

1. 다음 식을 인수분해하면  $x^4 - 3x^2y^2 + 4y^4 = (x^2 + axy + by^2)(x^2 + cxy + dy^2)$  일 때,  $a + b + c + d$  의 값을 구하여라. ( $a, b, c, d$ 는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^4 + 4x^2y^2 + 4y^4 - 7x^2y^2 \\&= (x^2 + 2y^2)^2 - 7x^2y^2 \\&= (x^2 + \sqrt{7}xy + 2y^2)(x^2 - \sqrt{7}xy + 2y^2) \\ \therefore a + b + c + d &= 4\end{aligned}$$

2. 삼각형 ABC의 세변의 길이  $a, b, c$  사이에  $a^3 + a^2b - ac^2 + ab^2 + b^3 - bc^2 = 0$ 인 관계가 성립할 때 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인가?

- ①  $b = c$ 인 이등변 삼각형
- ②  $a = c$ 인 이등변삼각형
- ③  $b$ 가 빗변의 길이인 직각삼각형
- ④ 정삼각형
- ⑤  $c$ 가 빗변의 길이인 직각삼각형

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= a^2(a+b) + b^2(a+b) - c^2(a+b) \\ &= (a+b)(a^2 + b^2 - c^2) = 0 \\ a^2 + b^2 &= c^2 \quad (\because a+b \neq 0) \\ \therefore c &\text{가 빗변의 길이인 직각삼각형}\end{aligned}$$

3.  $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해 하였더니  $(x + ay)(x - by + c)$ 가 된다고 할 때,  $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-4$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2x - y^2 + 2y \\ &= (x^2 - y^2) - 2(x - y) \\ &= (x + y - 2)(x - y) \\ &= (x + ay)(x - by + c) \end{aligned}$$

계수를 비교하면

$$a = -1, b = -1, c = -2$$
$$\therefore a + b + c = -1 - 1 - 2 = -4$$

4. 다음 중 다항식  $x^4 - 8x^2 - 9$ 의 인수가 아닌 것은?

①  $x - 3$

②  $x + 3$

③  $x^2 + 1$

④  $x^2 + 9$

⑤  $x^3 + 3x^2 + x + 3$

해설

준 식을 인수분해 하면

$$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2 + 1)(x^2 - 9)$$

$$= (x^2 + 1)(x + 3)(x - 3)$$

$$\textcircled{5} \quad x^2(x + 3) + x + 3 = (x^2 + 1)(x + 3)$$

5. 다항식  $(x-1)^3+27$ 을 바르게 인수분해한 것은?

①  $(x-1)(x^2+3)$

②  $(x-1)(x^2-x-2)$

③  $(x-1)(x^2+3x+3)$

④  $(x+2)(x^2+x+7)$

⑤  $(x+2)(x^2-5x+13)$

해설

$x-1$ 을  $A$ 로 치환하면

$$\text{준식} = A^3 + 27 = (A+3)(A^2-3A+9)$$

다시  $x-1$ 을 대입하면  $(x+2)(x^2-5x+13)$

6. 다항식  $8x^3 - 1$ 을  $4x^2 + 2x + 1$ 로 나누었을 때의 몫을  $Q(x)$ 라 할 때  $Q(x)$ 의 상수항의 계수는?

①  $-2$       ②  $-1$       ③  $0$       ④  $1$       ⑤  $2$

해설

$$8x^3 - 1 = (2x)^3 - 1^3 = (2x - 1)(4x^2 + 2x + 1)$$

$$\therefore Q(x) = 2x - 1$$

$$\therefore \text{상수항은 } -1$$

7.  $(a+1)(a^2-a+1) = a^3+1$ 을 이용하여  $\frac{1999^3+1}{1998 \times 1999+1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2000

해설

$a = 1999$ 라 하면

$$1998 \times 1999 + 1 = (a-1)a + 1 = a^2 - a + 1$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1999^3+1}{1998 \times 1999+1} &= \frac{a^3+1}{a^2-a+1} \\ &= \frac{(a+1)(a^2-a+1)}{a^2-a+1} \\ &= a+1 = 2000 \end{aligned}$$

