

1. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 5 는 5 의 약수이다.
- ② 6 은 6 의 배수이다.
- ③ 1 은 모든 자연수의 약수이다.
- ④ 15 는 15 의 배수인 동시에 약수이다.
- ⑤ 7 은 7 의 약수이지만 배수는 아니다.

해설

모든 자연수는 자기 자신의 약수인 동시에 배수이다. 따라서 ⑤이다.

2.  $3^2 \times 5 \times 7$  에 자연수  $a$  를 곱하면 어떤 자연수의 제곱인 수가 된다.  $a$  의 최솟값은?

① 5

② 7

③ 15

④ 21

⑤ 35

해설

$3^2 \times 5 \times 7 \times a$  가 어떤 자연수의 제곱인 수가 되려면  $3^2 \times 5 \times 7 \times a$  를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수  $a$  의 최솟값은  $5 \times 7 = 35$  이다.

3. 두 수  $A$  와  $B$  의 최대공약수가 24 일 때, 다음 중  $A$  와  $B$  의 공약수인 것은?

① 5

② 7

③ 9

④ 10

⑤ 12

해설

공약수는 최대공약수의 약수이다.

⑤ 12 는 24 의 약수이다.

4. 고속버스 터미널에서 대전행 버스는 10 분마다 한 대씩, 광주행 버스는 15 분마다, 여수행 버스는 18 분마다 한 대씩 출발한다. 세 버스가 오전 9 시에 동시에 출발했을 때, 바로 다음으로 동시에 출발하는 시각은?

① 오전 9 시 30 분

② 오전 10 시

③ 오전 10 시 30 분

④ 오후 9 시

⑤ 오후 9 시 30 분

#### 해설

10, 15, 18 의 최소공배수를 구한다.

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 10 \quad 15 \quad 18} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) \quad 2 \quad 3 \quad 18} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) \quad 1 \quad 3 \quad 9} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \quad 3 \end{array}$$

$$\therefore 5 \times 2 \times 3 \times 1 \times 1 \times 3 = 90$$

따라서 오전 9 시부터 90 분 후인 오전 10 시 30 분에 동시에 출발한다.

5. 가로 길이 16cm, 세로 길이 12cm, 높이 24cm 인 직육면체 모양의 벽돌이 있다. 이것을 같은 방향으로 놓이도록 쌓아서 정육면체를 만들 때, 이러한 정육면체 중 가장 작은 것의 한 모서리의 길이는?

① 36cm

② 48cm

③ 72cm

④ 96cm

⑤ 144cm

#### 해설

가장 작은 정육면체의 한 모서리의 길이는 16, 12, 24 의 최소공배수이므로 48cm 이다.

6. 세 수 48, 72,  $2^3 \times 3 \times 5$  의 최대공약수는?

①  $2 \times 3^2$

②  $2^3 \times 3$

③  $2^2 \times 3^2$

④  $2^2 \times 3^2$

⑤  $2 \times 3^2$

해설

$48 = 2^4 \times 3$ ,  $72 = 2^3 \times 3^2$ ,  $2^3 \times 3 \times 5$  이므로 최대공약수는  $2^3 \times 3$

7. 귤 48개와 참외 24개, 키위 36개를 가능한 한 많은 학생들에게 똑같이 나누어주려고 한다. 한 학생이 받는 귤, 참외, 키위의 개수를 각각  $a, b, c$  라 할 때  $a + b - c$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

48, 24, 36의 최대공약수는 12이므로 각각 받을 수 있는 과일의 수는

$$a = 48 \div 12 = 4, \quad b = 24 \div 12 = 2, \quad c = 36 \div 12 = 3$$

$$\therefore a + b - c = 4 + 2 - 3 = 3$$

8. 사과 54 개와 귤 19 개를 될 수 있는 대로 많은 어린이들에게 똑같이 나누어 주려고 했더니 사과는 2 개가 남고, 귤은 3 개가 부족했다. 어린이는 모두 몇 명인가?

- ① 2 명      ② 4 명      ③ 6 명      ④ 8 명      ⑤ 12 명

해설

어린이 수는  $54 - 2 = 52$ ,  $19 + 3 = 22$  의 최대공약수 2 (명)



9. 세 자연수 4, 6, 16 중 어느 것으로 나누어도 나누어떨어지는 자연수 중 가장 작은 자연수는?

① 32

② 36

③ 40

④ 48

⑤ 60

해설

4, 6, 16 의 최소공배수는 48 이다.

