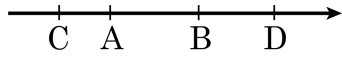


1. 다음 빈칸에 알맞은 부등호를 써 넣어라.



m, n 이 양수라고 할 때, 선분 AB 를 $m : n$ 으로 외분하는 점은

- i) m () n 일 때 반직선 $\overrightarrow{BD}$ 위에 있고,
 ii) m () n 일 때 반직선 $\overrightarrow{AC}$ 위에 있다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : >

▶ 정답 : <

해설

외분점을 P 라고 하면

$$\overline{AP} : \overline{PB} = m : n \text{ 이므로}$$

$m > n$ 일 때 반직선 $\overrightarrow{BD}$ 위에 있고,

$m < n$ 일 때 반직선 $\overrightarrow{AC}$ 위에 있다.

2. 일차함수 $\sqrt{3}x - y = 1$ 의 기울기와 y 절편, x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 차례대로 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답: 0

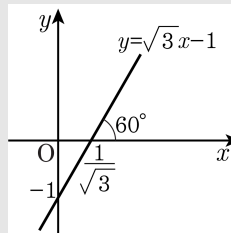
▷ 정답 : 기울기 $\sqrt{3}$

▷ 정답 : y 절편 -1

▷ 정답 : 60 °

해설

$y = \sqrt{3}x - 1$ 에서
기울기 $\sqrt{3}$, y 절편 -1 , x 축의 양의 방
향과 이루는 각 60°



3. 두 직선 $y = |x| + 2$ 와 $y = ax + 1 - 2a$ 의 그래프가 교점을 갖지 않을
정수 a 의 개수는?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{cases} y = |x| + 2 \cdots \textcircled{A} \\ y = ax + 1 - 2a \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

②에서 $a(x - 2) + 1 - y = 0$

즉, a 의 값에 관계없이 정점 $(2, 1)$ 을 지난다.

그림에서 교점을 갖지 않으려면

$(0, 2), (2, 1)$ 을 지나는 직선의 기울기

$\left(-\frac{1}{2}\right)$ 보다 크고

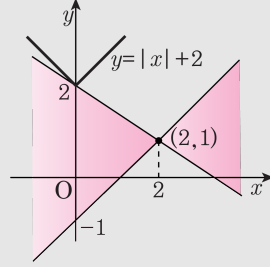
$(0, -1), (2, 1)$ 을 지나는 직선의 기울기

기

1 보다 작거나 같아야 한다.

$$\therefore -\frac{1}{2} < a \leq 1$$

$$\therefore a = 0, a = 1$$



4. x 축 위의 점 P로부터 직선 $4x + 3y + 2 = 0$ 까지의 거리가 2인 점은 두 개 있다. 이 때, 이 두 점 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

P의 좌표를 $(\alpha, 0)$ 이라 하면

P에서 직선까지의 거리가 2이므로

$$\frac{|4 \cdot \alpha + 3 \cdot 0 + 2|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 2$$

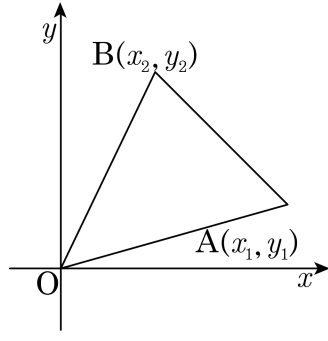
$$\therefore |4\alpha + 2| = 10$$

$$4\alpha + 2 = \pm 10$$

$$\therefore \alpha = 2, -3$$

$$\therefore \text{거리 } l \text{ 은 } l = 2 - (-3) = 5$$

5. 원점 $O(0, 0)$ 와 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 로 이루어진 삼각형 OAB 의 넓이는?



