1. 일차함수 $y = ax + 1$ 은 x 의 값이 4만큼 증가할 때, y 의 값은 6만큼 감소한다. 기울기와 x 절편을 차례로 구하면?

① $\frac{2}{3}$, $-\frac{3}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$, $-\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$, $-\frac{2}{3}$

④ $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{2}$ ⑤ $-\frac{3}{2}$, $\frac{2}{3}$

해설

x 의 값이 4만큼 증가할 때, y 의 값은 6만큼 감소하므로 기울기는 $\frac{-6}{4} = -\frac{3}{2}$ 이다.

$y = -\frac{3}{2}x + 1$ 이므로 x 절편은 $\frac{2}{3}$ 이다.

2. 다음 보기의 일차함수 중 그 그래프가 오른쪽 위로 향하는 것의 개수를 a개, 제2사분면을 지나는 것의 개수를 b개라고 할 때, $a+b$의 값은?

보기

㉠ $y=3x$	㉡ $y=-3x$
㉢ $y=3x+1$	㉣ $y=\frac{1}{2}x+3$
㉤ $y=-\frac{1}{2}x+3$	㉥ $y=-4x-3$
㉦ $y=2x+6$	㉧ $y=\frac{4}{5}x-1$

① 7　② 8　③ 9　④ 10　⑤ 11

해설

그래프가 오른쪽 위로 향하는 것은 기울기가 양수인 것이므로
㉠, ㉢, ㉣, ㉦, ㉧의 5개, $\therefore a=5$
제2사분면을 지나는 것의 개수는 ㉡ ,㉢, ㉣ ㉤, ㉥, ㉦의 6개
$\therefore b=6$
따라서 $a+b=11$이다.

3. 세 직선 $x = 3,\ y = 4,\ x + y = a$가 한 점에서 만날 때, 상수 a 의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$x + y = a$ 식에 $x = 3,\ y = 4$ 를 대입하면 $a = 3 + 4 = 7$

4. 일차함수 $y = 4x - 3$의 그래프를 y축의 방향으로 5만큼 평행 이동한 그래프와 x축에서 만나는 점은?

① $(1,\ 0)$ ② $\left(-\frac{1}{2},\ 0\right)$ ③ $\left(\frac{1}{2},\ 0\right)$

④ $\left(0,\ \frac{1}{2}\right)$ ⑤ $\left(0,\ -\frac{1}{2}\right)$

해설

$y = 4x-3$을 y축의 방향으로 5만큼 평행이동하면 $y = 4x-3+5 = 4x + 2$

x절편 : $-\frac{1}{2}$

따라서 x축과 만나는 점은 $\left(-\frac{1}{2},\ 0\right)$이다.

5. 일차함수 $y = ax + 2$ 의 y 절편과 $y = 5x - \frac{a}{2}$ 의 y 절편이 서로 같을 때, a 의 값을 구하면?

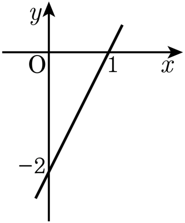
① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

해설

$$2 = -\frac{a}{2}$$

$$\therefore \ a = -4$$

6. 다음 그래프는 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프이다. 일차함수 $y = bx - a$ 의 x 절편을 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

그래프의 기울기는 2 이고 y 절편은 -2 이고,
그래프의 함수는 $y = 2x - 2$ 이므로 $a = 2,\ b = -2$ 이다.
따라서 주어진 일차함수는 $y = -2x - 2$ 이므로 x 절편은 -1 이다.

7. x의 값의 변화량에 대한 y의 값의 변화량의 비율이 $-\frac{2}{3}$이고, 점 $(-3,\ 4)$를 지나는 직선의 그래프에서 x절편과 y절편의 곱은?

① 2　　② 4　　③ 6　　④ 8　　⑤ 10

해설

x의 값의 변화량에 대한 y의 값의 변화량의 비율이 기울기이므로 이 직선의 방정식은 $y=-\frac{2}{3}x+k$이다.