10. 두 수  $2^a \times 7^2$ ,  $2^2 \times 7^b$  의 최대공약수가  $2 \times 7^2$  , 최소공배수가  $2^2 \times 7^4$  일 때,  $a + b$  의 값을 구하면?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

최대공약수가  $2 \times 7^2$  이므로  $a = 1$  이고,  
최소공배수가  $2^2 \times 7^4$  이므로  $b = 4$  이다.  
따라서  $a + b = 5$  이다.

11. 정화는 10 층 아파트에서 살고 있는데, 엘리베이터가 자주 고장이 난다. 어느 날 엘리베이터 입구에 ‘약수의 개수가 2 개인 층에서만 탑니다.’ 라는 문구가 적혀 있었을 때, 엘리베이터가 서는 층이 아닌 것은?

① 2 층

② 3 층

③ 5 층

④ 7 층

⑤ 9 층

#### 해설

약수의 개수가 2 개인 층은 소수인 층이다. 따라서 10 이하의 소수는 2, 3, 5, 7 이므로 엘리베이터가 서지 않는 층은 9 층이다.

12.  $42 \times A$  의 약수의 개수가 16 개일 때, 가장 작은  $A$  의 값과 두 번째로 작은  $A$  의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$2 \times 3 \times 7 \times A$  약수의 개수가 16 개이므로  
 $A$  가 될 수 있는 수는  $2^2, 3^2, 7^2$  이거나 2, 3, 7 이외의 소수이다.  
따라서 가장 작은 값은  $2^2 = 4$ ,  
두 번째로 작은 값은 5  
 $\therefore 4 + 5 = 9$

13. 세 자연수  $2^2 \times A$ ,  $2 \times 3 \times A$ ,  $3^2 \times A$  의 최소공배수가 108 일 때,  $A$  값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

세 자연수의 최소공배수가 108 이고,  $108 = 2^2 \times 3^3$  이므로  $2^2 \times A$ ,  $2 \times 3 \times A$ ,  $3^2 \times A$  의 최소공배수와  $2^2 \times 3^3$  가 같으면 된다.  $2^2 \times A$ ,  $2 \times 3 \times A$ ,  $3^2 \times A$  의 최소공배수는  $2^2 \times 3^2 \times A$  이므로  $2^2 \times 3^3$  와 비교하면  $A$  는 3 이다.

14.  $126 = a^l \times b^m \times c^n$  으로 소인수분해될 때,  $a + b + c - l - m - n$  의 값을 구하여라. (단,  $a < b < c$  인 소수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$126 = 2 \times 3^2 \times 7 = a^l \times b^m \times c^n$$

$$\therefore a = 2, b = 3, c = 7, l = 1, m = 2, n = 1$$

$$\therefore a + b + c - l - m - n = 2 + 3 + 7 - 1 - 2 - 1 = 8$$

15.  $2^a \times 3^b$  의 약수의 개수가 6 개 일 때,  $2^a \times 3^b$  이 가장 작은 자연수가 되도록 하는  $a, b$  를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = 2$

▷ 정답 :  $b = 1$

### 해설

자연수  $A$  가  $A = a^m \times b^n$  으로 소인수분해될 때 ( $A$  의 약수의 개수)는  $(m+1) \times (n+1)$  개 이다.

$$\begin{aligned} 6 &= 1 \times 6 = (0+1) \times (5+1) \\ &= 6 \times 1 = (5+1) \times (0+1) \\ &= 2 \times 3 = (1+1) \times (2+1) \\ &= 3 \times 2 = (2+1) \times (1+1) \end{aligned}$$

이므로,  $(a, b)$  의 순서쌍으로 가능한 순서쌍은 모두  $(0, 5), (5, 0), (1, 2), (2, 1)$  이다.

i)  $(a, b) = (0, 5)$  일 때,

구하고자 하는 수는  $2^0 \times 3^5 = 1 \times 3^5 = 243$  이다.

ii)  $(a, b) = (5, 0)$  일 때,

구하고자 하는 수는  $2^5 \times 3^0 = 2^5 \times 1 = 32$  이다.

iii)  $(a, b) = (1, 2)$  일 때,

구하고자 하는 수는  $2^1 \times 3^2 = 18$  이다.

iv)  $(a, b) = (2, 1)$  일 때,

구하고자 하는 수는  $2^2 \times 3^1 = 12$  이다.

따라서 i), ii) iii), iv) 에서 가장 작은 수는 12 이다.