

1. 다항식 $x^3 - 3x - 3$ 을 다항식 $x^2 - 2x - 1$ 로 나누었을 때의 몫이 $ax + b$ 이고, 나머지가 $cx + d$ 이었다. 이 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$x^3 - 3x - 3 = (x^2 - 2x - 1)(ax + b) + cx + d$$

에서 계수를 비교하면

$$a = 1, -b + d = -3, -a - 2b + c = -3, b - 2a = 0$$

$$\text{에서 } a = 1, b = 2, d = -1, c = 2$$

$$\therefore a + b + c + d = 1 + 2 + (-1) + 2 = 4$$

2. 다항식 $x^3 - 2$ 를 $x^2 - 2$ 로 나눈 나머지는?

① 2

② -2

③ $-2x - 2$

④ $2x + 2$

⑤ $2x - 2$

해설

$$\frac{x^3 - 2}{x^2 - 2} = \frac{x^3 - 2x + 2x - 2}{x^2 - 2} = x + \frac{2x - 2}{x^2 - 2}$$

∴ 몫은 x , 나머지는 $2x - 2$

3. 다항식 $A = 2x^3 - 7x^2 - 4$ 를 다항식 B 로 나눌 때, 몫이 $2x - 1$, 나머지가 $-7x - 2$ 이다. 다항식 $B = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값은?

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 14 ⑤ 17

해설

$$A = 2x^3 - 7x^2 - 4 = B(2x - 1) - 7x - 2 \text{ 이다.}$$

$$2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = B(2x - 1)$$

좌변을 $2x - 1$ 로 나누면

$$2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = (2x - 1)(x^2 - 3x + 2)$$

$$\therefore B = x^2 - 3x + 2$$

4. 다음 식을 전개한 것 중 옳은 것을 고르면?

① $(x - y - z)^2 = x^2 - y^2 - z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$

② $(3x - 2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 18xy^2 - 8y^3$

③ $(x + y)(x - y)(x^2 + xy - y^2)(x^2 - xy + y^2) = x^9 - y^9$

④ $(x^2 - 2xy + 2y^2)(x^2 + 2xy + 2y^2) = x^4 + 4y^4$

⑤ $(x + y - 1)(x^2 + y^2 - xy + 2x + 2y + 1) = x^3 + y^3 - 3xy - 1$

해설

① $(x - y - z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$

② $(3x - 2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 36xy^2 - 8y^3$

③ $(x + y)(x - y)(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)$
 $= x^6 - y^6$

⑤ $(x + y - 1)(x^2 + y^2 - xy + x + y + 1)$
 $= x^3 + y^3 - 3xy - 1$

5. 두 다항식 $(1+x+x^2+x^3)^3$, $(1+x+x^2+x^3+x^4)^3$ 의 x^3 의 계수를 각각 a , b 라 할 때, $a-b$ 의 값은?

① $4^3 - 5^3$

② $3^3 - 3^4$

③ 0

④ 1

⑤ -1

해설

두 다항식이 $1+x+x^2+x^3$ 을 포함하고 있으므로 $1+x+x^2+x^3 = A$ 라 놓으면

$$(1+x+x^2+x^3+x^4)^3$$

$$= (A+x^4)^3$$

$$= A^3 + 3A^2x^4 + 3Ax^8 + x^{12}$$

$$= A^3 + (3A^2 + 3Ax^4 + x^8)x^4$$

이 때 $(3A^2 + 3Ax^4 + x^8)x^4$ 은 x^3 항을 포함하고 있지 않으므로 두 다항식의 x^3 의 계수는 같다.

$$\therefore a-b=0$$

6. 세 변의 길이가 a, b, c 인 $\triangle ABC$ 에 대하여 $a^2 - ab + b^2 = (a+b-c)c$ 인 관계가 성립할 때, $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인지 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 정삼각형

해설

$$a^2 - ab + b^2 = (a+b-c)c \text{에서 } a^2 - ab + b^2 = ac + bc - c^2$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$$

$$\text{즉, } \frac{1}{2} \left\{ (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \right\} = 0$$

$$\therefore a = b = c$$

따라서, $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.

7. 세 모서리의 길이의 합이 22이고 대각선의 길이가 14인 직육면체의 겉넓이는?

① 144 ② 196 ③ 288 ④ 308 ⑤ 496

해설

세 모서리를 x, y, z 라 하면

$$x + y + z = 22 \cdots \cdots ①$$

$$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = 14 \cdots \cdots ② \text{이고}$$

겉넓이는 $2(xy + yz + zx)$ 이다.

$$①, ② \text{에서 } 22^2 = 14^2 + 2(xy + yz + zx)$$

$$\therefore 2(xy + yz + zx) = 288$$

8. 다음 등식 중에서 x 에 어떤 값을 대입하여도 항상 성립하는 것을 모두 고르면?

