

1. $\left(\frac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^{2n} = -1$ 을 만족하는 자연수 n 의 값이 아닌 것은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 2

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 14

해설

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^{2n} = \left(\frac{2}{-2i}\right)^n = i^n$$

$i^n = -1$ 이 성립하려면 $n = 4m + 2$ ($m \geq 0$)

③ : $8 = 4 \times 2 + 0$

2. 다음 이차방정식의 해를 바르게 짝지은 것은?

$$(1) x(5x - 4) = 4(x - 1)$$

$$(2) x^2 - 3\sqrt{2}x + 6 = 0$$

① (1) $\frac{4 \pm 2i}{5}$, (2) $\frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$

② (1) $\frac{3 \pm 2i}{5}$, (2) $\frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$

③ (1) $\frac{4 \pm 2i}{5}$, (2) $\frac{3\sqrt{3} \pm \sqrt{6}i}{2}$

④ (1) $\frac{1 \pm 2i}{5}$, (2) $\frac{2\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$

⑤ (1) $\frac{4 \pm 3i}{5}$, (2) $\frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$

해설

근의 공식을 이용하여 푼다.

$$(1) x(5x - 4) = 4(x - 1)$$

$$\therefore 5x^2 - 8x + 4 = 0$$

$$\therefore x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 20}}{5} = \frac{4 \pm 2i}{5}$$

$$(2) x = \frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{18 - 24}}{2} = \frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$$

3. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2(a+3)x + a^2 + 7 = 0$ 이 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 값의 범위는?

① $a \geq 0$

② $-1 < a < 0$

③ $-2 < a < 0$

④ $a \geq -\frac{1}{3}$

⑤ $0 \leq a \leq \frac{1}{3}$

해설

주어진 이차방정식이 실근을 갖기 위해서는 판별식 $\frac{D}{4} \geq 0$ 이어야 하므로

$$\frac{D}{4} = (a+3)^2 - (a^2 + 7) \geq 0$$

$$a^2 + 6a + 9 - a^2 - 7 \geq 0$$

$$6a + 2 \geq 0 \quad \therefore a \geq -\frac{1}{3}$$

4. 다음의 이차방정식에 대한 설명 중 틀린 것은? (단, a, b, c 는 실수이다.)

① 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면 $ax^2 + bx + c = a(x - \alpha)(x - \beta)$ 이다.

② 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 $\alpha, \beta, D = b^2 - 4ac$ 라고 하면 $(\alpha - \beta)^2 = \frac{D}{a^2}$ 이다.

③ 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 이 서로 다른 부호의 두 실근을 가지기 위한 필요충분 조건은 $ab < 0$ 이다.

④ 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지면, $x^2 + (a - 2c)x + b - ac$ 도 서로 다른 두 실근을 갖는다.

⑤ 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면 $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \alpha\beta = \frac{c}{a}$ (단, $a \neq 0$)

해설

③ 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 이 서로 다른 부호의 두 실근을 가지기 위한 필요충분 조건은 $ac < 0$ 이다.

5. 다음 사차방정식의 실근의 합을 구하여라.

$$x^4 - 3x^3 + 3x^2 + x - 6 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^4 - 3x^3 + 3x^2 + x - 6 = 0$ 에서 $x = -1$, $x = 2$ 를 대입하면
성립하므로

조립제법을 이용하여 인수분해하면

-1	1	-3	3	1	-6
		-1	4	7	6
2	1	-4	7	-6	0
		2	-4	6	
	1	-2	3	0	

$$(x+1)(x-2)(x^2-2x+3)=0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 2 \text{ 또는 } x = 1 \pm \sqrt{2}i$$

따라서 실수근은 -1 , 2 이므로 $-1 + 2 = 1$ 이다.

6. 삼차방정식 $2x^3 - 7x^2 + 11x + 13 = 0$ 의 세 근을 α, β, γ 라고 할 때, 다음 (가), (나), (다)에 알맞은 값을 차례로 쓴 것은?

