

1.  $\frac{x+1}{3} = y-2$ 를 만족하는 모든 실수  $x, y$ 에 대하여, 항상  $ax+by=7$ 이 성립할 때,  $a, b$ 의 값을 구하여라. ( $a, b$ 는 상수)

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답:  $a = -1$

▷ 정답:  $b = 3$

해설

$$\frac{x+1}{3} = y-2, x+1 = 3(y-2)$$

$$x-3y = -7$$

$$-x+3y = 7 \Leftrightarrow ax+by = 7$$

$$\therefore a = -1, b = 3$$

2. 등식  $2x^2 - 3x - 2 = a(x-1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x-1)$ 가  $x$ 값에 관계없이 항상 성립할 때, 상수  $a + b + c$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

양변에  $x = 0$ 을 대입하면

$$-2 = 2a \quad \therefore a = -1$$

양변에  $x = 1$ 을 대입하면

$$-3 = -b \quad \therefore b = 3$$

양변에  $x = 2$ 를 대입하면

$$0 = 2c \quad \therefore c = 0$$

$$\therefore a + b + c = 2$$

3. 다음 등식이  $k$ 의 값에 관계없이 항상 성립할 때,  $xy$ 의 값을 구하여라.

$$(2k + 3)x + (3k - 1)y + 5k - 9 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: -6

### 해설

$k$ 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$(2x + 3y + 5)k + (3x - y - 9) = 0$$

이것은  $k$ 에 대한 항등식이므로

$$2x + 3y + 5 = 0$$

$$3x - y - 9 = 0$$

연립방정식을 풀면  $x = 2, y = -3$

$$\therefore xy = 2 \times (-3) = -6$$

4.  $(x^4 - 8x^2 - 9) \div (x^2 - 9)$  를 계산하여라.

①  $x^2 + 1$

②  $x^2 - 1$

③  $x^2 + 2$

④  $x^2 - 2$

⑤  $x^2 + 3$

해설

$$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2 - 9)(x^2 + 1)$$

$$\therefore (\text{준식}) = x^2 + 1$$

5. 두 다항식  $A, B$  에 대하여  $A + B = -x^3 - 2x^2 + 4x + 5$ ,  $2A - B = 4x^3 - x^2 - x + 1$  일 때, 두 다항식  $A, B$  를 구하면?

①  $A = x^3 + x^2 + x + 2$ ,  $B = -2x^3 - 3x^2 + 3x + 3$

②  $A = x^3 - x^2 + x + 2$ ,  $B = -2x^3 - x^2 + 3x + 3$

③  $A = x^3 - x^2 + x - 2$ ,  $B = -2x^3 - x^2 + 3x + 7$

④  $A = x^3 - x^2 - x + 2$ ,  $B = -2x^3 - x^2 + 5x + 3$

⑤  $A = 3x^3 - 3x^2 + 3x + 6$ ,  $B = -4x^3 + x^2 + x - 1$

해설

$$A + B = -x^3 - 2x^2 + 4x + 5 \cdots \textcircled{\Gamma}$$

$$2A - B = 4x^3 - x^2 - x + 1 \cdots \textcircled{\text{L}}$$

$$(\textcircled{\Gamma} + \textcircled{\text{L}}) \div 3 : A = x^3 - x^2 + x + 2$$

$$(2\textcircled{\Gamma} - \textcircled{\text{L}}) \div 3 : B = -2x^3 - x^2 + 3x + 3$$

6. 다음  안에 알맞은 수를 차례대로 써 넣어라.

$$(x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div (\text{□}x^2 + \text{□}x + \text{□}) = x + 2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : -1

해설

$\text{□}x^2 + \text{□}x + \text{□} = A$ 라 하면

$$(x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div A = x + 2$$

$$\therefore A = (x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div (x + 2)$$

$$\therefore A = x^2 + 2x - 1 \text{ 이므로}$$

안에 알맞은 수는 차례대로 1, 2, -1이다.

