

1. 다음 중 옳게 연결된 것은?

① $\{x \mid x \text{는 홀수}\} = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$

② $\{x \mid x \text{는 짝수}\} = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$

③ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 5, 10\}$

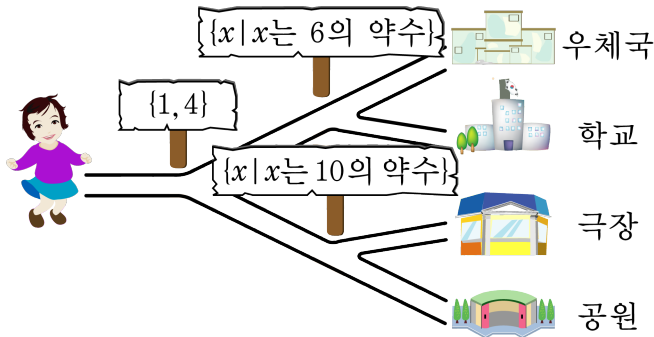
④ $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\} = \{6, 12, 18, \dots\}$

⑤ $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{이하의 자연수}\} = \{1, 2, 3, 4\}$

해설

③ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 5, 10\}$ 이다.

2. 미션이는 길을 가다가 갈림길을 만났을 때, 갈림길의 이정표에 적힌 집합이 집합 $\{1, 2, 4\}$ 의 진부분집합이면 왼쪽으로 가고, 집합 $\{1, 2, 4\}$ 의 진부분집합이 아니면 오른쪽으로 간다고 한다. 미션이가 도착하는 곳은 어디인지 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 학교

해설

$\{1, 2, 4\}$ 의 진부분집합은 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \{2, 4\}$ 이다.

$\{1, 4\}$ 는 진부분집합이므로 첫 번째 갈림길에서 왼쪽으로 가고, $\{x | x \text{는 } 6 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 3, 6\}$ 이므로 두 번째 갈림길에서 오른쪽으로 간다.

따라서 미션이가 도착하는 곳은 학교이다.

3. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 일 때, $X \subset A$, $A - X = \{1, 4\}$ 를 만족하는 집합 X 의 진부분집합의 개수는?

- ① 7개 ② 8개 ③ 9개 ④ 12개 ⑤ 16개

해설

1, 4를 뺀 $\{2, 3, 5\}$ 의 진부분집합의 개수는 $2^3 - 1 = 7(\text{개})$ 이다.

4. $U = \{a, b, c, d, e\}$ 의 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{c, d\}$, $B - A = \{a\}$, $A^c \cap B^c = \{e\}$ 일 때, 집합 B 는?

① $\{a\}$

② $\{b\}$

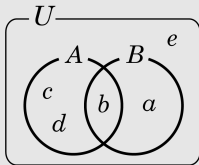
③ $\{a, b\}$

④ $\{a, c\}$

⑤ $\{a, b, c\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $B = \{a, b\}$ 이다.



5. 다음 중 무한집합인 것은?

- ① $\{x \mid x \text{는 } 2 \text{ 이하의 자연수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 0 \times x = 1 \text{인 수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 0 < x < 1 \text{인 기약분수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 50 \text{ 미만의 } 7 \text{의 배수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 5 \times x = 12 \text{인 자연수}\}$

해설

- ① $\{x \mid x \text{는 } 2 \text{ 이하의 자연수}\} = \{1\}$ 이므로 유한집합이다.
- ② $\{x \mid x \text{는 } 0 \times x = 1 \text{인 수}\}$ 는 원소가 존재하지 않으므로 공집합 즉, 유한집합이다.
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 0 < x < 1 \text{인 기약분수}\} = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4} \dots \right\}$ 이므로 무한집합이다.
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 50 \text{ 미만의 } 7 \text{의 배수}\} = \{7, 14, 21, 28, 35, 42, 49\}$ 이므로 유한집합이다.
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 5 \times x = 12 \text{인 자연수}\}$ 는 원소가 존재하지 않으므로 공집합 즉, 유한집합이다.

6. $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분집합 중에서 홀수를 적어도 1개 포함하는 집합의 개수는?

① 12개

② 16개

③ 32개

④ 56개

⑤ 64개

해설

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

전체 부분집합의 개수: $2^6 = 64$

홀수를 적어도 1개 포함하는 집합의 개수는 전체 부분집합의 개수에서 홀수가 하나도 포함되지 않은 부분집합의 개수를 빼면 된다.

$$2^6 - 2^3 = 64 - 8 = 56 \text{ (개)}$$

7. 두 집합 $A = \{\neg, \square, \supset, \wedge\}$, $B = \{\wedge, \perp, \square, \supset\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 일 때, $\square$ 안에 들어갈 한글 자음을 차례대로 구한 것은?