(가) $\alpha + \beta + \gamma$

(나) $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha$

(다) $\alpha\beta\gamma$

① $\frac{7}{2}, \frac{11}{2}, -\frac{13}{2}$

④ $\frac{11}{2}, -\frac{13}{2}, \frac{7}{2}$

② $-\frac{7}{2}, \frac{13}{2}, \frac{11}{2}$

⑤ $\frac{7}{2}, -\frac{11}{2}, \frac{13}{2}$

③ $\frac{13}{2}, \frac{7}{2}, -\frac{11}{2}$

해설

삼차방정식 $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 (a \neq 0)$ 의 세 근을 α, β, γ 라 하면

$$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}$$

$$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}$$

$$\alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$$

7. 연립방정식 $\begin{cases} \frac{x-1}{2} = \frac{2-y}{3} = \frac{z+3}{5} \\ x+2y+3z=7 \end{cases}$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 3$

▷ 정답 : $y = -1$

▷ 정답 : $z = 2$

해설

$$\frac{x-1}{2} = \frac{2-y}{3} \text{ 에서}$$

$$3x + 2y = 7 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\frac{x-1}{2} = \frac{z+3}{5} \text{ 에서}$$

$$5x - 2z = 11 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$$x + 2y + 3z = 7 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

$$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉢} \text{ 을 하면 } 2x - 3z = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉣}$$

$$\textcircled{㉡} \times 3 - \textcircled{㉣} \times 2 \text{ 를 하면 } 11x = 33$$

$$\therefore x = 3 \text{ 이것을 } \textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{ 에 대입하면}$$

$$y = -1, z = 2$$

8. 모든 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + pxy + qy^2 \geq 0$ 이 항상 성립하려면 다음 중 어떤 조건을 만족해야 하는가?

① $p < q$

② $p^2 \leq q$

③ $p \leq q^2$

④ $p^2 \leq 4q$

⑤ $p^2 \geq 4q^2$

해설

모든 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + pxy + qy^2 \geq 0$ 이 항상 성립하려면
 x 에 대한 이차방정식 $x^2 + pxy + qy^2 = 0$ 의 판별식을 D 라 할 때

$$D = (py)^2 - 4qy^2 \leq 0$$

$$(p^2 - 4q)y^2 \leq 0 \cdots \textcircled{7}$$

⑦이 모든 실수 y 에 대하여 성립하려면

$$p^2 - 4q \leq 0 \text{ 이어야 한다.}$$

$$\therefore p^2 \leq 4q$$

9. 함수 $y = -(x^2 + 4x + 5)^2 - 2(x^2 + 4x) - 6$ 이 $x = m$ 에서 최댓값 M 을 갖는다. 이 때, $M + m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$y = -(x^2 + 4x + 5)^2 - 2(x^2 + 4x) - 6$ 에서

$x^2 + 4x + 5 = t$ 로 놓으면

$$y = -(x^2 + 4x + 5)^2 - 2(x^2 + 4x) - 6$$

$$= -t^2 - 2t + 4 = -(t + 1)^2 + 5$$

그런데 $t = x^2 + 4x + 5 = (x + 2)^2 + 1 \geq 1$ 이므로

$t = 1$, 즉 $x = -2$ 일 때 최댓값 1 을 갖는다.

따라서, $m = -2$, $M = 1$

$$\therefore M + m = -1$$

10. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + 2ax + 9 - 2a^2 = 0$ 이 실근 α, β 를 가질 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 최솟값을 구하여라. (단, a 는 실수)

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

해설

$$\frac{D}{4} = a^2 - (9 - 2a^2) \geq 0 \text{에서 } a^2 \geq 3$$

$$\begin{aligned}\alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= (-2a)^2 - 2(9 - 2a^2) \\ &= 4a^2 - 18 + 4a^2 = 8a^2 - 18\end{aligned}$$

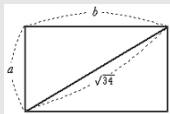
$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 \geq 8 \times 3 - 18 = 6$$

따라서 $\alpha^2 + \beta^2$ 의 최솟값은 6

11. 대각선의 길이가 $\sqrt{34}\text{m}$ 인 직사각형 모양의 땅이 있다. 이 땅의 가로, 세로의 길이를 각각 2m 씩 늘였더니, 넓이가 20m^2 만큼 늘어졌다고 한다. 처음 땅의 가로, 세로의 길이를 구하면?

