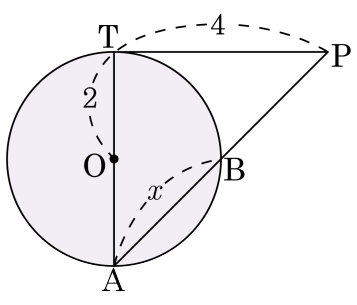
1. 다음 그림에서 T 는 원 O 의 접점일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는 $a\sqrt{b}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하여라.



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

△APT 는 직각이등변삼각형이므로
$\overline{AP} = \sqrt{4^2+4^2} = 4\sqrt{2}$
$\overline{PT}^2 = \overline{PB}\cdot\overline{PA}$
$4^2 = (4\sqrt{2}-x)4\sqrt{2}$
$2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}-x$
$\therefore x = 2\sqrt{2}$

2. 다음 그림에서 x 의 값은? (점 T, Q 는 접점이다.)

① 2cm ② 3cm ③ 4cm ④ 5cm ⑤ 6cm

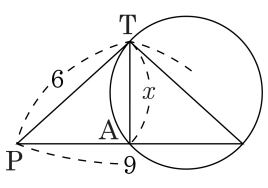
해설

$\overline{PT}$=$\overline{PQ}$ 이므로 $\overline{PB} = 9$(cm)

$\overline{PT}^2$=$\overline{PA}$·$\overline{PB}$ 이므로 $36 = 9x$

$\therefore\ x = 4$(cm)

3. 다음 그림에서 직선 PT 는 원의 접선이고 점 T 는 접점일 때, $\overline{TA}$의 길이를 구하여라.



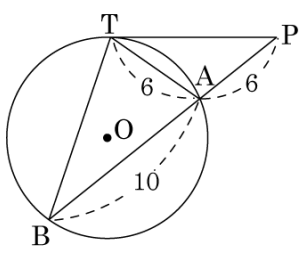
▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$\overline{TP} = \overline{TB}$, $\angle APT = \angle TBP$
$\angle ATP = \angle TBP$, $\angle APT = \angle ATP$
$\overline{AT} = x$라 하면
$\overline{AP} = \overline{AT}$,
$6^2 = x \times 9 \ \therefore x = 4$

4. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원 O 의 접선, $\overline{PB}$ 는 할선이라고 할 때, $\overline{BT}$ 의 길이는? (단, 점T는 접점이다.)

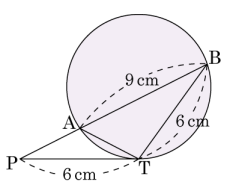


① $3\sqrt{6}$ ② $4\sqrt{6}$ ③ 5
④ $5\sqrt{6}$ ⑤ 6

해설

$\overline{PT}^2 = 6 \times 16 = 96, \overline{PT} = 4\sqrt{6} (\because \overline{PT} > 0)$
$\angle APT = \angle ATP = \angle ABT$이므로
$\overline{BT} = \overline{PT} = 4\sqrt{6}$

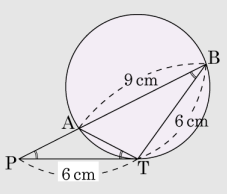
5. 다음 그림에서 $\overline{PT} = \overline{TB} = 6\,\text{cm}$, $\overline{AB} = 9\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{AT}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 3 cm

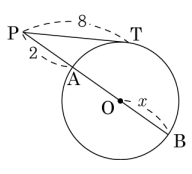
해설



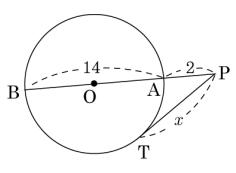
$\angle APT = \angle ABT = \angle ATP$
$\therefore \overline{AT} = \overline{PA}$
$\overline{PA} = x$ 라 하면
$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$
$36 = x(x+9)$
$x^2 + 9x - 36 = (x+12)(x-3) = 0$
$\therefore x = 3(\text{cm})\ (\because x > 0)$
$\therefore \overline{AT} = 3(\text{cm})$

6. 다음 그림에서 $\overline{PT}$는 원의 접선이고, 점 T는 접점이다. 이 때, x 의 값으로 적절한 것끼리 짝지어진 것은?