- ☒ ① $\frac{1}{2}|x_1y_2 - x_2y_1|$
 ☐ ② $\frac{1}{2}|x_1y_1 - x_2y_2|$
 ☐ ③ $\frac{1}{2}|x_1y_1 + x_2y_2|$
☐ ④ $\frac{1}{2}|x_1x_2 - y_1y_2|$
 ☐ ⑤ $\frac{1}{2}|x_1x_2 + y_1y_2|$

해설

$$\overline{OA} = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$$

직선 OA 의 방정식은 $y = \frac{y_1}{x_1}x$

$$\therefore y_1x - x_1y = 0$$

점 $B(x_2, y_2)$ 에서

직선 $y_1x - x_1y = 0$ 까지의 거리 h 는

$$\frac{|y_1x_2 - x_1y_2|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}} \text{ 이다.}$$

$$\therefore \triangle OAB = \frac{1}{2} \cdot \overline{OA} \cdot h$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \cdot \frac{|y_1x_2 - x_1y_2|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}}$$

$$= \frac{1}{2}|x_1y_2 - x_2y_1|$$

6. x, y 에 대한 이차방정식 $x^2 + y^2 - 2kx + 2ky + 3k^2 - 4k + 2 = 0$ 이
반지름의 길이가 1 인 원의 방정식일 때, 상수 k 값의 합을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

주어진 방정식을 변형하면

$$(x - k)^2 + (y + k)^2 = -k^2 + 4k - 2 \quad \cdots \textcircled{1}$$

반지름의 길이가 1 이므로

$$\textcircled{1} \text{에서 } -k^2 + 4k - 2 = 1 \leftarrow r^2 = 1$$

$$k^2 - 4k + 3 = 0, (k - 1)(k - 3) = 0$$

$$\therefore k = 1 \text{ 또는 } k = 3$$

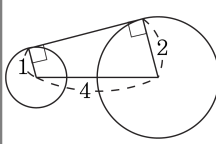
따라서 합은 4이다.

7. 두 원 $x^2 + y^2 = 1$, $(x-4)^2 + y^2 = 4$ 의 공통외접선의 길이를 구하면?

- ① $\sqrt{5}$ ② $\sqrt{15}$ ③ 0 ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ 5

해설

두 원의 중심간 거리는 4이다.
피타고라스의 정리에 의해 공통외접선의
길이를 구하면
 $\sqrt{4^2 - 1^2} = \sqrt{15}$ 이다.



8. 직선 $2x - 3y + 6 = 0$ 을 점 $(4, -3)$ 에 대하여 대칭이동한 다음, 직선 $y = -x$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하면?

① $x - y - 5 = 0$

② $2x - 4y - 9 = 0$

③ $3x - 2y - 40 = 0$

④ $2x - y - 21 = 0$

⑤ $6x - 3y - 29 = 0$

해설

직선 $2x - 3y + 6 = 0$ 을 점 $(4, -3)$ 에 대하여
대칭이동한 도형의 방정식은

$$2(8 - x) - 3(-6 - y) + 6 = 0$$

$$\text{즉, } 2x - 3y - 40 = 0$$

이것을 다시 직선 $y = -x$ 에 대하여

대칭이동한 도형의 방정식은

$$2(-y) - 3(-x) - 40 = 0$$

$$\therefore 3x - 2y - 40 = 0$$

9. 세 점 A(1, 1), B(2, 4), C(a , 0)을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC가 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이 되도록 하는 a 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

삼각형 ABC가 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\overline{AC} = \sqrt{(1-a)^2 + 1^2}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{(2-a)^2 + 4^2}$$

$$2 - 2a + a^2 = 20 - 4a + a^2$$

$$2a = 18$$

$$\therefore a = 9$$

10. 좌표평면 위의 네 점 A(1,2), P(0,b), Q(a,0), B(5,1)에 대하여 $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB}$ 의 최솟값을 k 라 할 때, k^2 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 45

해설

점 A (1,2)의 y축에 대하여 대칭인 점을 A'(-1,2), 점 B(5,1)의 x축에 대하여 대칭인 점을 B'(5,-1)이라 하면
 $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB} = \overline{A'P} + \overline{PQ} + \overline{QB'}$
 $\geq \overline{A'B'} = \sqrt{(5+1)^2 + (-1-2)^2} = \sqrt{45}$
따라서 $k = \sqrt{45}$ 이므로 $k^2 = 45$

11. 점 $(3, 0)$ 을 지나고 x 축과 직선 $y = x$ 에 동시에 접하는 원의 중심이 제1 사분면 위에 있을 때, 이 원의 반지름의 길이는?