- ① 가로의 길이: 3m, 세로의 길이: 5m
 ② 가로의 길이: 5m, 세로의 길이: 3m
 ③ 가로의 길이: 3m, 세로의 길이: 5m 또는 가로의 길이: 5m, 세로의 길이: 3m
 ④ 가로의 길이: $(3\sqrt{6} - 2)\text{m}$, 세로의 길이: $(3\sqrt{6} - 2)\text{m}$
 ⑤ 가로의 길이: $\sqrt{3}\text{m}$, 세로의 길이: $\sqrt{5}\text{m}$

해설



$$a^2 + b^2 = (\sqrt{34})^2 = 34$$

$$(a + 2)(b + 2) = ab + 20$$

$$ab + 2(a + b) + 4 = ab + 20$$

$$\therefore a + b = 8$$

$$2ab = (a + b)^2 - (a^2 + b^2) = 64 - 34 = 30$$

$$\therefore ab = 15 \quad b = 8 - a$$

$$a \cdot (8 - a) = 15 \rightarrow (a - 5)(a - 3) = 0$$

$$\therefore a = 3, b = 5 \text{ 또는 } a = 5, b = 3$$

12. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a > b, b > c, c > d$ 이면 $a > d$

② $a > b > 0, c > d > 0$ 이면 $ac > bd$

③ $a > b > 0$ 이면 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

④ $ac > bc$ 이면 $a > b$

⑤ $a > b > 0, c > 0$ 이면 $\frac{a}{b} > \frac{a+b}{b+c}$

해설

① $a > b, b > c$ 이면 $a > c$

$a > c, c > d$ 이면 $a > d \therefore$ 참

② $c > d$ 이고 $a > 0$ 이므로 $ac > ad \dots\dots\textcircled{\Gamma}$

$a > b$ 이고 $d > 0$ 이므로 $ad > bd \dots\dots\textcircled{\Delta}$

$\textcircled{\Gamma}, \textcircled{\Delta}$ 에서 $ac > bd \therefore$ 참

③ $a > b > 0$ 이므로 $a - b > 0, ab > 0$ 이다. $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{a-b}{ab} > 0$

이므로 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b} \therefore$ 참

④ $c < 0$ 일 때 $ac > bc$ 이면 $a < b$ 이다. $\therefore$ 거짓

⑤ $\frac{a}{b} - \frac{a+c}{b+c} = \frac{a(b+c) - b(a+c)}{b(b+c)}$

$= \frac{c(a-b)}{b(b+c)} > 0 \therefore$ 참

13. $-2 \leq x \leq -1$ 일 때, $A = \frac{12}{2-x}$ 가 취하는 값의 범위를 구하면 $p \leq A \leq q$ 이다. 이 때, pq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$-2 \leq x \leq -1$ 의 각 변에 -1 을 곱하면

$$1 \leq -x \leq 2$$

다시 각 변에 2를 더하면 $3 \leq 2-x \leq 4$

각 변의 역수를 취하면 $\frac{1}{4} \leq \frac{1}{2-x} \leq \frac{1}{3}$

각 변에 12를 곱하면 $3 \leq \frac{12}{2-x} \leq 4$

$$\therefore p = 3, q = 4$$

$$\therefore pq = 12$$

14. 부등식 $|x+1|+|x-2| < x+2$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 일 때, $\alpha+\beta$ 의 값은?

