

1. 다음 중 x 가 2 의 제곱근임을 나타내는 식은?

① $x = \sqrt{2}$

② $x = 2^2$

③ $x^2 = 2$

④ $2 = \sqrt{x}$

⑤ $x = \sqrt{2^2}$

해설

x 가 a 의 제곱근일 때 (단, $a \geq 0$)

$$x^2 = a$$

2. 다음을 간단히 하라.

$$\sqrt{(\sqrt{13}-3)^2} + \sqrt{(3-\sqrt{13})^2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{13}-6$

해설

$\sqrt{13} > 3$ 이므로

$$\begin{aligned} & \sqrt{(\sqrt{13}-3)^2} + \sqrt{(3-\sqrt{13})^2} \\ &= \sqrt{13}-3 - (3-\sqrt{13}) \\ &= \sqrt{13}-3-3+\sqrt{13} \\ &= 2\sqrt{13}-6 \end{aligned}$$

3. $4.1 < \sqrt{x} < 5.6$ 를 만족하는 자연수 x 의 값 중에서 가장 큰 수를 a , 가장 작은 수를 b 라고 할 때, $a + b$ 의 값으로 알맞은 것은?

① 42

② 45

③ 48

④ 51

⑤ 54

해설

$$4.1 = \sqrt{16.81}, 5.6 = \sqrt{31.36} \text{ 이므로}$$

$$16.81 < x < 31.36$$

$$a = 31, b = 17$$

$$\therefore a + b = 17 + 31 = 48$$

4. 다음 보기의 수를 $a\sqrt{b}$ 로 나타냈을 때, a 가 같은 것을 모두 찾아라.

보기

㉠ $2\sqrt{7}$

㉡ $\sqrt{8}$

㉢ $\sqrt{20}$

㉣ $\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{2}}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

해설

㉡ $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

㉢ $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

㉣ $\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{2}} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

따라서 a 가 같은 것은 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣이다.

5. $\sqrt{10} = m$ 일 때, $\sqrt{0.025}$ 를 m 에 관한 식으로 나타내면?

① $\frac{m}{100}$

② $\frac{m}{50}$

③ $\frac{m}{25}$

④ $\frac{m}{20}$

⑤ $\frac{m}{10}$

해설

$$\sqrt{0.025} = \sqrt{\frac{25}{1000}} = \frac{5}{10\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{20} = \frac{m}{20}$$

6. $\sqrt{2} = a$, $\sqrt{3} = b$, $\sqrt{5} = c$ 일 때,
 $\sqrt{360} = 6(\quad)$ 로 나타낼 때, ($\quad$)에 들어갈 것은?

① ac

② $\sqrt{a} \sqrt{c}$

③ $\sqrt{b} \sqrt{c}$

④ bc

⑤ abc

해설

$$\sqrt{360} = \sqrt{3^2 \times 2^3 \times 5} = 6 \sqrt{2} \sqrt{5} = 6ac$$

7. $-1 < a < 2$ 일 때, $\sqrt{(a+1)^2} + \sqrt{(a-2)^2} + a - 3$ 을 간단히 하면?

① a

② $3a - 4$

③ 0

④ $a - 6$

⑤ $3a + 1$

해설

$-1 < a < 2$ 에서 $a + 1 > 0$, $a - 2 < 0$ 이므로
(준식) $= a + 1 - (a - 2) + a - 3 = a$

8. $\sqrt{\frac{32}{3}}x$ 가 자연수가 되기 위한 x 의 값 중 가장 큰 두 자리 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 96

해설

$$\sqrt{\frac{32}{3}}x = \sqrt{\frac{2^4 \times 2}{3}}x \text{ 이므로 } x = \frac{3}{2} \times k^2$$

$$k = 1 \text{ 일 때, } x = \frac{3}{2}$$

$$k = 2 \text{ 일 때, } x = 6$$

$$k = 3 \text{ 일 때, } x = \frac{27}{2}$$

$$k = 4 \text{ 일 때, } x = 24$$

$$k = 5 \text{ 일 때, } x = \frac{75}{2}$$

$$k = 6 \text{ 일 때, } x = 54$$

$$k = 7 \text{ 일 때, } x = \frac{147}{2}$$

$$k = 8 \text{ 일 때, } x = 96$$

$$k = 9 \text{ 일 때, } x = \frac{243}{2}$$

x 는 가장 큰 두 자리의 자연수이므로 96 이다.

9. $\sqrt{48a}$ 와 $\sqrt{52-a}$ 모두 정수가 되도록 하는 양의 정수 a 의 개수는?

① 0 개

② 1 개

③ 2 개

④ 3 개

⑤ 4 개

해설

$$\sqrt{48a} = \sqrt{2^4 \times 3 \times a} \dots \textcircled{1}$$

$$52 - a = 0, 1, 4, 9, 16, 25, 49 \dots \textcircled{2}$$

②를 만족하는 $a = 52, 51, 48, 43, 36, 27, 3$

이 중 ①을 만족하는 것은 3, 27, 48

10. 다음 식 중에서 x 의 값이 무리수인 것은?