7. 다음 중 식의 전개가 바르지 않은 것을 고르면?

①  $(1-x)(1+x+x^2) = 1-x^3$

②  $(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2) = x^4+x^2y^2+y^4$

③  $(x-3)(x-2)(x+1)(x+2) = x^4-8x^2+12$

④  $(a-b)(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4) = a^8-b^8$

⑤  $(a+b-c)(a-b+c) = a^2-b^2-c^2+2bc$

해설

$$\begin{aligned}(x-3)(x-2)(x+1)(x+2) \\ = (x^2-x-6)(x^2-x-2)\end{aligned}$$

$x^2-x = Y$ 라 놓자.

$$\begin{aligned}(Y-6)(Y-2) &= Y^2-8Y+12 \\ &= (x^2-x)^2-8(x^2-x)+12 \\ &= x^4-2x^3-7x^2+8x+12\end{aligned}$$

8. 두 다항식  $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3)^3$ ,  $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$  의  $x^3$ 의 계수를 각각  $a$ ,  $b$ 라 할 때,  $a - b$ 의 값을 구하면?

① -21

② -15

③ -5

④ -1

⑤ 0

해설

$(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의 전개식에서  $x^4$  항의 계수는  $x^3$ 의 계수와는 관계가 없다.

따라서  $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3)^3$ 의 전개식에서  $x^3$ 의 계수와  $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의 전개식에서  $x^3$ 의 계수는 같다.

$\therefore a = b \quad \therefore a - b = 0$

9.  $(10^5 + 2)^3$ 의 각 자리의 숫자의 합을 구하여라.

① 15

② 18

③ 21

④ 26

⑤ 28

해설

준식을 전개하면

$$\begin{aligned} & 10^{15} + 2^3 + 3 \times 2 \times 10^5(10^5 + 2) \\ &= 10^{15} + 2^3 + 6 \times 10^{10} + 12 \times 10^5 \\ &= 10^{15} + 10^{10} \times 6 + 10^5 \times 12 + 8 \\ &\therefore 1 + 6 + 1 + 2 + 8 = 18 \end{aligned}$$

10.  $x-y=1$ 을 만족하는 임의의 실수  $x, y$ 에 대하여  $ax^2 + bxy + cy^2 - 1 = 0$ 이 항상 성립할 때,  $a + b + c$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$y = x - 1$ 을 준식에 대입하여  $x$ 에 대한 내림차순으로 정리하면

$$(a + b + c)x^2 - (b + 2c)x + c - 1 = 0$$

$x$ 에 대한 항등식이므로

$$a + b + c = 0, \quad b + 2c = 0, \quad c - 1 = 0$$

$$\therefore a = 1, \quad b = -2, \quad c = 1$$

$$\therefore a + b + c = 0$$

11.  $x + y + z = 1$ ,  $xy + yz + zx = 2$ ,  $xyz = 3$  일 때,  $(x + y)(y + z)(z + x)$ 의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$x + y + z = 1$ 을 변형하면

$$(\text{준식}) = (1 - z)(1 - x)(1 - y)$$

$$= 1 - (x + y + z) + (xy + yz + zx) - xyz$$

$$= 1 - 1 + 2 - 3 = -1$$

12.  $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$  이고,  $a = \sqrt{3} + 1$  일 때,  $a^{x^2} \div a^{2\sqrt{2}x+3}$  의 값을 구하면?

①  $\frac{2 - \sqrt{3}}{4}$

②  $\frac{4 + \sqrt{3}}{4}$

③  $\frac{2\sqrt{3} - 3}{4}$

④  $\frac{2 - \sqrt{3}}{2}$

⑤  $\frac{2 + \sqrt{3}}{2}$

해설

(i)  $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$  에서  $x - \sqrt{2} = \sqrt{3}$

$$x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 = 3$$

$$\therefore x^2 - 2\sqrt{2}x = 1$$

(ii)  $a^{x^2} \div a^{2\sqrt{2}x+3} = a^{x^2-2\sqrt{2}x-3} = a^{-2}$

$$= \frac{1}{a^2} = \frac{2 - \sqrt{3}}{2}$$

13.  $(x-1)(x-3)(x-5)(x-7) + a$ 가 이차식의 완전제곱이 되도록  $a$ 의 값을 정하면?