① $-1 + \sqrt{2}$

② $-2 + 2\sqrt{2}$

③ $-3 + 3\sqrt{2}$

④ $-2 + 3\sqrt{2}$

⑤ $-3 + 4\sqrt{2}$

해설

원이 점 $(3, 0)$ 을 지나고 x 축에 접하고,

중심이 제1 사분면 위에 있으므로

구하는 원의 방정식을

$(x - 3)^2 + (y - b)^2 = b^2$ ($b > 0$) 으로 놓을 수 있다.

이때, 이 원과 직선 $y = x$ 도 접하므로

원의 중심 $(3, b)$ 에서

직선 $x - y = 0$ 에 이르는 거리는

원의 반지름의 길이 b 와 같다.

$$\text{즉, } \frac{|3 - b|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = b, |3 - b| = \sqrt{2}b$$

양변을 제곱하면

$$9 - 6b + b^2 = 2b^2, b^2 + 6b - 9 = 0$$

$$\therefore b = -3 \pm 3\sqrt{2}$$

그런데 $b > 0$ 이므로

$$b = -3 + 3\sqrt{2}$$

12. 다음 원과 직선의 교점의 개수를 구하여라.

$x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0, \quad 3x - 4y + 6 = 0$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 0개

해설

원의 방정식을 표준형으로 나타내면
 $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 2^2$
따라서 , 원의 중심 $(1, -2)$ 에서 직선
 $3x - 4y + 6 = 0$ 까지의 거리 d 는
$$d = \frac{|17|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{17}{5}$$

이때, $\frac{17}{5} > 2$ 이므로 원과 직선은 만나지 않는다.
∴ 교점의 개수 : 0개

13. 직선 $y = 2x - 3$ 에 평행하고 원 $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$ 에 접하는 접선의 방정식은?

- ① $y = 2x \pm \sqrt{5}$ ② $y = 2x \pm 3\sqrt{3}$ ③ $y = 2x \pm 3\sqrt{5}$
④ $y = x \pm 3\sqrt{5}$ ⑤ $y = x \pm 3\sqrt{3}$

해설

기울기가 2인 직선 $2x - y + k = 0$ 이 원의 중심 $(1, 2)$ 로부터의 거리가 3이 되는 k 를 구하면

$$d = \frac{|2 - 2 + k|}{\sqrt{4 + 1}} = 3 \text{에서}$$

$\therefore k = \pm 3\sqrt{5}$ 이다.

14. 좌표평면에서 원 $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 8 = 0$ 을 평행이동하여 원 $x^2 + y^2 = c$ 를 얻었다. 이 때, 상수 c 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $c = 5$

해설

원 $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 8 = 0$ 을

표준형으로 바꾸면 $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 5$

$\therefore c = 5$

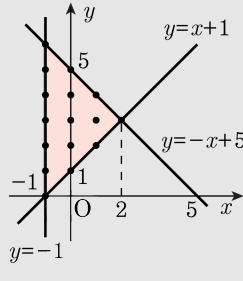
15. 세 부등식 $x \geq -1$, $y \leq -x + 5$, $y \geq x + 1$ 을 모두 만족하는 정수 x , y 의 순서쌍 (x, y) 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 16 개

해설

세 부등식을 모두 만족하는 영역은
직선 $x = -1$ 의 오른쪽 (경계선 포함),
직선 $y = -x + 5$ 의 아랫부분 (경계선 포함),
직선 $y = x + 1$ 의 위부분 (경계선 포함)
의 공통 부분이므로
다음 그림의 색칠한 부분과 같다.
따라서 구하는 순서쌍 (x, y) 의 개수는
16개이다.

