

1. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 5는 5의 약수이다.
- ② 6은 6의 배수이다.
- ③ 1은 모든 자연수의 약수이다.
- ④ 15는 15의 배수인 동시에 약수이다.
- ⑤ 7은 7의 약수이지만 배수는 아니다.

해설

모든 자연수는 자기 자신의 약수인 동시에 배수이다. 따라서 ⑤이다.

2. $3^2 \times 5 \times 7$ 에 자연수 a 를 곱하면 어떤 자연수의 제곱인 수가 된다. a 의 최솟값은?

① 5 ② 7 ③ 15 ④ 21 ⑤ 35

해설

$3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 가 어떤 자연수의 제곱인 수가 되려면 $3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수 a 의 최솟값은 $5 \times 7 = 35$ 이다.

3. 두 수 A 와 B 의 최대공약수가 24 일 때, 다음 중 A 와 B 의 공약수인 것은?

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 10 ⑤ 12

해설

공약수는 최대공약수의 약수이다.

⑤ 12 는 24 의 약수이다.

4. 고속버스 터미널에서 대전행 버스는 10 분마다 한 대씩, 광주행 버스는 15 분마다, 여수행 버스는 18 분마다 한 대씩 출발한다. 세 버스가 오전 9 시에 동시에 출발했을 때, 바로 다음으로 동시에 출발하는 시각은?

- ① 오전 9 시 30 분 ② 오전 10 시
③ 오전 10 시 30 분 ④ 오후 9 시
⑤ 오후 9 시 30 분

해설

10, 15, 18 의 최소공배수를 구한다.

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 10 \ 15 \ 18} \\ 2 \overline{) \ 2 \ 3 \ 18} \\ 3 \overline{) \ 1 \ 3 \ 9} \\ \quad 1 \ 1 \ 3 \end{array}$$

$$\therefore 5 \times 2 \times 3 \times 1 \times 1 \times 3 = 90$$

따라서 오전 9 시부터 90 분 후인 오전 10 시 30 분에 동시에 출발한다.

5. 가로 길이가 16cm, 세로 길이가 12cm, 높이가 24cm 인 직육면체 모양의 벽돌이 있다. 이것을 같은 방향으로 놓이도록 쌓아서 정육면체를 만들 때, 이러한 정육면체 중 가장 작은 것의 한 모서리의 길이는?

- ① 36cm ② 48cm ③ 72cm
④ 96cm ⑤ 144cm

해설

가장 작은 정육면체의 한 모서리의 길이는 16, 12, 24의 최소공배수이므로 48cm 이다.

6. 세 수 48, 72, $2^3 \times 3 \times 5$ 의 최대공약수는?

① 2×3^2

② $2^3 \times 3$

③ $2^2 \times 3^2$

④ $2^2 \times 3^2$

⑤ 2×3^2

해설

$48 = 2^4 \times 3$, $72 = 2^3 \times 3^2$, $2^3 \times 3 \times 5$ 이므로 최대공약수는 $2^3 \times 3$

7. 귤 48개와 참외 24개, 키위 36개를 가능한 한 많은 학생들에게 똑같이 나누어주려고 한다. 한 학생이 받는 귤, 참외, 키위의 개수를 각각 a, b, c 라 할 때 $a + b - c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

48, 24, 36의 최대공약수는 12이므로 각각 받을 수 있는 과일의 수는

$$a = 48 \div 12 = 4, b = 24 \div 12 = 2, c = 36 \div 12 = 3$$

$$\therefore a + b - c = 4 + 2 - 3 = 3$$

8. 사과 54 개와 귤 19 개를 될 수 있는 대로 많은 어린이들에게 똑같이 나누어 주려고 했더니 사과는 2 개가 남고, 귤은 3 개가 부족했다. 어린이는 모두 몇 명인가?

① 2 명 ② 4 명 ③ 6 명 ④ 8 명 ⑤ 12 명

해설

어린이 수는 $54 - 2 = 52$, $19 + 3 = 22$ 의 최대공약수 2 (명)

9. 세 자연수 4, 6, 16 중 어느 것으로 나누어도 나누어떨어지는 자연수 중 가장 작은 자연수는?

- ① 32 ② 36 ③ 40 ④ 48 ⑤ 60

해설

4, 6, 16 의 최소공배수는 48 이다.