① 4

② 8

③ 12

④ 15

⑤ 16

해설

$$(\text{준식}) = (x^2 - 8x + 7)(x^2 - 8x + 15) + a$$

여기서,  $x^2 - 8x + 7 = X$ 로 놓으면

$$(\text{준식}) = X(X + 8) + a$$

$$= X^2 + 8X + a = (X + 4)^2 + a - 16$$

따라서  $a = 16$

14.  $x + \frac{1}{x} = 1$  일때,  $x^5 + \frac{1}{x^5}$  의 값은?

① 1

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 7

해설

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 1 - 2 = -1$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) = 1 - 3 = -2$$

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) = x^5 + \frac{1}{x^5} + x + \frac{1}{x}$$

$$(-1) \times (-2) = x^5 + \frac{1}{x^5} + 1$$

$$\therefore x^5 + \frac{1}{x^5} = 1$$

해설

$x + \frac{1}{x} = 1$  의 양변에  $x$  를 곱하면

$$x^2 - x + 1 = 0, (x + 1)(x^2 - x + 1) = 0,$$

$$x^3 + 1 = 0, x^3 = -1, \frac{1}{x^3} = -1$$

$$\begin{aligned} x^5 + \frac{1}{x^5} &= -x^2 - \frac{1}{x^2} = -\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \\ &= -(-1) = 1 \end{aligned}$$

15. 등식  $(1+x+x^2)^3 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_8x^8$  이  $x$ 에 대한 항등식일 때,  $a_1 + a_3 + a_5 + a_7$ 의 값은?

① 28

② 26

③ 15

④ 14

⑤ 13

해설

양변에  $x = 1$ 을 대입하면

$$3^3 = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_8 \quad \text{㉠}$$

양변에  $x = -1$ 을 대입하면

$$1^3 = a_0 - a_1 + a_2 + \dots + a_8 \quad \text{㉡}$$

$$\text{㉠} - \text{㉡} : 26 = 2(a_1 + a_3 + a_5 + a_7)$$

$$\therefore a_1 + a_3 + a_5 + a_7 = 13$$

16. 세 실수  $a, b, c$ 가  $a + b + c = 3$ ,  $a^2 + b^2 + c^2 = 9$ ,  $a^3 + b^3 + c^3 = 24$ 를 만족시킬 때,  $a^4 + b^4 + c^4 + 1$ 의 값을 구하면?

① 69

② 70

③ 71

④ 72

⑤ 73

해설

$$a + b + c = 3 \cdots \textcircled{1}$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 9 \cdots \textcircled{2}$$

$$a^3 + b^3 + c^3 = 24 \cdots \textcircled{3} \text{ 이라 하면,}$$

②식에서

$$a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca) = 9$$

$$9 - 2(ab + bc + ca) = 9$$

$$\therefore ab + bc + ca = 0 \cdots \textcircled{4}$$

③식에서

$$a^3 + b^3 + c^3$$

$$= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) + 3abc$$

$$24 = 3 \cdot (9 - 0) + 3abc$$

$$\therefore abc = -1 \cdots \textcircled{5}$$

$$a^4 + b^4 + c^4 + 1$$

$$= (a^2 + b^2 + c^2)^2 - 2(a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2) + 1$$

$$= 81 - 2 \cdot 6 + 1 = 70$$

$$(\because a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2$$

$$= (ab + bc + ca)^2 - 2abc(a + b + c)$$

$$= 0 - 2 \times (-1) \times 3$$

$$= 6)$$