$y=-\frac{2}{3}x+k$에 $(-3, 4)$를 대입하면

$4=2+k \quad \therefore k=2$

$\therefore y=-\frac{2}{3}x+2$

$\therefore x$ 절편 : 3 , y 절편 : 2

8. 일차함수 $ax+by+4=0$ 의 그래프가 한 점 $(2,\ 3)$ 을 지나고, x 절편이 $-\frac{4}{3}$ 일 때, $a\times b$ 의 값은?

① -10 ② -6 ③ -4 ④ 2 ⑤ 8

해설

$ax+by+4=0$ 에 $\left(-\frac{4}{3},\ 0\right)$ 을 대입하면

$-\frac{4}{3}a=-4,\ a=3$

$3x+by+4=0$ 에 $(2,\ 3)$ 을 대입하면 $6+3b+4=0$

$3b=-10,\ b=\left(-\frac{10}{3}\right)$

$\therefore\ a\times b=3\times\left(-\frac{10}{3}\right)=-10$

9. 주전자로 물을 데우려고 한다. 가스렌지에 불을 켜면, 5분마다 12°C씩 온도가 올라간다고 한다. 이 때 5°C의 물을 89°C까지 데우는 데 걸리는 시간은?

① 20분 ② 25분 ③ 31분 ④ 35분 ⑤ 38분

해설

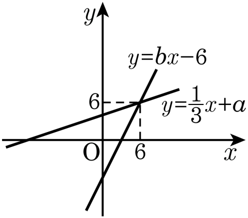
x 분 후의 물의 온도를 y°C라 하면

$y = \frac{12}{5}x + 5$에 $y = 89$를 대입하면

$89 = \frac{12}{5}x + 5$

$\therefore \ x = 35$(분)

10. 일차함수 $y=\frac{1}{3}x+a$와 $y=bx-6$의 그래프가 점 $(6,\ 6)$을 모두 지난다. 이때, 일차함수 $f(x)=ax+b$에서 $f(k)=4$를 만족하는 k의 값은?



① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ -2 ⑤ $-\frac{1}{3}$

해설

$y=\frac{1}{3}x+a$와 $y=bx-6$의 그래프가 점 $(6,\ 6)$을 모두 지나므로

$6=\frac{1}{3}\times 6+a,\ \ 6=b\times 6-6$

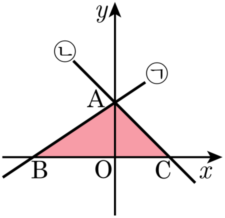
$a=4,\ \ b=2$이다.

$\therefore f(x)=4x+2$

$f(k)=4\times k+2=4$

$k=\frac{1}{2}$이다.

11. 다음 그림과 같이 x축과 두 직선 $y = ax + 2$, $y = -x + b$로 둘러싸인 삼각형 ABC의 넓이가 5일 때, ab의 값을 구하면?



① $-\frac{4}{3}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ -3

④ 3 ⑤ 2

해설

직선 ㉠의 방정식이 $y = ax + 2$,
직선 ㉡의 방정식이 $y = -x + b$이고,
㉠, ㉡의 y절편이 일치하므로 $b = 2$이다.
따라서 $y = -x + 2$에 $y = 0$을 대입하면
$0 = -x + 2, \quad \therefore x = 2$
$\therefore \ \mathrm{C}(2,\ 0)$

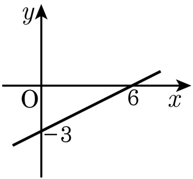
$\triangle$ABC의 넓이가 5이므로 $\overline{\mathrm{BC}} \times \overline{\mathrm{OA}} \times \frac{1}{2} = 5$

$\therefore \overline{\mathrm{BC}} = 5$
$\therefore \mathrm{B}(-3,\ 0)$
직선 $y = ax + 2$가 점 $\mathrm{B}(-3,\ 0)$을 지나므로

$0 = -3a + 2, \quad \therefore \ a = \frac{2}{3}$

$\therefore \ ab = \frac{2}{3} \times 2 = \frac{4}{3}$

12. 일차함수 $y = -(a-1)x+7$의 그래프가 다음 그림의 그래프와 평행하고, 점 $(b, 3)$을 지날 때, 상수 a, b의 곱 ab의 값은?