10. 두 수 $2^a \times 7^2$, $2^2 \times 7^b$ 의 최대공약수가 2×7^2 , 최소공배수가 $2^2 \times 7^4$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

최대공약수가 2×7^2 이므로 $a = 1$ 이고,
최소공배수가 $2^2 \times 7^4$ 이므로 $b = 4$ 이다.
따라서 $a + b = 5$ 이다.

11. 정화는 10 층 아파트에서 살고 있는데, 엘리베이터가 자주 고장이 난다. 어느 날 엘리베이터 입구에 '약수의 개수가 2 개인 층에서만 탑니다.' 라는 문구가 적혀 있었을 때, 엘리베이터가 서는 층이 아닌 것은?

① 2층 ② 3층 ③ 5층 ④ 7층 ⑤ 9층

해설

약수의 개수가 2 개인 층은 소수인 층이다. 따라서 10 이하의 소수는 2, 3, 5, 7 이므로 엘리베이터가 서지 않는 층은 9 층이다.

12. $42 \times A$ 의 약수의 개수가 16개일 때, 가장 작은 A 의 값과 두 번째로 작은 A 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$2 \times 3 \times 7 \times A$ 약수의 개수가 16개이므로
 A 가 될 수 있는 수는 $2^2, 3^2, 7^2$ 이거나 $2, 3, 7$ 이외의 소수이다.
따라서 가장 작은 값은 $2^2 = 4$,
두 번째로 작은 값은 5
 $\therefore 4 + 5 = 9$

13. 세 자연수 $2^2 \times A$, $2 \times 3 \times A$, $3^2 \times A$ 의 최소공배수가 108 일 때, A 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

세 자연수의 최소공배수가 108 이고, $108 = 2^2 \times 3^3$ 이므로 $2^2 \times A$, $2 \times 3 \times A$, $3^2 \times A$ 의 최소공배수와 $2^2 \times 3^3$ 가 같으면 된다. $2^2 \times A$, $2 \times 3 \times A$, $3^2 \times A$ 의 최소공배수는 $2^2 \times 3^2 \times A$ 이므로 $2^2 \times 3^3$ 와 비교하면 A 는 3 이다.

14. $126 = a^l \times b^m \times c^n$ 으로 소인수분해될 때, $a+b+c-l-m-n$ 의 값을 구하여라. (단, $a < b < c$ 인 소수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$126 = 2 \times 3^2 \times 7 = a^l \times b^m \times c^n$$

$$\therefore a = 2, b = 3, c = 7, l = 1, m = 2, n = 1$$

$$\therefore a + b + c - l - m - n = 2 + 3 + 7 - 1 - 2 - 1 = 8$$

15. $2^a \times 3^b$ 의 약수의 개수가 6 개 일 때, $2^a \times 3^b$ 이 가장 작은 자연수가 되도록 하는 a, b 를 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 2$

▷ 정답: $b = 1$

해설

자연수 A 가 $A = a^m \times b^n$ 으로 소인수분해될 때 (A 의 약수의 개수)는 $(m+1) \times (n+1)$ 개 이다.

$$\begin{aligned} 6 &= 1 \times 6 = (0+1) \times (5+1) \\ &= 6 \times 1 = (5+1) \times (0+1) \\ &= 2 \times 3 = (1+1) \times (2+1) \\ &= 3 \times 2 = (2+1) \times (1+1) \end{aligned}$$

이므로, (a, b) 의 순서쌍으로 가능한 순서쌍은 모두 $(0, 5), (5, 0), (1, 2), (2, 1)$ 이다.

i) $(a, b) = (0, 5)$ 일 때,

구하고자 하는 수는 $2^0 \times 3^5 = 1 \times 3^5 = 243$ 이다.

ii) $(a, b) = (5, 0)$ 일 때,

구하고자 하는 수는 $2^5 \times 3^0 = 2^5 \times 1 = 32$ 이다.

iii) $(a, b) = (1, 2)$ 일 때,

구하고자 하는 수는 $2^1 \times 3^2 = 18$ 이다.

iv) $(a, b) = (2, 1)$ 일 때,

구하고자 하는 수는 $2^2 \times 3^1 = 12$ 이다.

따라서 i), ii) iii), iv) 에서 가장 작은 수는 12 이다.