**1.** 다음 설명 중 틀린 것을 고르면?

① $x^2+5x+1=0$은 서로 다른 두 실근 을 가진다.

② $x^2+5=0$는 두 허근을 가진다.

③ $m=0$ 또는 4일 때, $x^2-mx+m=0$은 중근을 가진다.

④ $k \geqq 1$일 때 $x^2-2x+2-k=0$은 서로 다른 두 실근을 가진다

⑤ $x^2-6x+a=0$ 은 $a=9$일 때만 중근을 가진다.

해설

① $25-4\cdot1\cdot1=21>0$
② $0^2-4\cdot1\cdot1=-4<0$
③ $(-m)^2-4\cdot1\cdot m=m(m-4)=0$
⑤ $9-1\cdot a=9-a=0,\ a=9$
$\Rightarrow$ ④ $(-1)^2-1\cdot(2-k)=k-1>0\ \therefore\ k>1$

**2.** $x$에 대한 이차방정식 $2mx^2+(5m+2)x+4m+1=0$이 중근을 갖도록 하는 실수 $m$의 값은?

① $-\frac{3}{2}$, $-2$ ② $-\frac{7}{12}$, $-\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{7}{2}$, $2$

④ $-\frac{2}{7}$, $2$ ⑤ $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{2}$

해설

주어진 이차방정식의 판별식을 $D$라고 하면 중근을 가질 조건은

$D=0$이므로

$D=(5m+2)^2-4\cdot 2m\cdot(4m+1)=0$

$25m^2+20m+4-32m^2-8m=0$

$7m^2-12m-4=0$

$(7m+2)(m-2)=0$

$\therefore m=-\frac{2}{7}$ 또는 $2$

**3.** 다음 이차방정식 중 서로 다른 두 실근을 갖은 것의 개수는?

| | |
|---|---|
| ㉠ $3x^2 - x - 1 = 0$ | ㉡ $x^2 + x + \frac{1}{4} = 0$ |
| ㉢ $2x^2 - \sqrt{3}x + 2 = 0$ | ㉣ $x^2 - x + 2 = 0$ |

① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

**해설**

㉠ $D = (-1)^2 - 4 \cdot 3(-1) = 13 > 0$ 이므로 서로 다른 두 실근을 갖는다.

㉡ $D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot \frac{1}{4} = 0$ 이므로 중근을 갖는다.

㉢ $D = (\sqrt{3})^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = -13 < 0$ 이므로 서로 다른 두 허근을 갖는다.

㉣ $D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = -7 < 0$ 이므로 서로 다른 두 허근을 갖는다.

**4.** 이차방정식 $3x^2 - 6x + k = 0$ 이 허근을 갖도록 실수 $k$ 의 범위를 정하면?

① $k \leq 3$ ② $k > 3$ ③ $k \leq 2$ ④ $k > 2$ ⑤ $k < 1$

**해설**

이차방정식이 허근을 가질 조건 : $D < 0$

$3x^2 - 6x + k = 0$

$\frac{D}{4} = 9 - 3k < 0$

$\therefore\ k > 3$

**5.** $x$에 대한 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 다음 [보기]의 이차방정식 중 서로 다른 두 실근을 갖는 것을 모두 고른 것은?

| | |
|---|---|
| ㉠ $ax^2+2bx+c=0$ | ㉡ $ax^2+\frac{1}{2}bx+c=0$ |
| ㉢ $cx^2+bx+a=0$ | |

① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉠, ㉢
④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$ax^2+bx+c=0$이 서로 다른 두 실근을 가지므로
$D=b^2-4ac>0\cdots$
㉠ $ax^2+2bx+c=0$의 판별식은
$D=(2b)^2-4ac=4b^2-4ac$
$=3b^2+(b^2-4ac>0)$
따라서 서로 다른 두 실근을 갖는다.
㉡ [반례] $a=1,\ b=3,\ c=2$일 때
$x^2+3x+2=0$은 서로 다른 두 실근을 갖지만
$x^2+\frac{3}{2}x+2=0$은 허근을 갖는다.
㉢ $cx^2+bx+a=0$의 판별식은
$D=b^2-4ac>0$
따라서 서로 다른 두 실근을 갖는다.