① $x^2 = 25$

② $x^2 = \frac{81}{49}$

③ $x^2 = 0.0016$

④ $x^2 = \frac{3}{27}$

⑤ $x^2 = \frac{49}{1000}$

해설

⑤ $x^2 = \frac{49}{1000}$

$x = \frac{\pm 7}{10\sqrt{10}}$: 무리수

① $x = \pm 5$: 유리수

② $x = \pm \frac{9}{7}$: 유리수

③ $x = \pm 0.04$: 유리수

④ $x = \pm \sqrt{\frac{3}{27}} = \pm \sqrt{\frac{1}{9}} = \pm \frac{1}{3}$: 유리수

11. 다음 보기의 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ㉡ 두 정수 사이에는 또 다른 정수가 있다.
- ㉢ $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ㉣ 서로 다른 무리수의 합은 항상 무리수이다.
- ㉤ 1 과 2 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉣

③ ㉠, ㉢, ㉣

④ ㉡, ㉣, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉣, ㉤

해설

- ㉡ 두 정수 사이에는 또 다른 정수가 있다,
반례) 1 과 2 사이에는 정수가 존재하지 않는다.
- ㉣ 서로 다른 무리수의 합은 항상 무리수이다.
반례) $\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 0$ 유리수가 되는 경우도 존재한다.

12. 다음 두 수의 대소를 비교한 것 중 옳은 것은?

① $4 > \sqrt{3} + 2$

② $\sqrt{11} - 3 > \sqrt{11} - \sqrt{8}$

③ $3 > \sqrt{13}$

④ $\sqrt{\frac{1}{2}} < \frac{1}{3}$

⑤ $2 + \sqrt{2} > 2 + \sqrt{3}$

해설

① $4 - \sqrt{3} - 2 = 2 - \sqrt{3} > 0$

$\therefore 4 > \sqrt{3} + 2$

② $\sqrt{11} - 3 - (\sqrt{11} - \sqrt{8}) = -3 + \sqrt{8}$
 $= -\sqrt{9} + \sqrt{8} < 0$

$\therefore \sqrt{11} - 3 < \sqrt{11} - \sqrt{8}$

③ 양변을 제곱하면

(좌변) $= 3^2 = 9$, (우변) $= (\sqrt{13})^2 = 13$

$\therefore 3 < \sqrt{13}$

④ 양변을 제곱하면

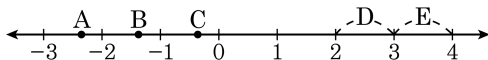
(좌변) $= \left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}$, (우변) $= \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$

$\therefore \sqrt{\frac{1}{2}} > \frac{1}{3}$

⑤ $2 + \sqrt{2} - (2 + \sqrt{3}) = \sqrt{2} - \sqrt{3} < 0$

$\therefore 2 + \sqrt{2} < 2 + \sqrt{3}$

13. 다음은 수직선을 보고 설명한 것이다. 다음 중 옳은 것은?



- ① $\sqrt{13} - 6$ 에 대응하는 점은 B 이다.
- ② 점 A 와 C 사이의 양의 정수는 세 개이다.
- ③ $-\sqrt{7} + 5$ 는 $\frac{n}{m}$ 으로 나타낼 수 있다.
- ④ $\sqrt{5} + 1$ 이 속하는 구간은 E 이다.
- ⑤ $\sqrt{2} - 1$ 은 $1 - \sqrt{2}$ 보다 왼쪽에 위치한다.

해설

- ① $\sqrt{13} - 6$ 에 대응하는 점은 A 이다.
- ② 점 A 와 C 사이의 양의 정수는 없다.
- ③ 무리수는 $\frac{n}{m}$ 으로 나타낼 수 없다.
- ⑤ $\sqrt{2} - 1$ 은 $1 - \sqrt{2}$ 보다 오른쪽에 위치한다.

14. 다음은 주어진 제공근표를 보고 제공근의 값을 구한 것이다. 옳지 않은 것은?

수	0	1	2	3	4
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
2.0	1.414	1.418	1.421	1.425	1.428
2.1	1.449	1.453	1.456	1.459	1.463
2.2	1.483	1.487	1.490	1.493	1.497
2.3	1.517	1.520	1.523	1.526	1.530
2.4	1.549	1.552	1.556	1.559	1.562
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
20	4.472	4.483	4.494	4.506	4.517
21	4.583	4.593	4.604	4.615	4.626
22	4.690	4.701	4.712	4.722	4.733
23	4.796	4.806	4.817	4.827	4.837
24	4.899	4.909	4.919	4.930	4.940

① $\sqrt{0.2} = 0.4472$

② $\sqrt{210} = 14.49$

③ $\sqrt{220} = 14.83$

④ $\sqrt{0.23} = 47.96$

⑤ $\sqrt{0.0024} = 0.04899$

해설

④ $\sqrt{0.23} = \frac{\sqrt{23}}{10} = 0.4796$

15. $\frac{\sqrt{4^2}}{2} = a$, $-\sqrt{(-6)^2} = b$, $\sqrt{(-2)^2} = c$ 라 할 때, $2a^2 \times b^2 - b \div c$ 의 값은?