(1)



(2)



① (1) 13, (2) $2\sqrt{2}$ ② (1) 13, (2) $3\sqrt{2}$

③ (1) 14, (2) $3\sqrt{2}$ ④ (1) 14, (2) $4\sqrt{2}$

⑤ (1) 15, (2) $4\sqrt{2}$

해설

(1) $8^2 = 2(2+2x), 64 = 4+4x$

$4x = 60$

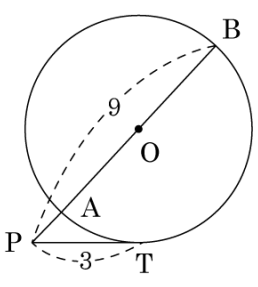
$\therefore x = 15$

(2) $x^2 = 2 \times 16, x^2 = 32$

$\therefore x = 4\sqrt{2} (\because x > 0)$

7. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원 O 의 접선이고, 점 T 는 접점이다. $\overline{PT} = 3$, $\overline{PB} = 9$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

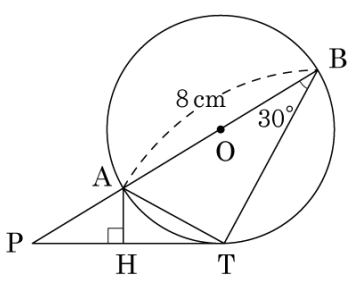


해설

$\overline{AO} = x$ 라 하면 $3^2 = (9 - 2x) \times 9$

$\therefore\ x = 4$

8. 다음 그림과 같이 $\overline{PT}$ 는 원 O 의 접선이고 $\overline{AB} = 8\,\text{cm}$, $\angle ABT = 30^\circ$ 일 때, $\triangle PAT$ 의 넓이를 구하면?



① $\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ ② $2\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

③ $3\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ ④ $4\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

⑤ $5\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

해설

$\angle ATP = \angle ABT = 30^\circ$ 이므로 $\angle BAT = 60^\circ$

$1 : 2 = \overline{AT} : 8 \therefore \overline{AT} = 4(\text{cm})$

삼각형의 외각의 성질에 따라

$\angle APT + \angle PTA = \angle TAB$

따라서 $\angle APT = 30^\circ$ 이므로 $\triangle APT$ 는 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{AT} = \overline{PA} = 4\,\text{cm}$

원의 중심을 지나는 할선과 접선 사이의 관계에 따라

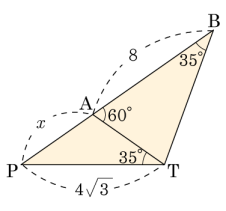
$\overline{PT^2} = \overline{PA} \times \overline{PB} = 4 \times 12 = 48$

따라서 $\overline{PT} = 4\sqrt{3}\,\text{cm}$

$\triangle AHT$ 에서 피타고라스 정리에 따라 $\overline{AH} = 2\,\text{cm}$ 이므로

$\triangle PAT$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 2 = 4\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ 이다.

9. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{PA}} = x$, $\overline{\mathrm{AB}} = 8$, $\overline{\mathrm{PT}} = 4\sqrt{3}$ 이고 $\angle \mathrm{ATP} = \angle \mathrm{ABT} = 35°$, $\angle \mathrm{BAT} = 60°$ 이다. 이 때, x 의 값은?



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\angle \mathrm{ATP} = \angle \mathrm{ABT} = 35°$ 이므로 $\overline{\mathrm{PT}}$ 는 원의 접선이고, 세 점 A, T, B 는 한 원 위에 있다.

$$\overline{\mathrm{PT}^2} = \overline{\mathrm{PA}} \times \overline{\mathrm{PB}} \Rightarrow (4\sqrt{3})^2 = x \times (x+8)$$

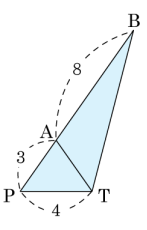
$$x^2 + 8x - 48 = 0$$

$$(x-4)(x+12) = 0$$

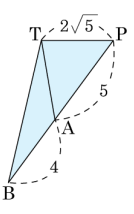
$$\therefore x = 4$$

10. 다음 중 $\overline{PT}$ 가 삼각형 ABT 의 외접원의 접선이 될 수 있는 것은?

