|<9$를 만족하는 정수 x의 개수는?

① 4개 ② 5개 ③ 6개 ④ 7개 ⑤ 8개

해설

(i) $x<-2$일 때

$-(x-1)-(x+2)<9$

$-x+1-x-2<9,\ x>-5$

$\therefore -5<x<2$

(ii) $-2 \le x < 1$일 때

$-(x+1)+x+2<9,\ -x+1+x+2<9$

$0 \cdot x<6$이므로 $-2 \le x<1$인 범위의 모든 x는 주어진 부등식의 해가 된다.

$\therefore -2 \le x<1$

(iii) $x \ge 1$일 때,

$(x-1)+(x+2)<9,\ x<4$

$\therefore 1 \le x<4$

(i), (ii), (iii)에서 해는 $-5<x<4$

따라서 정수는 8개

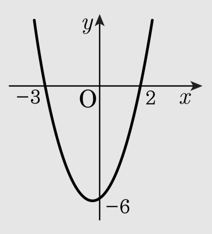
8. 이차함수의 그래프를 이용하여 이차부등식 $x^2 + x - 6 > 0$을 풀면?

① $x < -3$ 또는 $x > 2$　　② $x < -2$ 또는 $x > 3$

③ $x < -1$ 또는 $x > 4$　　④ $x < 0$ 또는 $x > 5$

⑤ $x < 1$ 또는 $x > 6$

해설



이차방정식 $x^2 + x - 6 = 0$ 에서 $(x+3)(x-2) = 0$

$\therefore x = -3$ 또는 $x = 2$

$f(x) = x^2 + x - 6$ 으로 놓으면 $y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고

이차부등식 $f(x) > 0$의 해는 $x < -3$ 또는 $x > 2$

9. $\frac{x+1}{3}=y-2$를 만족하는 모든 실수 $x,\ y$에 대하여, 항상 $ax+by=7$이 성립할 때, $a,\ b$의 값을 구하여라. $(a,\ b$는 상수$)$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=-1$

▷ 정답 : $b=3$

해설

$\frac{x+1}{3}=y-2,\ x+1=3(y-2)$

$x-3y=-7$

$-x+3y=7 \Leftrightarrow ax+by=7$

$\therefore\ a=-1,\ b=3$

10. $f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 2$가 $(x-1)(x+2)$로 나누어 떨어지도록 상수 $a+b$의 값을 정하시오.

▶ 답:

▷ 정답: -3

해설

$f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 2$ 라 놓으면,
$f(1) = 1 - a + b - 2 = 0$
$\therefore\ -a + b = 1 \cdots$ ㉠
$f(-2) = -8 - 4a - 2b - 2 = 0$
$\therefore\ 2a + b = -5 \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서 $a = -2,\ b = -1$

11. x 에 대한 이차함수 $y = x^2 - 4kx + 5k^2 - 5k + 7$ 에 대하여 y 가 최소가 되도록 하는 x 의 값과 그 때의 y 의 값으로 옳은 것은?

① $x = k,\ y = k^2 + k + 2$

② $x = k,\ y = k^2 - 3k + 4$

③ $x = 2k,\ y = k^2 + 4k + 1$

④ $x = 2k,\ y = k^2 - 5k + 7$

⑤ $x = 3k,\ y = 2k^2 - 3k + 6$

해설

$y = x^2 - 4kx + 5k^2 - 5k + 7$
$= (x - 2k)^2 + k^2 - 5k + 7$ 이므로
주어진 이차함수는 $x = 2k$ 일 때
최솟값 $k^2 - 5k + 7$ 을 갖는다.
따라서, 구하는 x, y 의 값은
$x = 2k,\ y = k^2 - 5k + 7$

12. 다음 이차함수 $y = x^2 - 2x - 2$ 의 x의 범위가 $-2 \leq x \leq 2$ 일 때, 이 함수의 최댓값은?

① -3 ② -2 ③ 0 ④ 6 ⑤ 9

해설

$y = x^2 - 2x - 2 \Rightarrow \quad y = (x-1)^2 - 3$
$-2 \leq x \leq 2$ 이므로 $x = 1$ 에서 최솟값,
$x = -2$ 에서 최댓값을 갖는다.
$\therefore$ 최댓값 : $(-2-1)^2 - 3 = 6$

13. 다음 삼차방정식을 풀었을 때 두 허근의 합을 구하여라.

$$x^3 - x^2 + x - 6 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$f(x) = x^3 - x^2 + x - 6$ 으로 놓으면 $f(2) = 8 - 4 + 2 - 6 = 0$ 이므로 $f(x)$ 는 $x - 2$ 를 인수로 갖는다.

$$\begin{array}{c|cccc} 2 & 1 & -1 & 1 & -6 \\ & & 2 & 2 & 6 \\ \hline & 1 & 1 & 3 & \boxed{0} \end{array}$$

위의 조립제법에서 $f(x) = (x - 2)(x^2 + x + 3)$ 이므로 주어진 방정식은$(x - 2)(x^2 + x + 3) = 0$

$\therefore x = 2\ ,\ x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{11}i}{2}$

두 허근의 합은 -1

14. 사차방정식 $x^4+x^3-7x^2-x+6=0$의 근이 아닌 것은?