① -4 ② -3 ③ -2

④ -1 ⑤ 0

해설

i) 두 점 $(6,0)$, $(0,-3)$을 지나는 직선의 기울기를 구하면

$\dfrac{0-(-3)}{6-0} = \dfrac{1}{2}$이다.

그러므로 $-(a-1) = \dfrac{1}{2}$, $\quad a = \dfrac{1}{2}$

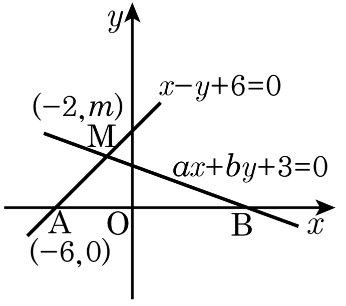
ii) $y = \dfrac{1}{2}x + 7$은 $(b, 3)$을 지나므로,

$3 = \dfrac{1}{2}b + 7$, $\quad b = -8$

iii) $ab = \dfrac{1}{2} \times (-8) = -4$

13. 다음은 두 직선과 그 그래프를 나타낸 것이다. 이때, 교점 $\mathrm{M}(-2,\ m)$에서 만나고 $\frac{3}{2}\overline{\mathrm{AO}} = \overline{\mathrm{BO}}$이다. 이 때, abm의 값은?

$ax + by + 3 = 0$, $x - y + 6 = 0$



① $\frac{1}{2}$ ② -2 ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{11}{9}$

해설

$x - y + 6 = 0$에 교점 $\mathrm{M}(-2,\ m)$을 대입하면, $-2 - m + 6 = 0$

$\therefore\ m = 4\quad \cdots$ ㉠

$\mathrm{A}(-6,\ 0)$이므로 $\frac{3}{2}\overline{\mathrm{AO}} = \overline{\mathrm{BO}}$에 의해서 $\overline{\mathrm{BO}} = 9$

$\therefore \mathrm{B}(9,\ 0)\quad \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의해서 교점 $\mathrm{M}(-2,\ 4)$, $\mathrm{B}(9,\ 0)$을 $ax + by + 3 = 0$에 대입하면

$-2a + 4b + 3 = 0$

$9a + 3 = 0$

$\therefore a = -\frac{1}{3},\quad b = -\frac{11}{12}$

따라서 $abm = \frac{11}{9}$이다.

14. 두 직선 $ax-2y=2$ 와 $bx+y=-1$ 의 그래프가 일치할 때, 연립방정식 $bx-y=2$, $ax+2y=-1$ 의 해를 구하여라. (단, $ab \neq 0$)

① $a=-2,\ b=3$

② $a=-1,\ b=3$

③ $a=0,\ b=2$

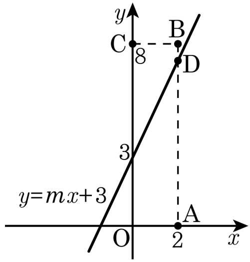
④ 해는 무수히 많다.

⑤ 해가 없다.

해설

$ax-2y=2$와 $bx+y=-1$이 일치하므로
두 번째 식에 -2배를 하면
$-2bx-2y=2$이다.
$\therefore a=-2b$
$bx-y=2$와 $ax+2y=-1$에 각각 대입하여 연립하면 해는 존재하지 않는다.