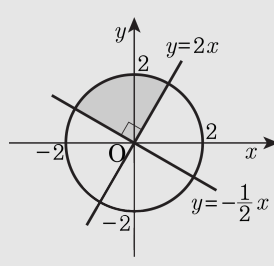


16. 연립부등식
$$\begin{cases} y \geq 2x \\ y \geq -\frac{1}{2}x \\ x^2 + y^2 \leq 4 \end{cases}$$
 이 나타내는 영역의 넓이를 구하면?

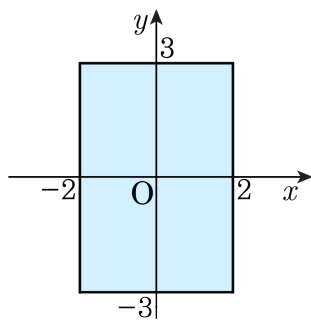
- ① $\frac{\pi}{4}$ ② $\frac{\pi}{2}$ ③ π ④ 2π ⑤ 4π

해설

주어지는 연립부등식을 좌표평면 위에 나타내면 다음과 같다.
따라서, 구하는 영역의 넓이는 $4\pi \times \frac{1}{4} = \pi$



17. x, y 가 다음 그림의 영역을 만족할 때, $x + 3y$ 의 최솟값은?



- ① -2 ② -7 ③ -11 ④ -12 ⑤ -15

해설

$x + 3y = k$ 로 놓으면, k 직선 $y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}k$ 가 색칠된 영역의 가장 윗부분과 접할 때의 y 절편이다.
(2, 3)을 지날 때 k 는 최댓값을 가지므로
따라서 구하는 k 는 -11

18. $\triangle ABC$ 의 무게중심이 $G(1, 4)$ 이고, 세 변 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 의 중점이 각각 $(-1, 6)$, (a, b) , $(3, 4)$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

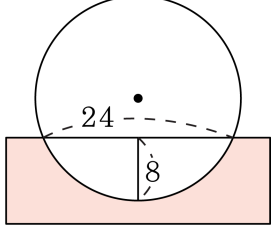
$\triangle ABC$ 의 무게중심 G 는

세 변 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 의 중점을 꼭지점으로 하는 삼각형의 무게중심과 일치한다.

따라서 $\frac{-1+a+3}{3} = 1$, $\frac{6+b+4}{3} = 4$ 이므로

$a = 1$, $b = 2$ 이고, $\therefore a + b = 3$

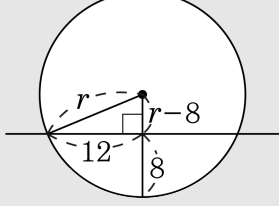
19. 구 모양의 공을 띄워 놓은 호수가 얼었다. 얼음을 깨지 않고 공을 들어내었더니 다음 그림과 같이 윗면의 지름이 24이고 깊이가 8인 홈이 생겼다고 할 때, 이 공의 반지름의 길이는?



- ① $6\sqrt{3}$ ② 13 ③ $8\sqrt{3}$ ④ 16 ⑤ $12\sqrt{3}$

해설

다음 그림처럼 공의 반지름의 길이를 r 라 하면
피타고라스의 정리에 의하여
 $r^2 = 12^2 + (r - 8)^2$
 $r^2 = 144 + r^2 - 16r + 64$
 $\therefore r = 13$

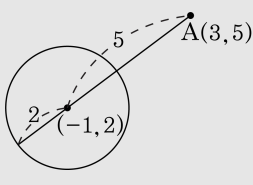


20. 점 A(3, 5) 와 원 $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$ 위의 점 P 에 대하여 $\overline{AP}$ 의 최솟값과 최댓값의 합은?