**6.** 이차방정식 $2x^2-4x-3k=0$이 허근을 갖고, 동시에 $x^2+5x-2k=0$이 실근을 갖도록 하는 정수 $k$의 개수를 구하면?

① 1개　② 2개　③ 3개　④ 4개　⑤ 5개

해설

$2x^2-4x-3k=0$이 허근을 가질 조건은

$$\frac{D}{4}=4+6k<0$$

$$\therefore\ k<-\frac{2}{3}\quad\cdots\cdots㉠$$

$x^2+5x-2k=0$이 실근을 가질 조건은

$$D=25+8k\geq 0$$

$$\therefore\ k\geq-\frac{25}{8}\quad\cdots\cdots㉡$$

㉠, ㉡에서 $-\frac{25}{8}\leq k<-\frac{2}{3}$

따라서, 정수 $k=-3,\ -2,\ -1$

$\therefore$ 정수 $k$의 개수는 3개

**7.** $x$에 대한 이차방정식 $x^2+(2m+a+b)x+m^2+ab=0$이 $m$의 값에 관계없이 항상 중근을 가질 때, 실수 $a+b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^2+(2m+a+b)x+m^2+ab=0$

항상 중근을 가질 조건 : 판별식 $D=0$

$D=(2m+a+b)^2-4(m^2+ab)=0$

$4m^2+a^2+b^2+4ma+2ab+4mb-4m^2-4ab=0$

$m$에 관해 식을 정리하면

$(4a+4b)m+(a^2-2ab+b^2)=0$

$4a+4b=0, \quad a^2-2ab+b^2=0$

$\therefore a+b=0$

**8.** $x$에 관한 이차방정식 $x^2+2(m+a-2)x+m^2+a^2-3b=0$이 $m$에 관계없이 항상 중근을 가질 때, $a+3b$의 값은?

① 3　② 4　③ 5　④ 6　⑤ 7

해설

$x^2+2\cdot(m+a-2)x+(m^2+a^2-3b)=0$

중근을 가지려면 $\dfrac{D}{4}=0$

$(m+a-2)^2-1\cdot(m^2+a^2-3b)=0$

$m$에 대한 항등식이므로

정리해서 $m$으로 묶으면,

$m\cdot(2a-4)+(4-4a+3b)=0$

$a=2, 3b=4a-4=4$

$\therefore\ a+3b=6$

**9.** 이차식 $x^2-2(k-1)x+2k^2-6k+4$가 $x$에 대하여 완전제곱식이 될 때, 상수 $k$의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

이차식이 완전제곱식이 되면

이차방정식 $x^2-2(k-1)x+2k^2-6k+4=0$

이 중근을 갖는다.

따라서, $\dfrac{D}{4}=(k-1)^2-(2k^2-6k+4)=0$

위의 식을 정리하면

$-k^2+4k-3=0$

$k^2-4k+3=0$

$(k-1)(k-3)=0$에서

$k=1$ 또는 $k=3$

**10.** 이차식 $x^2 - xy - 2y^2 - ax - 3y - 1$ 이 $x$, $y$ 에 관한 두 일차식의 곱으로 인수분해 되는 모든 상수 $a$ 의 값의 합은?

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

해설

(주어진 식)$= 0$이라 놓고 $x$에 관하여 정리하면

$x^2 - (a+y)x - (2y^2 + 3y + 1) = 0$

근의 공식에서

$$x = \frac{a + y \pm \sqrt{(a+y)^2 + 4(2y^2 + 3y + 1)}}{2}$$

$$= \frac{a + y \pm \sqrt{9y^2 + 2(a+6)y + a^2 + 4}}{2}$$

주어진 식이 $x$, $y$에 관한 일차식으로 인수분해되려면 근호 안의 식$(= D)$ 이 완전제곱 꼴이어야 한다.

$D = 9y^2 + 2(a+6)y + a^2 + 4$의 판별식이 0 이 되어야 하므로

$$\frac{D'}{4} = (a+6)^2 - 9(a^2+4) = -8a^2 + 12a = 0$$

$\therefore\ a = 0$ 또는 $a = \frac{3}{2}$

$\therefore\ 0 + \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$