① -4

② -2

③ 2

④ 4

⑤ 6

해설

(i) $x < -1$ 일 때

$$-(x+1) - (x-2) < x+2, -x+1-x < x+2$$

$$-3x < 1, x > -\frac{1}{3} \text{ 따라서 해가 없다.}$$

(ii) $-1 \leq x < 2$ 일 때

$$(x+1) - (x-2) < x+2$$

$$x+1-x+2 < x+2, x > 1$$

$$\therefore 1 < x < 2$$

(iii) $x \geq 2$ 일 때

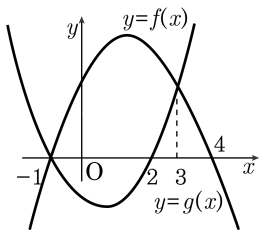
$$(x+1) + (x-2) < x+2 \therefore x < 3$$

$$\therefore 2 \leq x < 3$$

(i), (ii), (iii)에서 해는 $1 < x < 3$

$$\therefore \alpha + \beta = 4$$

15. 두 이차함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 부등식 $f(x) - g(x) \leq 0$ 의 해를 구하면?



- ① $x \leq -1$ ② $-1 \leq x \leq 2$
 ③ $-1 \leq x \leq 3$ ④ $2 \leq x \leq 3$
 ⑤ $2 \leq x \leq 4$

해설

$f(x) - g(x) \leq 0$ 에서 $f(x) \leq g(x)$ 이 부등식을 만족하는 x 의 값의 범위는 $y = f(x)$ 의 그래프가 $y = g(x)$ 의 그래프와 같거나 아래쪽에 있는 부분이므로 $-1 \leq x \leq 3$

16. x 에 관한 연립방정식

$$\begin{cases} |x+4| > 3x \\ 2x(x-3) \geq 0 \end{cases} \quad \text{을 풀면?}$$

① $x \leq 0$

② $-2 < x < 3$

③ $x < 0, x > 2$

④ $0 < x < 2$

⑤ $x \geq 3$

해설

$$\begin{cases} |x+4| > 3x & \cdots \textcircled{㉠} \\ 2x(x-3) \geq 0 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠ 식에서

i) $x \geq -4$ 일때

$$x+4 > 3x \rightarrow 2x < 4 \rightarrow x < 2$$

$$\Rightarrow -4 \leq x < 2$$

ii) $x < -4$ 일때

$$-x-4 > 3x \rightarrow 4x < -4 \rightarrow x < -1$$

$$\therefore x < -4$$

i), ii) 에서 $x < 2$

$$\textcircled{㉡} \text{ 식에서 } 2x(x-3) \geq 0 \rightarrow x \geq 3, x \leq 0$$

㉠과㉡ 공통범위 : $x \leq 0$

17. $-1 < x < 3$ 인 모든 실수 x 에 대하여 이차부등식 $x^2 + 2(k-1)x + 3k < 0$ 이 항상 성립하도록 하는 실수 k 의 최댓값을 구하여라.

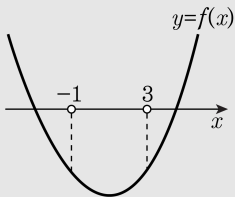
▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$f(x) = x^2 + 2(k-1)x + 3k$ 라 하자.

$-1 < x < 3$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) < 0$ 이 항상 성립하려면 다음 그림과 같이 $f(-1) \leq 0$, $f(3) \leq 0$ 이어야 한다.



(i) $f(-1) \leq 0$ 에서 $(-1)^2 + 2(k-1) \cdot (-1) + 3k \leq 0$, $k+3 \leq 0$
 $\therefore k \leq -3$

(ii) $f(3) \leq 0$ 에서 $3^2 + 2(k-1) \cdot 3 + 3k \leq 0$, $9k+3 \leq 0$
 $\therefore k \leq -\frac{1}{3}$

(i), (ii)에서 $k \leq -3$

따라서, 실수 k 의 최댓값은 -3 이다.

18. a, b 는 양수라 할 때, 다음 중 $z = a(1+i) + b(1-i), i = \sqrt{-1}$ 의 꼴로 나타낼 수 있는 것은?