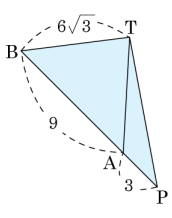
①



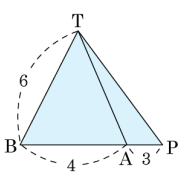
②



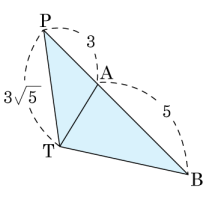
③



④



⑤



해설

③ $(6\sqrt{3})^2 = 9 \times 12$ 가 성립하므로 $\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$

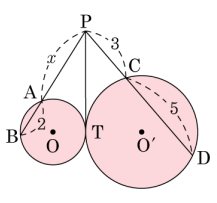
11. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{PT}}$ 가 세 점 A, B, T 를 지나는 원의 접선이 되도록 하는 x 의 값은?

① $2\sqrt{15}$ ② $3\sqrt{10}$ ③ $4\sqrt{2}$ ④ $5\sqrt{3}$ ⑤ $6\sqrt{2}$

해설

$x^2 = 6 \times 10 \quad \therefore x = 2\sqrt{15}$

12. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 두 원의 접선일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$x(x+2) = 3 \times 8$
$x = 4, -6$
x는 길이이므로 $x = 4$

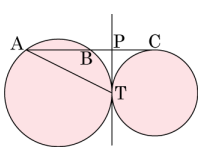
13. 다음 그림에서 $\overline{PT} = 8$ 일 때, $\overline{PA} \times \overline{PB} \times \overline{PT'}$ 의 값은? (단, 두 점 T, T′은 두 원 O, O′의 접점이다.)

① 32 ② 64 ③ 128
④ 256 ⑤ 512

해설

$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$
$\therefore \overline{PA} \times \overline{PB} = 64$
$\overline{PT'}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$
$\therefore \overline{PT'} = 8$
$\therefore \overline{PA} \times \overline{PB} \times \overline{PT'} = 64 \times 8 = 512$

14. 다음 그림에서 점 T 는 두 원이 외접하는 접점이고 점 C 는 현 AB 를 지나는 직선이 다른 원과 외접하는 점이다. $\overline{PB} = 3$, $\overline{PC} = 6$ 일 때, 삼각형 PAT 의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 36

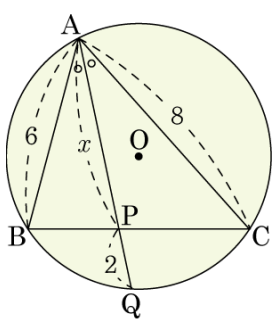
해설

점 P 에서 한 원에 그은 두 접선의 길이는 같으므로 $\overline{PC} = \overline{PT} = 6$

$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PB}$ 이므로 $36 = 3\overline{PA}$ $\therefore \overline{PA} = 12$

따라서 삼각형 PAT 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 12 \times 6 = 36$

15. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.



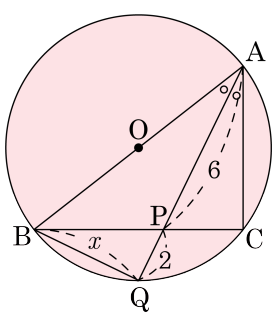
▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$x(x+2) = 6 \times 8$
$x^2 + 2x - 48 = 0$
$(x-6)(x+8) = 0$
$x = 6, -8$
$\therefore x = 6 (\because x > 0)$

16. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 가 원의 지름을 지나고 $\overline{AQ}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다. $\overline{AP} = 6$, $\overline{BQ} = x$, $\overline{PQ} = 2$ 일 때, $\overline{BQ}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$\angle CBQ = \angle PAC$, $\angle CBQ = \angle BAQ$ 이므로
세 점 A, B, P 는 한 원 위에 있고 $\overline{BQ}$ 는 접선이다.
$\overline{BQ}^2 = \overline{QP} \times \overline{QA}$
$x^2 = 2(2+6)$
$\therefore x = 4$

17. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{AP}} = 5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{BP}}$ 일 때, $\overline{\text{CB}}$ 의 길이를 구하면? ($\overline{\text{AC}} = 8\text{cm}$, $\overline{\text{AQ}} = 5\text{cm}$, $\overline{\text{BQ}} = 3\text{cm}$)

① $\frac{22}{5}\text{cm}$ ② $\frac{23}{5}\text{cm}$ ③ $\frac{24}{5}\text{cm}$

④ 5cm ⑤ $\frac{26}{5}\text{cm}$

해설

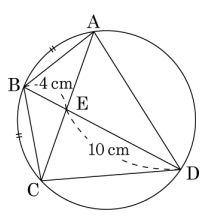
$\overline{\text{AC}} : \overline{\text{BC}} = \overline{\text{AQ}} : \overline{\text{BQ}}$

$8 : x = 5 : 3$

$5x = 24$

$\therefore\ x = \frac{24}{5}\text{ cm}$

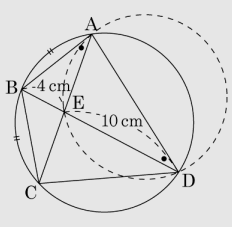
18. 다음 그림에서 5.0pt$\overset{\frown}{AB} = 5.0\text{pt}\overset{\frown}{BC}$ 이고, $\overline{BE} = 4\text{cm}$, $\overline{DE} = 10\text{cm}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



① $\sqrt{14}\text{cm}$ ② $2\sqrt{14}\text{cm}$ ③ $3\sqrt{14}\text{cm}$

④ $4\sqrt{14}\text{cm}$ ⑤ $5\sqrt{14}\text{cm}$

해설

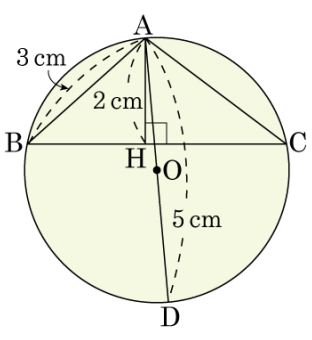


$\overline{AB}$ 는 세 점 A, E, D 를 지나는 원의 접선이므로

$\overline{AB^2} = \overline{BE} \times \overline{BD} = 4 \times (4 + 10) = 56$

$\therefore \overline{AB} = 2\sqrt{14}(\text{cm})$

19. 지름 $\overline{AD}$ 의 길이가 5cm 인 원에서 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 이고 $\overline{AB} = 3\text{cm}$, $\overline{AH} = 2\text{cm}$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?

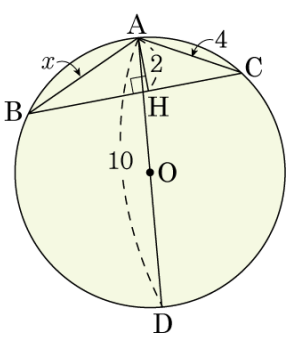


① $\frac{8}{3}\text{cm}$ ② 3cm ③ $\frac{10}{3}\text{cm}$
④ $\frac{11}{3}\text{cm}$ ⑤ 4cm

해설

$\overline{CD}$를 작도하면 $\triangle ABH$와 $\triangle ADC$은 AA 닮음이다.
$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AH} : \overline{AC}$
$3 : 5 = 2 : \overline{AC}$
$3 \cdot \overline{AC} = 10$
$\overline{AC} = \frac{10}{3}\text{cm}$

20. 다음 그림에서 점 O 는 △ABC 의 외접원의 중심이고, $\overline{AD}$ 는 원 O 의 지름이다. 꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, x 의 값은?



① 3 ② 4 ③ 4.5 ④ 5 ⑤ 5.5

해설

$4x = 2 \times 10$ $\therefore\ x = 5$