① $(x-2)(x+2) = x^2 - 4$ ② $x^2 - x = x(x+2)$

③ $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ ④ $x(x-2) = 0$

⑤ $x + y = x - y$

해설

②는 $x = 0$ 일 때만 성립하고,
④는 $x = 0, 2$ 일 때만 성립한다.
그리고 ⑤는 $y = 0$ 일 때만 성립한다.
①과 ③은 모든 실수에 대하여 성립한다.

9. 항등식 $A(x-1) + B(x-2) = 2x-3$ 에서 미정계수 A, B 를 구할 때, $A+B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

주어진 등식이 항등식이므로 양변에 적당한 수를 대입하여도 성립한다.

$x=1$ 을 대입하면,

$$A(1-1) + B(1-2) = 2 \cdot 1 - 3$$

$$\therefore B = 1$$

$x=2$ 를 대입하면,

$$A(2-1) + B(2-2) = 2 \cdot 2 - 3$$

$$\therefore A = 1$$

$$\therefore A + B = 2$$

해설

계수비교법 사용

$$Ax - A + Bx - 2B = 2x - 3$$

$$(A+B)x - (A+2B) = 2x - 3$$

$$\therefore A + B = 2$$

10. x 에 대한 다항식 $(4x^2 - 3x + 1)^5$ 을 전개하였을 때, 모든 계수들(상수항 포함)의 합은?

- ① 0 ② 16 ③ 32 ④ 64 ⑤ 1024

해설

$(4x^2 - 3x + 1)^5$ 을 전개하여 x 에 대한 내림차순으로 정리하면 $(4x^2 - 3x + 1)^5 = a_0x^{10} + a_1x^9 + a_2x^8 + \cdots + a_9x + a_{10}$ 과 같이 된다.

여기서 모든 계수들의 합

$a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$ 을 구하려면

$x = 1$ 을 대입하면 된다.

즉, $(4 - 3 + 1)^5 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$

모든 계수들의 합은 $2^5 = 32$

11. 다항식 $x^3 - 2x^2 + 5x - 6$ 을 일차식 $x - 2$ 로 나눌 때의 나머지는?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 - 2x^2 + 5x - 6 \\ &= (x - 2)Q(x) + R \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore f(2) &= 2^3 - 2 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2 - 6 \\ &= 8 - 8 + 10 - 6 \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$\therefore R = 4$$

12. 다항식 $f(x)$ 를 두 일차식 $x-1$, $x-2$ 로 나눌 때의 나머지는 각각 2, 1이다. 이때, $f(x)$ 를 x^2-3x+2 로 나눌 때 나머지는?

- ① $x+3$ ② $-x+3$ ③ $x-3$
④ $-x-3$ ⑤ $-x+1$

해설

$f(x)$ 를 $x-1$, $x-2$ 로 나눈 나머지는 각각 2, 1이므로
 $f(1) = 2, f(2) = 1$, 구하는 나머지를 $ax+b$ 라 하자.

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2-3x+2)Q(x) + ax + b \\ &= (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b \end{aligned}$$

양변에 각각 $x=1$, $x=2$ 를 대입하면
 $f(1) = a+b=2$, $f(2) = 2a+b=1$
두 식을 연립하여 구하면 $a=-1, b=3$
 \therefore 구하는 나머지는 $-x+3$

13. $x^5 + x + 1$ 을 $x + 1$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$ 라고 할 때, $Q(x)$ 를 $x - 1$ 로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$x^5 + x + 1 = (x + 1)Q(x) + R$$

$$x = -1 \text{을 양변에 대입하면 } R = -1$$

$$\therefore x^5 + x + 1 = (x + 1)Q(x) - 1 \cdots \text{㉠}$$

$Q(x)$ 를 $x - 1$ 로 나눈 나머지는 $Q(1)$

$$\text{㉠에 } x = 1 \text{을 대입하면 } 3 = 2Q(1) - 1$$

$$\therefore Q(1) = 2$$

14. $f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 2$ 가 $(x-1)(x+2)$ 로 나누어 떨어지도록 상수 $a+b$ 의 값을 정하십시오.

▶ 답:

▷ 정답: -3

해설

$f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 2$ 라 놓으면,

$$f(1) = 1 - a + b - 2 = 0$$

$$\therefore -a + b = 1 \cdots \text{㉠}$$

$$f(-2) = -8 - 4a - 2b - 2 = 0$$

$$\therefore 2a + b = -5 \cdots \text{㉡}$$

$$\text{㉠, ㉡에서 } a = -2, b = -1$$

15. 다항식 $f(x) = x^3 + ax^2 + 3$ 을 일차식 $x - 1$ 로 나누어 떨어지도록 a 의 값을 정하면?

- ① -2 ② -4 ③ -6 ④ -8 ⑤ -10

해설

$$f(1) = 1 + a + 3 = 0, a = -4$$