① 282

② 285

③ 288

④ 291

⑤ 294

해설

$$a = \frac{\sqrt{4^2}}{2} = \frac{4}{2} = 2, b = -\sqrt{(-6)^2} = -6, c = \sqrt{(-2)^2} = 2$$

$$\therefore 2a^2 \times b^2 - b \div c = 2 \times 4 \times 36 - (-6) \times \frac{1}{2}$$

$$= 288 + 3 = 291$$

16. $\sqrt{x}$ 이하의 자연수의 개수를 $N(x)$ 라고 하면 $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $N(5) = 2$ 이다. 이 때, $N(1) + N(2) + N(3) + \cdots + N(10)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$\sqrt{1} = 1, \sqrt{4} = 2, \sqrt{9} = 3$ 이므로

$$N(1) = N(2) = N(3) = 1$$

$$N(4) = N(5) = \cdots = N(8) = 2$$

$$N(9) = N(10) = 3$$

$$\therefore N(1) + N(2) + N(3) + \cdots + N(10) = 1 \times 3 + 2 \times 5 + 3 \times 2 = 19$$

17. $\frac{k}{\sqrt{3}}(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \frac{\sqrt{8} - 2\sqrt{3} + 6\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ 의 값이 유리수가 되도록 하는 유리수 k 의 값은?

① 6

② 4

③ -4

④ -6

⑤ -10

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= k - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}k + \frac{\sqrt{16} - 2\sqrt{6} + 6\sqrt{6}}{2} \\&= k - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}k + 2 + 2\sqrt{6} \\&= -\frac{k}{3}\sqrt{6} + 2\sqrt{6} + k + 2 \\&= \left(-\frac{k}{3} + 2\right)\sqrt{6} + k + 2\end{aligned}$$

값이 유리수가 되려면

$$-\frac{k}{3} + 2 = 0$$

$$\therefore k = 6$$

18. 부등식 $3 \leq (\sqrt{2} + 1)x \leq 7$ 을 만족하는 자연수 x 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$3 \leq (\sqrt{2} + 1)x \leq 7$ 에서 $\sqrt{2} + 1 > 0$ 이므로

$$\frac{3}{\sqrt{2} + 1} \leq x \leq \frac{7}{\sqrt{2} + 1} \therefore 3\sqrt{2} - 3 \leq x \leq 7\sqrt{2} - 7$$

$$4 < 3\sqrt{2} = \sqrt{18} < 5 \text{ 에서 } 1 < 3\sqrt{2} - 3 < 2$$

$$9 < 7\sqrt{2} = \sqrt{98} < 10 \text{ 에서 } 2 < 7\sqrt{2} - 7 < 3$$

$1. \times \times \times \leq x \leq 2. \times \times \times$ 이므로

따라서 자연수 $x = 2$ 이다.

19. 한 변의 길이가 9인 정사각형의 내부에 10 개의 점을 놓을 때, 두 점 사이의 거리가 r 이하인 두 점이 반드시 존재한다. 이때 r 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $3\sqrt{2}$

해설

한 변의 길이가 9인 정사각형의 내부를 한 변의 길이가 3인 작은 정사각형 9 개로 나누고

작은 정사각형 한 개안에 하나의 점을 놓는다고 할 때,
모두 10 개의 점을 놓아야 하므로 반드시 2 개의 점은 한 개의 작은 정사각형 안에 들어간다.

한 변의 길이가 3인 작은 정사각형 안에 2 개의 점을 놓을 때
두 점 사이의 거리의 최댓값은 작은 정사각형의 대각선의 길이
이므로 $3\sqrt{2}$ 이므로

$$r = 3\sqrt{2}$$

20. 다음 조건을 보고, $a - b$ 의 값을 구하여라.

(1) a 는 $4 - \sqrt{3}$ 의 정수부분이다.

(2) b 는 $2x + 7y = 15x - 8y$ 일 때, $\sqrt{\frac{x+y}{x-y}}$ 의 값을 넘지 않는 최대의 정수이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b = -1$

해설

(1) $1 < \sqrt{3} < 2$ 이므로 $2 < 4 - \sqrt{3} < 3 \therefore a = 2$

(2) $2x + 7y = 15x - 8y$ 에서 $y = \frac{13}{15}x$ 이므로

$$\sqrt{\frac{x+y}{x-y}} = \sqrt{\frac{x + \frac{13}{15}x}{x - \frac{13}{15}x}} = \sqrt{\frac{28x}{\frac{2x}{15}}} = \sqrt{14}$$

$3 < \sqrt{14} < 4$ 이므로 $\sqrt{\frac{x+y}{x-y}} = \sqrt{14}$ 를 넘지 않는 최대 정수는 3 이다.

$\therefore b = 3$

따라서 $a - b = 2 - 3 = -1$ 이다.