- ① 6
- ② 7
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 10

해설

원 $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$ 의 중심이 $(-1, 2)$ 이므로
점 A 와 원의 중심 사이의 거리는 $\sqrt{(-1 - 3)^2 + (2 - 5)^2} = 5$
이 때, 원의 반지름의 길이는 2 이므로
 $(\overline{AP}$ 의 최댓값) = 5 + (반지름의 길이) = 5 + 2 = 7
 $(\overline{AP}$ 의 최솟값) = 5 - (반지름의 길이) = 5 - 2 = 3
따라서 구하는 합은 $7 + 3 = 10$



21. 대칭이동에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- I. 방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형을 원점에 대하여 대칭이동시킨 도형의 방정식은 $f(-x, -y) = 0$ 이다.
- II. 방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형을 직선 $x = a$ 에 대하여 대칭이동시킨 도형의 방정식은 $f(x - 2a, y) = 0$ 이다.
- III. 방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형을 x 축에 대하여 대칭이동시킨 후, 다시 y 축에 대하여 대칭이동시킨 도형은 원점에 대하여 대칭이동시킨 도형과 일치한다.
- IV. 방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형을 원점에 대하여 대칭이동시킨 후, 다시 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동시킨 도형은 직선 $y = -x$ 에 대하여 대칭이동시킨 도형과 일치한다.

- ①

I, III, IV
- ②

I, IV
- ③

II, III, IV
- ④

III, IV
- ⑤

I, II, III, IV

해설

I. $f(x, y) = 0$ 을 원점에 대하여 대칭이동
⇒ $f(-x, -y) = 0$
II. $f(x, y) = 0$ 을 $x = a$ 에 대하여 대칭이동
⇒ $f(2a - x, y) = 0$
III. $f(x, y) = 0$ 을 x 축에 대하여 대칭이동
⇒ $f(x, -y) = 0$
 $f(x, -y) = 0$ 을 y 축에 대하여 대칭이동
⇒ $f(-x, -y) = 0$
 $f(x, y) = 0$ 을 원점에 대하여 대칭이동
⇒ $f(-x, -y) = 0$
IV. $f(x, y) = 0$ 을 원점에 대하여 대칭이동
⇒ $f(-x, -y) = 0$
 $f(x, y) = 0$ 을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동
⇒ $f(-y, -x) = 0$
 $f(x, y) = 0$ 을 직선 $y = -x$ 에 대하여 대칭이동
⇒ $f(-y, -x) = 0$
이로부터 옳은 것은 I, III, IV이다.

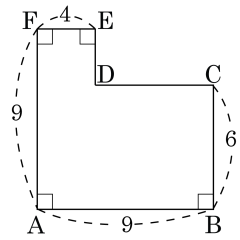
22. 부등식 $x^2 + y^2 \leq 1$ 을 만족하는 정수 x, y 에 대하여 $f(x, y) = y - x^2 + 1$ 의 최댓값은?

① 0 ② 1 ③ -1 ④ 2 ⑤ -2

해설

$x^2 + y^2 \leq 1$ 을 만족하는 정수 x, y 인 점은
(0, 0), (-1, 0), (1, 0), (0, 1), (0, -1) 의 다섯 개이고
각각의 $f(x, y)$ 의 값을 구하면,
 $f(0, 0) = 0 - 0 + 1 = 1$, $f(-1, 0) = 0 - 1 + 1 = 0$,
 $f(1, 0) = 0 - 1 + 1 = 0$, $f(0, 1) = 1 - 0 + 1 = 2$,
 $f(0, -1) = -1 - 0 + 1 = 0$
따라서 최댓값은 2 이고 최솟값은 0 이다.

23. 아래 그림과 같은 도형 ABCDEF가 있다. 변 CD 위에 한 점 P를 잡아 선분 AP를 그었더니 선분 AP에 의해 도형의 넓이가 이등분되었다. 이 때, 선분 AP의 길이를 구하면?