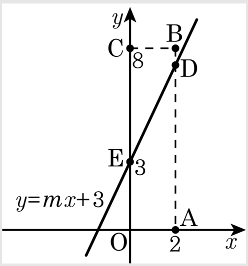
15. 다음 그림과 같이 직선 $y = mx + 3$ 이 직사각형 OABC 를 두 부분으로 나눈다. 아랫부분의 넓이가 윗부분의 넓이의 2 배일 때, m 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{7}{3}$

해설



$y = mx + 3$ 의 위에 점 D 가 있으므로
$D(2,\ 2m + 3)$
또한, $(0,\ 3)$ 을 점 E 라 하면
$\square CBDE$
$= \frac{1}{2} \times (5 + 8 - (2m + 3))$
$\times 2 = 10 - 2m$
$\square EOAD = \frac{1}{2} \times (3 + 2m + 3) \times 2 = 2m + 6$
이 때, $2\square CBDE = \square EOAD$ 이므로

$$\begin{aligned} 2(10 - 2m) &= 2m + 6 \\ 20 - 4m &= 2m + 6 \end{aligned}$$

$\therefore m = \frac{7}{3}$

16. x 에서 y 로의 함수 중, 임의의 a, b 에 대하여 $a > b$ 일 때, $f(a) > f(b)$ 인 함수를 증가함수라고 하고, $a > b$ 일 때, $f(a) < f(b)$ 인 함수를 감소함수라고 한다. x 의 범위가 0, 1, 2, 3, 4, 5 이고, y 의 범위가 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18 인 함수 $f(x)$ 중 $f(2) = 10$ 을 만족하는 증가함수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 24 가지

해설

$f(0)$, $f(1)$ 은 2, 4, 6, 8 중에서 하나의 값을 가져야 하고, $f(0) < f(1)$ 이므로 2, 4, 6, 8 에서 뽑은 2 개의 수 중 작은 수는 $f(0)$, 큰 수는 $f(1)$ 이다.

따라서 $f(0)$, $f(1)$ 을 정하는 방법의 수는 $\dfrac{4 \times 3}{2!} = 6$ (가지) 이다.

$f(3)$, $f(4)$, $f(5)$ 는 12, 14, 16, 18 에서 뽑은 3 개의 수 중 작은 순서대로 $f(3)$, $f(4)$, $f(5)$ 이다.

$\dfrac{4 \times 3 \times 2}{3!} = 4$ (가지) 이다. 그러므로 조건을 만족하는 함수의 개수는 $6 \times 4 = 24$ 가지이다.

17. 일차함수 $f(x) = px + q$ 의 그래프는 x 값이 4 만큼 증가할 때 y 의 값은 k 만큼 증가하고 x 값이 1 에서 10 으로 변할 때, y 의 값은 r 만큼 증가한다. 또한 실수 a, b 에 대하여 다음 식을 만족할 때, kr 의 값을 구하여라.

$$\frac{f(a)-f(b)}{3} = \frac{b}{2} - \frac{a}{2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 81

해설

$\dfrac{f(a)-f(b)}{3} = \dfrac{b}{2} - \dfrac{a}{2}$ 에서

$2f(a) - 2f(b) = 3b - 3a$

$2f(a) - f(b) = -3(a-b)$

$\therefore \dfrac{f(a)-f(b)}{a-b} = -\dfrac{3}{2}$

즉, 이 직선의 기울기 $p = -\dfrac{3}{2}$ 이다.

따라서, x 값이 4 만큼 증가할 때 y 의 값은 k 만큼 증가하므로

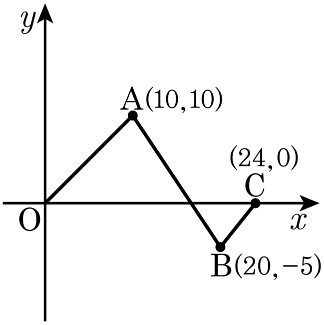
$\dfrac{k}{4} = -\dfrac{3}{2} \qquad \therefore k = -6$