① $1 - 3i$

② $2 + 3i$

③ $4 - 2i$

④ $-3 + 2i$

⑤ $2 - 5i$

해설

$z = (a+b) + (a-b)i$ (a, b 는 양수)

① $1 - 3i$ 에서 $a+b=1, a-b=-3$

$a=-1, b=2 \Rightarrow a, b$ 는 양수라는 조건에 어긋남

② $2 + 3i$ 에서 $a+b=2, a-b=3$

$a=\frac{5}{2}, b=-\frac{1}{2} \Rightarrow a, b$ 는 양수라는 조건에 어긋남

③ $4 - 2i$ 에서 $a+b=4, a-b=-2$

$a=1, b=3 \Rightarrow a, b$ 는 양수라는 조건을 만족시킴

④ $-3 + 2i$ 에서 $a+b=-3, a-b=2$

$a=-\frac{1}{2}, b=-\frac{5}{2} \Rightarrow a, b$ 는 양수라는 조건에 어긋남

⑤ $2 - 5i$ 에서 $a+b=2, a-b=-5$

$a=-\frac{3}{2}, b=\frac{7}{2} \Rightarrow a, b$ 는 양수라는 조건에 어긋남

19. 이차방정식 $x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 두 근을 a, b 라 할 때 $\sqrt{a^2 + 1} + \sqrt{b^2 + 1}$ 의 값은?

① 4

② 1

③ $\sqrt{6}$

④ $2\sqrt{6}$

⑤ 6

해설

$x^2 - 4x + 1 = 0$ 에서 $\frac{D}{4} = (-2)^2 - 1 = 3 > 0$ 이므로

a, b 는 서로 다른 실수이고, 근과 계수의 관계에 의하여
 $a + b = 4, ab = 1$ 이므로 $a > 0, b > 0$

a, b 를 식에 대입하면

$$a^2 - 4a + 1 = 0, b^2 - 4b + 1 = 0$$

$$\therefore a^2 + 1 = 4a, b^2 + 1 = 4b$$

$$\therefore \sqrt{a^2 + 1} + \sqrt{b^2 + 1} = \sqrt{4a} + \sqrt{4b}$$

$$= 2(\sqrt{a} + \sqrt{b}) (\because a > 0, b > 0)$$

$$(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + b + 2\sqrt{ab}$$

$$= 6 (\because a + b = 4, ab = 1)$$

$$\therefore \sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{6}$$

20. 방정식 $2x^4 - 5x^3 + x^2 - 5x + 2 = 0$ 의 모든 실근의 합을 a , 모든 허근의 곱을 b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 5

② 3

③ $\frac{3}{2}$

④ -2

⑤ 4

해설

$2x^4 - 5x^3 + x^2 - 5x + 2 = 0$ 양변을
 x^2 으로 나누고 정리하면

$$2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 5\left(x + \frac{1}{x}\right) + 1 = 0$$

$$2\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 5\left(x + \frac{1}{x}\right) - 3 = 0$$

$$2t^2 - 5t - 3 = (2t + 1)(t - 3) = 0$$

$$\left(2x + \frac{2}{x} + 1\right)\left(x + \frac{1}{x} - 3\right) = 0$$

$$\therefore (2x^2 + x + 2)(x^2 - 3x + 1) = 0$$

이 때, $2x^2 + x + 2 = 0$ 은 허근을 갖고,

$x^2 - 3x + 1 = 0$ 은 실근을 가지므로

실근의 합 $a = 3$, 허근의 곱 $b = 1$ 이다.

$$\therefore a + b = 4$$

21. 각 수가 다른 두 수의 곱이 되는 0이 아닌 실수의 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

$$a = bc, b = ca, c = ab,$$

$$abc = (bc)(ca)(ab) = (abc)^2,$$

$$abc \neq 0, \quad abc = 1,$$

$$abc = a^2 = b^2 = c^2 = 1$$

$$a = \pm 1, b = \pm 1, c = \pm 1$$

그러나 $abc = 1$ 이므로, a, b, c 중에서 -1 인 것은 없거나 2개이다.

$$\therefore (a, b, c) = (1, 1, 1), (1, -1, -1), (-1, 1, -1), (-1, -1, 1)$$

22. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근은 -1 과 0 사이에 있고, 다른 근은 0 과 2 사이에 있을 때 정수 a, b 에 대하여, $a + b$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$f(x) = x^2 + ax + b$ 라고 놓을 때

$$\begin{cases} f(-1) = 1 - a + b > 0 & \cdots \textcircled{1} \\ f(0) = b < 0 & \cdots \textcircled{2} \\ f(2) = 4 + 2a + b > 0 & \cdots \textcircled{3} \end{cases}$$