① $\supset, \wedge$

② $\neg, \supset$

③ $\neg, \wedge$

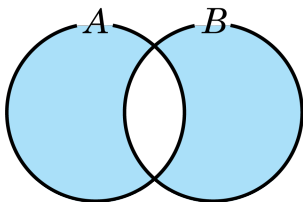
④ $\perp, \neg$

⑤ $\supset, \wedge$

해설

$A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 는 $A = B$ 이다. 집합 A, B 의 모든 원소가 같아야 하므로 두 집합을 비교하면 집합 A 의 $\square = \perp$ 이고, 집합 B 의 $\square = \neg$ 이다.

8. 두 집합 $A = \{1, 2, 4, 6, 9, 10, 13\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 미만의 짝수}\}$ 에 대하여 다음 벤 다이어그램에서 색칠한 부분의 모든 원소의 합을 구하여라.



▶ 답 :

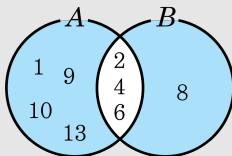
▷ 정답 : 41

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면

$B = \{2, 4, 6, 8\}$ 이다.

벤 다이어그램을 그려보면 다음과 같다.



색칠한 부분의 원소는 $\{1, 8, 9, 10, 13\}$ 이다.

따라서 모든 원소의 합은

$1 + 8 + 9 + 10 + 13 = 41$ 이다.

9. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $\{(B - A) \cup (A \cap B)\} - A = \emptyset$ 이 성립할 때, 다음 중 옳은 것은 ?

① $A \subset B$

② $B \subset A$

③ $A^c \subset B$

④ $B^c \subset A$

⑤ $A = B$

해설

$$\begin{aligned}(B - A) \cup (A \cap B) &= (B \cap A^c) \cup (A \cap B) \\ &= B \cap (A^c \cup A) \\ &= B \cap U = B\end{aligned}$$

따라서 주어진 등식은 $B - A = \emptyset$

$$\therefore B \subset A$$

10. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음을 간단히 하여라.
 $[(A - B) \cap (B^c \cup A^c)] \cup [(A \cup B) \cap (B^c \cup A)]$

▶ 답 :

▷ 정답 : A

해설

$$\begin{aligned} & [(A - B) \cap (B^c \cup A^c)] \cup [(A \cup B) \cap (B^c \cup A)] \\ &= [(A - B) \cap (B \cap A)^c] \cup [(A \cup B) \cap (A \cup B^c)] \\ &= [(A - B) - (A \cap B)] \cup [A \cup (B \cap B^c)] \\ &= (A - B) \cup A = A \end{aligned}$$

11. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A * B = (A \cap B) \cup (A \cup B)^c$ 라고 정의할 때, 항상 성립한다고 할 수 없는 것은?

① $A * B = B * A$

② $A * \phi = A^c$

③ $A * U = U$

④ $A * A^c = \phi$

⑤ $A * B = A^c * B^c$

해설

$$\begin{aligned}\textcircled{3} \quad A * U &= (A \cap U) \cup (A \cup U)^c \\ &= A \cup U^c = A \cup \phi = A\end{aligned}$$

12. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } n \text{보다 큰 } 4 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $8 \notin A$ 이고 $12 \in A$ 를 만족하는 모든 자연수 n 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 38

해설

8은 포함하지 않고 12는 포함하므로
 $A = \{12, 16, 20, 24 \dots\}$ 이다.

이것을 만족하는 n 의 값은 8, 9, 10, 11이다.
따라서 모든 n 의 값의 합은 38이다.

13. A 가 집합일 때 $P(A)$ 를 $P(A) = \{X \mid X \subset A\}$ 로 정의하기로 한다. 이때, 다음 중 옳은 것은?

① $A \subset P(A)$

② $\{A\} \subset P(A)$

③ $\{A\} \in P(A)$

④ $\{A\} = P(A)$

⑤ $A \notin P(A)$

해설

집합 A 는 집합 $P(A)$ 의 원소이므로 $A \in P(A)$

따라서 A 를 원소로 하는 부분집합 $\{A\}$ 는 $P(A)$ 의 부분집합이다.

$$\therefore \{A\} \subset P(A)$$

14. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합을 X 라고 하자. 집합 X 의 모든 원소들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

$$A = \{1, 2, 4\}$$

$$X : \emptyset, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \\ \{2, 4\}, \{1, 2, 4\}$$

집합 X 의 원소들의 합에는 1, 2, 4가 각각 4번씩 더해지므로
 $(1 + 2 + 4) \times 4 = 28$

15. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것을 고르면?