8. 다음은 조립제법을 이용하여 다항식  $x^3 - 2x^2 + 5x - 3$ 을  $x - 1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 구한 것이다. 몫과 나머지가 바르게 연결된 것은?
- ① 몫:  $x - 1$ , 나머지: 1
  - ② 몫:  $x - 1$ , 나머지: 4
  - ③ 몫:  $x^2 - x - 4$ , 나머지: 1
  - ④ 몫:  $x^2 - x + 4$ , 나머지: 1
  - ⑤ 몫:  $x^2 - x + 4$ , 나머지:  $x - 1$

해설

조립제법을 이용하면

|   |   |    |    |    |
|---|---|----|----|----|
| 1 | 1 | -2 | 5  | -3 |
|   |   | 1  | -1 | 4  |
|   | 1 | -1 | 4  | 1  |

$\therefore x^3 + 2x^2 + 5x - 3 = (x - 1)(x^2 - x + 4) + 1$

따라서 몫은  $x^2 - x + 4$ , 나머지는 1

9.  $x^3-4x^2+x+6$ 을 인수분해하면  $(x+a)(x+b)(x+c)$  이다.  $a^2+b^2+c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$f(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$ 이라 놓으면,  
 $x = -1$  일 때,  $-1 - 4 - 1 + 6 = 0$   
따라서,  $f(x)$ 는  $(x + 1)$ 로 나누어 떨어진다.  
즉,  $f(x)$ 는  $(x + 1)$ 의 인수를 갖는다.  
즉,  $f(x) = (x + 1)Q(x)$  몫  
 $Q(x)$ 는 조립제법으로 구한다.

|    |  |   |    |   |    |
|----|--|---|----|---|----|
| -1 |  | 1 | -4 | 1 | 6  |
|    |  |   | -1 | 5 | -6 |
|    |  | 1 | -5 | 6 | 0  |

$f(x) = (x^2 - 5x + 6)(x + 1)$   
 $\therefore f(x) = (x - 3)(x - 2)(x + 1)$   
 $\therefore a^2 + b^2 + c^2 = (-3)^2 + (-2)^2 + 1^2 = 14$

10.  $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ 을 인수분해 하면?

①  $(x+1)(x-2)(x+3)$

②  $(x-1)(x+2)(x+3)$

③  $(x-1)(x-2)(x-3)$

④  $(x+1)(x+2)(x-3)$

⑤  $(x-1)(x-2)(x+3)$

해설

인수정리를 이용하면

$f(1) = 0, f(2) = 0, f(3) = 0$ 이므로

(준식)  $= (x-1)(x-2)(x-3)$

11. 다항식  $ax + ay - bx - by$ 를 인수분해 하면?

①  $x(a - b)$

②  $(a - b)(x - y)$

③  $(a + b)(x - y)$

④  $(a - b)(x + y)$

⑤  $(a + b)(x + y)$

해설

$$\begin{aligned} ax + ay - bx - by &= a(x + y) - b(x + y) \\ &= (a - b)(x + y) \end{aligned}$$

12.  $a^2b + b^2c - b^3 - a^2c$ 을 인수분해하면?

①  $(a + b)(a - b)(b + c)$

②  $(a - b)(b - c)(c + a)$

③  $(a - b)(a + b)(b - c)$

④  $(a - b)(a + b)(c - a)$

⑤  $(a - b)(b + c)(c - a)$

해설

$$\begin{aligned} & a^2b + b^2c - b^3 - a^2c \\ &= a^2(b - c) - b^2(b - c) \\ &= (a - b)(a + b)(b - c) \end{aligned}$$

13.  $(x^2 + x)(x^2 + x + 1) - 6$ 을 인수분해하면?

- ①  $(x - 1)(x + 2)(x^2 + x + 3)$       ②  $(x - 1)(x + 2)(x^2 + x - 3)$   
③  $(x - 2)(x + 1)(x^2 + x + 3)$       ④  $(x - 1)(x + 2)(x^2 - x + 3)$   
⑤  $(x + 1)(x - 2)(x^2 - x + 3)$

해설

$$\begin{aligned}x^2 + x &= X \text{라 하자.} \\(\text{준식}) &= X(X + 1) - 6 \\&= X^2 + X - 6 \\&= (X + 3)(X - 2) \\&= (x^2 + x + 3)(x^2 + x - 2) \\&= (x - 1)(x + 2)(x^2 + x + 3)\end{aligned}$$