① $\times 2 +$ ③ 하면 $6 + 3b > 0$

$$\therefore b > -2$$

이것과 ②에서 $-2 < b < 0$

$$\therefore b = -1 (\because b \text{는 정수})$$

이 값을 ①, ③에 대입하면

$$1 - a - 1 > 0, 4 + 2a - 1 > 0$$

$$\therefore -\frac{3}{2} < a < 0$$

$$\therefore a = -1 (\because a \text{는 정수})$$

$$\therefore a = -1, b = -1, a + b = -2$$

23. $x^2 + xy - 2y^2 + 2x + 7y + k = f(x, y)$ 라 할 때, $f(x, y) = 0$ 이 두 개의 직선을 나타내도록 k 의 값을 정하면?

① -5

② -4

③ -3

④ -2

⑤ -1

해설

$$f(x, y) = x^2 + (y + 2)x - 2y^2 + 7y + k = 0$$

주어진 식이 두 개의 직선을 나타내려면

x, y 에 관한 일차식으로 인수분해되어야 하므로

근의 공식에서 근호 안의 식($= D$)이 완전제곱꼴이어야 한다.

$$D = (y + 2)^2 - 4(-2y^2 + 7y + k)$$

$$= 9y^2 - 24y + 4 - 4k \quad \cdots (i)$$

(i)이 완전제곱식이어야 하므로

(i)의 판별식

$$\frac{D}{4} = (-12)^2 - 9(4 - 4k) = 0$$

$$108 + 36k = 0 \quad \therefore k = -3$$

24. 계수가 실수인 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 해를 p, q ($-1 < p < 0 < q < 1$)라 하자. 이차방정식 $cx^2 - bx + a = 0$ 의 해를 r, s ($r < s$)라 할 때, p, q, r, s 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $p < q < r < s$

② $r < s < p < q$

③ $p < r < s < q$

④ $r < p < q < s$

⑤ 이 조건만으로는 알 수 없다.

해설

근과 계수와의 관계에 의하여

$$p + q = -\frac{b}{a}, \quad pq = \frac{c}{a}$$

$$\begin{aligned} \text{따라서, } r + s &= \frac{b}{c} = \frac{\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} = -\frac{p+q}{pq} \\ &= \left(-\frac{1}{p}\right) + \left(-\frac{1}{q}\right) \cdots \textcircled{㉠} \end{aligned}$$

$$rs = \frac{a}{c} = \frac{1}{pq} = \left(-\frac{1}{p}\right) \left(-\frac{1}{q}\right) \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에서 } \{r, s\} = \left\{-\frac{1}{p}, -\frac{1}{q}\right\}$$

$$-1 < p < 0 \text{에서 } -\frac{1}{p} > 1, \quad 0 < q < 1 \text{에서 } -\frac{1}{q} < -1$$

$$\therefore r = -\frac{1}{q} < -1 < p < q < 1 < -\frac{1}{p} = s$$

25. $O(0, 0)$, $A(7, 1)$, $B(5, 5)$ 라 할 때, $\overline{OP}^2 + \overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 을 최소로 하는 점 P 의 좌표를 (α, β) , 그 때의 최솟값을 r 라 할 때, $\alpha + \beta + r$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 46

해설

$$\begin{aligned} & \overline{OP}^2 + \overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 \\ &= x^2 + y^2 + (x-7)^2 + (y-1)^2 + (x-5)^2 + (y-5)^2 \\ &= 3(x-4)^2 + 3(y-2)^2 + 40 \\ & (x-4)^2 \geq 0, (y-2)^2 \geq 0 \text{ 이므로} \\ & x=4, y=2 \text{ 에서 최솟값 } r=40 \text{ 을 갖는다.} \\ & \therefore \alpha + \beta + r = 46 \end{aligned}$$