① -3　② -1　③ 1　④ 2　⑤ 3

해설

대입하여 성립하는 수들을 찾아내어 조립제법으로 인수분해를 하면

$x^4+x^3-7x^2-x+6=0$

$(x-1)(x^3+2x^2-5x-6)=0$

$(x-1)(x-2)(x^2+4x+3)=0$

$(x-1)(x-2)(x+3)(x+1)=0$

$\therefore\ x=-3,-1,1$ 또는 2

15. 연립방정식 $\begin{cases} \frac{x-1}{2} = \frac{2-y}{3} = \frac{z+3}{5} \\ x+2y+3z=7 \end{cases}$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=3$

▷ 정답 : $y=-1$

▷ 정답 : $z=2$

해설

$\frac{x-1}{2} = \frac{2-y}{3}$ 에서

$3x+2y=7$ ……㉠

$\frac{x-1}{2} = \frac{z+3}{5}$ 에서

$5x-2z=11$ ……㉡

$x+2y+3z=7$ ……㉢

㉠ − ㉢을 하면 $2x-3z=0$ ……㉣

㉡ × 3 − ㉣ × 2를 하면 $11x=33$

$\therefore$ $x=3$ 이것을 ㉠, ㉡에 대입하면

$y=-1$, $z=2$

16. 부등식 $x^2+x+m \geq 0$의 x의 값에 관계없이 성립할 때, 실수 m의 최솟값은?

① -4 ② 0 ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

해설

$x^2+x+m \geq 0$이 x의 값에 관계없이 항상 성립하려면
$x^2+x+m=0$의 판별식을 D라 할 때
$D=1^2-4m \leq 0 \quad \therefore m \geq \frac{1}{4}$
따라서 실수 m의 최솟값은 $\frac{1}{4}$이다.

17. 다음 연립부등식을 풀어라.

$$\begin{cases} x^2 - 2x + 1 \leq 0 \\ x^2 + 2x + 2 \geq 0 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

해설

$x^2 - 2x + 1 \leq 0 \rightarrow (x-1)^2 \leq 0$
$(x-1)^2$ 은 항상 0 이상이므로
만족하는 해는 $x = 1$ 이 유일
$x^2 + 2x + 2 = (x+1)^2 + 1 > 0$
$\rightarrow (x+1)^2 + 1 \geq 1$
∴ 모든 실수
$\therefore x = 1$

18. x 에 대한 다항식 x^3+ax^2+bx+2 를 x^2-x+1 로 나눈 나머지가 $x+3$ 이 되도록 $a,\ b$ 의 값을 정할 때, ab 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab=-6$

해설

검산식을 사용

$x^3+ax^2+bx+2=(x^2-x+1)\cdot A+(x+3)$

$A=(x+p)$

$x^3+ax^2+bx+2-(x+3)=(x^2-x+1)(x+p)$

$x^3+ax^2+(b-1)x-1=(x^2-x+1)(x-1)\quad\therefore p=-1$

우변을 정리하면

$\therefore\ a=-2,\ b=3$

$\therefore ab=-6$

19. 복소수 z의 켤레복소수가 $\bar{z}$일 때, 등식 $(1-i)\bar{z}+2iz=3-i$를 만족시키는 z를 구하면?

① $3-2i$　② $-3+i$　③ $3+i$
④ $-3-2i$　⑤ $3-i$

해설

복소수 $z=x+yi(x,\ y$ 는 실수$)$라 놓으면
$\bar{z}=x-yi$
따라서, 주어진 식은
$(1-i)(x-yi)+2i(x+yi)=3-i$
$x-yi-xi-y+2xi-2y=3-i$
$(x-3y)+(x-y)i=3-i$
복소수의 상등에 의하여 $x-3y=3$, $x-y=-1$
$\therefore\ x=-3,\ y=-2$
$\therefore\ z=-3-2i$

20. $\omega = \frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $\frac{1}{3\omega^2+4\omega+2} = a+b\omega$ 를 만족하는 실수 a, b 의 값에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하면?

① 1　　② -1　　③ 2　　④ -2　　⑤ $-\frac{4}{3}$

해설

$\omega = \frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ 에서

$2\omega+1 = \sqrt{3}i$

양변을 제곱하면,

$4\omega^2+4\omega+4=0$

$\therefore\ \omega^2+\omega+1=0$

$$\begin{aligned} 3\omega^2+4\omega+2 &= 3(\omega^2+\omega+1)+\omega-1 \\ &= \omega-1 \end{aligned}$$

$\frac{1}{\omega-1} = a+b\omega$ 에서

$(a+b\omega)(\omega-1)=1$

$(a-2b)\omega-(a+b)=1 \leftarrow \omega^2=-\omega-1$

$\therefore\ a-2b=0,\ a+b=-1$ 에서

$a=-\frac{2}{3},\ b=-\frac{1}{3}$

$\therefore\ a+b=-1$

21. 이차방정식 $x^2 - 14kx + 96k = 0$의 두 근의 비가 $3 : 4$일 때, 양수 k의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 2$