또한, x 값이 9 만큼 증가할 때 y 의 값은 r 만큼 증가하므로

$\dfrac{r}{9} = -\dfrac{3}{2} \qquad \therefore r = -\dfrac{27}{2}$

$\therefore kr = (-6) \times \left(-\dfrac{27}{2}\right) = 81$

18. x 의 값의 범위가 $0 \le x \le 24$ 일 때, 함수 $f(x)$ 의 그래프는 다음과 같다. $f(x) = f(x+4)$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{38}{5}$

▷ 정답 : $\frac{200}{11}$

해설

직선 OA 의 방정식 $f_1(x) = x \cdots$ ㉠

직선 AB 의 방정식 $f_2(x) = -\frac{3}{2}x + 25 \cdots$ ㉡

직선 BC 의 방정식 $f_3(x) = \frac{5}{4}x - 30 \cdots$ ㉢

$f(x) = f(x+4)$ 이므로

1) ㉠, ㉡에서 $f_1(x) = f_2(x+4)$ 이 성립한다.

$f_1(x) = x$

$f_2(x+4) = -\frac{3}{2}(x+4) + 25$ 이므로

$x = -\frac{3}{2}(x+4) + 25$

$\therefore\ x = \frac{38}{5}$

2) ㉡, ㉢에서 $f_2(x) = f_3(x+4)$ 이 성립한다.

$f_2(x) = -\frac{3}{2}x + 25$

$f_3(x+4) = \frac{5}{4}(x+4) - 30$ 이므로

$-\frac{3}{2}x + 25 = \frac{5}{4}(x+4) - 30$

$\therefore\ x = \frac{200}{11}$

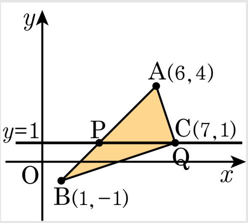
따라서 x 의 값은 $\frac{38}{5}$ 또는 $\frac{200}{11}$ 이다.

19. 세 점 A(6, 4), B(1, −1), C(7, 1) 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 가 있다. x 축에 평행한 직선이 삼각형 ABC 와 두 점 PQ 에서 만난다고 할 때, 선분 PQ 의 길이의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설



선분 PQ 의 길이가 최대가 되려면 위의 그림과 같이 점 Q 는 점 C 와 같아야 한다.

즉, x 축과 평행한 직선의 그래프는 $y = 1$ 이고,

점 P 의 좌표는 직선 AB 와 $y = 1$ 의 교점이다.

직선 AB 의 그래프는 (6, 4) 와 (1, −1) 을 지나는 직선의 방정식과 같으므로

$$y + 1 = \frac{4+1}{6-1}(x-1) \qquad \therefore\ y = x - 2$$

$y = x - 2$ 와 $y = 1$ 의 교점의 좌표는 P(3, 1)

따라서 선분 PQ 의 길이의 최댓값은 $7 - 3 = 4$ 이다.

20. 세 직선 $-2x+y-5=0, ax+2y-2=0, 4x-y-3=0$으로 삼각형이 이루어지지 않을 때, a의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -18

해설

i) $ax+2y-2=0$ 이 다른 직선과 평행일 경우

$\frac{-2}{a}=\frac{1}{2}$에서 $a=-4$

$\frac{a}{4}=\frac{2}{-1}$에서 $a=-8$

ii) 세 직선이 한 점에서 만날 경우

$$\begin{array}{rl} & -2x+y+5=0 \\ -) & \ \ 4x-y-3=0 \\ \hline & \ \ 2x \qquad -8=0 \\ & \ \ \ x \qquad\quad =4 \end{array}$$

$x=4$를 $-2x+y-5+0$에 대입하면

$-2\times4+y-5=0,\ y=13,$

$ax+2y-2=0$에 점 $(4,13)$을 대입하면

$4a+26-2=0,\ 4a+24=0,\ a=-6,$

따라서 모든 a값의 합은

$-4-8-6=-18$