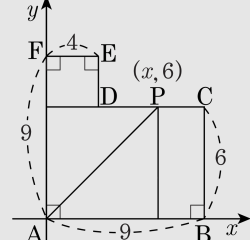


- ① $\sqrt{83}$ ② $\sqrt{84}$ ③ $\sqrt{85}$ ④ $\sqrt{86}$ ⑤ $\sqrt{87}$

해설

그림과 같이 좌표평면 위에서 변 AB가 x 축, 점 A가 원점이 되도록 하고, $P(x, 6)$ 이라고 하면 $\overline{PC} = 9 - x$ 이다.

이 때, 도형 ABCDEF의 넓이는 66이므로 사다리꼴 ABCP의 넓이는 33이다.



$$\frac{1}{2} \times 6 \times \{9 + (9 - x)\} = 33 \text{에서 } x = 7 \text{이다.}$$

$$\therefore \overline{AP} = \sqrt{(7-0)^2 + (6-0)^2} = \sqrt{85}$$

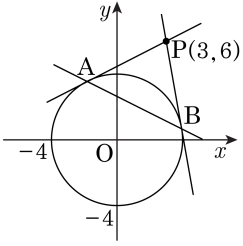
24. 점 A(6, 0) 과 원 $x^2 + y^2 = 4$ 위의 점 P 를 이은 선분 AP 의 중점의 자취의 길이는?

- ① π ② 2π ③ 3π ④ 4π ⑤ 5π

해설

원 위의 점을 $P(a, b)$,
선분 AP 의 중점을 $M(x, y)$ 라 하면,
$$x = \frac{6+a}{2}, y = \frac{b}{2}$$
$$\therefore a = 2(x-3), b = 2y \cdots \textcircled{1}$$
이 때, 점 $P(a, b)$ 가 원 $x^2 + y^2 = 4$ 위의 점이므로
$$a^2 + b^2 = 4 \cdots \textcircled{2}$$
$$\textcircled{1} \text{ 을 } \textcircled{2} \text{ 에 대입하면,}$$
$$4(x-3)^2 + 4y^2 = 4$$
$$\therefore (x-3)^2 + y^2 = 1$$
따라서 선분 AP 의 중점 M 은 중심이 (3, 0) 이고,
반지름의 길이가 1 인 원 위를 움직이므로
구하는 자취의 길이는
$$\therefore 2\pi \cdot 1 = 2\pi$$

25. 다음 그림과 같이 원 $x^2 + y^2 = 16$ 의 외부에 있는 점 P(3, 6) 에서 원에 그은 두 접선의 접점을 A, B 라 할 때, 직선 AB 의 방정식은?



- ① $3x + 6y - 16 = 0$ ② $3x - 6y + 16 = 0$
 ③ $3x + 6y - 14 = 0$ ④ $3x - 6y + 14 = 0$
 ⑤ $x + 2y - 5 = 0$

해설

다음 그림에서 $\overline{PO} = \sqrt{3^2 + 6^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$ 이고, $\triangle PAO$ 가 직각삼각형 이므로,

$\overline{PA} = \sqrt{\overline{OP}^2 - \overline{OA}^2} = \sqrt{(3\sqrt{5})^2 - 4^2} = \sqrt{29}$
 이 때, 점 P를 중심으로 하고, 선분 PA 를 반지름으로 하는 원의 방정식은

$(x - 3)^2 + (y - 6)^2 = 29$ 이므로,
 선분 AB 는 원 $x^2 + y^2 = 16$ 과 새로운 원 $(x - 3)^2 + (y - 6)^2 = 29$ 의 공통현이다.

따라서 직선 AB 의 방정식은
 $(x^2 + y^2 - 16) - \{(x - 3)^2 + (y - 6)^2 - 29\} = 0$
 $x^2 + y^2 - 16 - x^2 + 6x - 9 - y^2 + 12y - 36 + 29 = 0$
 $6x + 12y - 32 = 0$
 $\therefore 3x + 6y - 16 = 0$