해설

두 근을 $3\alpha,\ 4\alpha$라고 하면
근과 계수의 관계에 의하여
$3\alpha + 4\alpha = 14k \cdots\cdots$ ㉠
$3\alpha \cdot 4\alpha = 96k \cdots\cdots$ ㉡
㉠에서 $7\alpha = 14k \ \ \therefore \alpha = 2k \cdots\cdots$ ㉢
㉡에서 $12\alpha^2 = 96k \ \ \therefore \alpha^2 = 8k \cdots\cdots$ ㉣
㉢을 ㉣에 대입하면 $4k^2 = 8k,\ 4k(k-2) = 0$
$\therefore k = 0$ 또는 $k = 2$
따라서 양수 k의 값은 $k = 2$이다.

22. 다음 x의 이차방정식의 두 실근의 절댓값이 같고, 부호가 다르게 실수 m의 값을 정하면?

$$3(x-1)(x-m)-x(7-m^2)=18-m^2$$

① -4　　② -2　　③ 0　　④ 2　　⑤ 4

해설

두 근의 절댓값이 같고 부호가 다를 조건은

$\alpha+\beta=0,\ \alpha\beta<0$

준식을 x에 관해서 정리하면,

$3x^2+(m^2-3m-10)x+m^2+3m-18=0$

따라서, $\alpha+\beta=\dfrac{-(m^2-3m-10)}{3}=0,$

즉 $m^2-3m-10=0$

$(m-5)(m+2)=0 \quad \therefore\ m=5,\ -2 \quad \cdots\cdots$ ㉠

$\alpha\beta=\dfrac{m^2+3m-18}{3}<0,\ m^2+3m-18<0$

$(m-3)(m+6)<0 \quad \therefore\ -6<m<3 \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡의 공통범위에 의해 $m=-2$

23. 정수 n에 대해 $z = i^n + i^{-n}, i = \sqrt{-1}$을 만족하는 z의 개수는?

① 1개　② 2개　③ 3개　④ 4개　⑤ 4개보다 많다.

해설

정수 n 에 대하여 $i^n = i$ 또는 -1 또는 $-i$ 또는 1,
$i^n = i$ 이면 $i^{-n} = -i$, $i^n = -1$ 이면
$i^{-n} = -1$, $i^n = -i$ 이면
$i^{-n} = i$, $i^n = 1$ 이면
$i^{-n} = 1$
$\therefore\ i^n + i^{-n} = 0, -2, 0, 2$
$\therefore\ z$는 3개다.

24. 방정식 $3x^2+5x-2=0$의 두 근을 α, β라 하고 방정식 $5x^2+4x+3=0$의 두 근을 γ, δ 라 할 때, $\frac{1}{\alpha\gamma}+\frac{1}{\beta\gamma}+\frac{1}{\delta\beta}+\frac{1}{\delta\alpha}$ 의 값은?

① $-\frac{10}{3}$　② $-\frac{7}{3}$　③ $-\frac{4}{3}$　④ $-\frac{1}{3}$　⑤ 1

해설

$\alpha+\beta=-\frac{5}{3},\ \alpha\beta=-\frac{2}{3}$, $\gamma+\delta=-\frac{4}{5},\ \gamma\delta=\frac{3}{5}$

$$\frac{1}{\alpha\gamma}+\frac{1}{\beta\gamma}+\frac{1}{\delta\beta}+\frac{1}{\delta\alpha}$$
$$=\frac{1}{\gamma}\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\right)+\frac{1}{\delta}\left(\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\alpha}\right)$$
$$=\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\right)\left(\frac{1}{\gamma}+\frac{1}{\delta}\right)$$
$$=\left(\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}\right)\left(\frac{\gamma+\delta}{\gamma\delta}\right)$$
$$=\frac{-\frac{5}{3}}{-\frac{2}{3}}\times\frac{-\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}}=-\frac{10}{3}$$

25. x의 3차방정식 $x^3-(3k+1)x+3k=0$이 중근을 갖도록 하는 실수 k의 값들의 합은?

① $\frac{7}{12}$ ② $\frac{7}{5}$ ③ $\frac{7}{4}$ ④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{7}{2}$

해설

주어진 식의 좌변을 인수분해하면

$(x-1)(x^2+x-3k)=0$

$\therefore\ x=1$ 또는 $x^2+x-3k=0$

여기에서 $x^2+x-3k=0$이 중근을 가질 때는 $D=1+12k=0$

$\therefore\ k=-\frac{1}{12}$

또, $x^2+x-3k=0$이 $x=1$이라는 근을 가져도 그 근은 중근이 되므로

$1+1-3k=0$

$\therefore\ k=\frac{2}{3}$

$\therefore\ -\frac{1}{12}+\frac{2}{3}=\frac{-1+8}{12}=\frac{7}{12}$