① $A \cup B = B \cup A$

② $B \subset A$ 이면 $A \cap B = B$

③ $A \cap A = \emptyset$

④ $B \cap \emptyset = \emptyset$

⑤ $A \subset (A \cup B)$

해설

③ $A \cap A = A$

16. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 23$, $n(B) = 39$, $n(A \cup B) = 62$ 일 때,
다음 안에 들어갈 수 있는 기호가 아닌 것을 모두 골라라.

보기

$$A - B \quad \square \quad A$$

① $\in$

② $\subset$

③ $\supset$

④ $\not\subset$

⑤ $=$

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) ,$$

$62 = 23 + 39 - n(A \cap B)$ 에서 $n(A \cap B) = 0$ 이므로 $A \cap B = \phi$ 이다.

$A - B \quad \square \quad A$ 에서 $\square$ 안에 들어갈 수 있는 기호는 $\subset, \supset, =$ 이다.

17. 집합 $A = \{\emptyset, 0, 1, \{0\}, \{1\}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\emptyset \in A$

② $\emptyset \subset A$

③ $\{\emptyset\} \subset A$

④ $\{0, 1\} \in A$

⑤ $\{\{0\}, 0\} \subset A$

해설

- ① 집합 A 에 속에 있는 $\emptyset$ 은 집합 A 의 원소이다.
- ② 공집합 $\emptyset$ 는 모든 집합의 부분집합이다.
- ③ $\{\emptyset\} \subset A$
- ④ $\{0, 1\} \subset A$

18. 전체집합 $U = \{1, 2\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = A$ 인 두 집합 A, B 는 모두 몇 쌍인지 구하여라.

▶ 답 : 쌍

▷ 정답 : 9쌍

해설

$A \cap B = A$ 이면 $A \subset B$ 이다.

집합 U 의 부분집합은 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$,

$A = \emptyset$ 일 때, B 는 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$ 로 4 쌍이 될 수 있다.

$A = \{1\}$ 일 때, B 는 $\{1\}, \{1, 2\}$ 로 2 쌍이 될 수 있다.

$A = \{2\}$ 일 때, B 는 $\{2\}, \{1, 2\}$ 로 2 쌍이 될 수 있다.

$A = \{1, 2\}$ 일 때, B 는 $\{1, 2\}$ 이므로 1 쌍이 될 수 있다.

$$\therefore 4 + 2 + 2 + 1 = 9(\text{쌍})$$

19. 두 집합 P, Q 에 대하여 집합의 연산 Δ 을 $X\Delta Y = (X - Y) \cup (Y - X)$ 로 약속할 때, $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{2, 4, 8\}$, $C = \{4, a\}$ 에 대하여 다음과 같다면 a 의 값은?

$$(A\Delta B)\Delta C = \{1, 4, 9\}$$

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$A = \{1, 2, 4, 8\}, B = \{2, 4, 8\}, C = \{4, a\}$$

$A\Delta B = \{1\}$, $\{1\}\Delta C = \{1, 4, 9\}$ 를 만족하려면 집합 C 에는 1은 없어야 하고 9는 있어야 한다.

$$\therefore a = 9$$

20. 수학 문제집이 A, B, C 세 종류가 있다, 각 문제집을 갖고 있는 학생의 집합을 각각 A, B, C 라 할 때, $n(A) = 6, n(B) = 8, n(C) = 11$ 이고 $n(A \cap B) = 4, n(A \cap B \cap C) = 2$ 이다. 세 문제집 중 적어도 한 문제집을 갖고 있는 학생수를 x 라 할 때, x 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

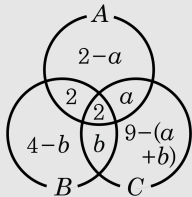
해설

$$n(A \cap B \cap C^c)$$

$$= n(A \cap B) - n(A \cap B \cap C) = 4 - 2 = 2 \text{ 이}$$

$$\text{므로, } n(A \cap B^c \cap C) = a, n(A^c \cap B \cap C) = b$$

라 하면 벤 다이어그램을 그려서 나누어지는 7개 부분의 원소의 개수는 다음 그림과 같다.



이 때, $a \geq 0, b \geq 0, 2 - a \geq 0, 4 - b \geq 0, 9 - (a + b) \geq 0$ 이므로 4개의 부등식에서 $0 \leq a \leq 2, 0 \leq b \leq 4$ 이고 $\therefore 0 \leq a + b \leq 6$ 이것은 마지막 부등식을 만족시킨다.

$x = n(A \cup B \cup C) = 19 - (a + b)$ 이므로 (그림에서 7개 부분을 모두 더한 값이다.)

$$\therefore 13 \leq x \leq 19$$

따라서 x 의 최솟값은 13이다.