

1. $a > 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $\sqrt{a^2} = a$

② $-\sqrt{a^2} = a$

③ $\sqrt{(-a)^2} = -a$

④ $\sqrt{-a^2} = a$

⑤ $-\sqrt{(-a)^2} = -a$

해설

② $-\sqrt{a^2} = -a$

③ $\sqrt{(-a)^2} = a$

④ $-a^2 < 0$ 이므로 $\sqrt{-a^2}$ 의 값은 없다.

2. $-\sqrt{144} + \sqrt{(-3)^4} - \sqrt{(-5)^4}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -28

해설

$$\begin{aligned} & -\sqrt{144} + \sqrt{(-3)^4} - \sqrt{(-5)^4} \\ &= -\sqrt{144} + \sqrt{81} - \sqrt{625} \\ &= -12 + 9 - 25 = -28 \end{aligned}$$

3. 다음 보기에서 $\sqrt{18-x}$ 가 정수가 되게 하는 자연수 x 의 값으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

- ☐ ㉠ 2
- ☐ ㉡ 9
- ☐ ㉢ 12
- ☐ ㉣ 15
- ☐ ㉤ 16
- ☐ ㉥ 18

- ☐ ① ㉠, ㉢, ㉣
- ☐ ② ㉠, ㉢, ㉤
- ☐ ③ ㉡, ㉢, ㉥
- ☒ ④ ㉢, ㉣, ㉤
- ☐ ⑤ ㉢, ㉤, ㉥

해설

$\sqrt{18-x}$ 가 정수가 되려면 $18-x$ 가 제곱수가 되어야 한다.
㉢ $18-12=6$ 이므로 제곱수가 아니다.
㉣ $18-15=3$ 이므로 제곱수가 아니다.
㉤ $18-16=2$ 이므로 제곱수가 아니다.

4. $P(x)$ 을 $-\sqrt{x} < n < 0$ 인 정수 n 의 개수라 할 때, $P(16) - P(2.5)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 : 3 개

▷ 정답 : 2개

해설

$P(16)$ 은 $-4 < x < 0$ 인 정수이므로
 $x = -3, -2, -1$
 $\therefore P(16) = 3$
 $P(2.5)$ 는 $-\sqrt{2.5} < x < 0$ 이므로 $x = -1$
 $\therefore P(2.5) = 1$
 $\therefore P(16) - P(2.5) = 3 - 1 = 2$

5. $\sqrt{12} \times \sqrt{15} \times \sqrt{35} = a\sqrt{7}$ 일 때, a 의 값은?

① 15

② 20

③ 25

④ 30

⑤ 35

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{12} \times \sqrt{15} \times \sqrt{35} \\ &= \sqrt{2^2 \times 3} \times \sqrt{3 \times 5} \times \sqrt{5 \times 7} \\ &= 30\sqrt{7} \end{aligned}$$

6. 다음은 $a = \sqrt{5} - 2$, $b = \sqrt{5} - \sqrt{3}$ 의 대소를 비교하는 과정이다. □ 안에 알맞은 부등호를 고르면?
 $a \square b$

① $\geq$ ② $>$ ③ $\leq$ ④ $<$ ⑤ $=$

해설

2는 $\sqrt{4}$ 이므로 a 를 $\sqrt{5} - \sqrt{4}$ 로 바꾸어 비교해 보면 된다.
 $a - b = (\sqrt{5} - 2) - (\sqrt{5} - \sqrt{3}) = -2 + \sqrt{3} = -\sqrt{4} + \sqrt{3}$ 이므로
 $\therefore a - b < 0$

7. $x = -\sqrt{5}$, $y = \sqrt{20}$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값은?

- ① $\sqrt{15}$ ② 15 ③ 20 ④ $\sqrt{20}$ ⑤ 25

해설

$$x^2 = (-\sqrt{5})^2 = 5$$

$$y^2 = (\sqrt{20})^2 = 20$$

따라서 $x^2 + y^2 = 5 + 20 = 25$ 이다.

8. 다음 5 개의 수 A, B, C, D, E 가 정수가 되는 수 중 가장 작은 자연 수를 a, b, c, d, e 라 한다. 다음 중 옳은 것은?

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{4+a}, & B &= \sqrt{5^2+b} \\ C &= \sqrt{5^2 \times 3^3 \times c}, & D &= \sqrt{160+2d} \end{aligned}$$

- ① $a < b < c < d$ ② $a < c < b < d$ ③ $b < a < d < c$
- ④ $c < d < a < b$ ⑤ $c < a < b < d$

해설

정수가 되려면 근호 안의 수가 제곱수가 되어야 한다.

A 에서 $4+a=9$ 일 때 a 가 가장 작은 수이면서 제곱수를 만든다.
 $\therefore a=5$

B 에서 $5^2+b=36$ 일 때 b 가 가장 작은 수이면서 제곱수를 만든다.
 $\therefore b=11$

C 에서 $5^2 \times 3^3 \times c$ 가 제곱수가 되려면 가장 작은 수는 $c=3$ 일 때 이다.

D 에서 $160+2d=196(=14^2)$ 일 때 d 가 가장 작은 수이면서 근호 안이 제곱수가 된다.
 $\therefore d=18$

$\therefore c < a < b < d$

9. 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 찾아라.

보기

- ㉠ 유한소수는 유리수이다.
- ㉡ 무한소수는 무리수이다.
- ㉢ 무한소수는 순환소수로 나타낼 수 있다.
- ㉣ 모든 양수는 2 개의 무리수 제곱근을 갖는다.
- ㉤ 제곱근 4 는 ± 2 이다.
- ㉥ x 가 a 의 제곱근이면 $x^2 = a$ 이다.
- ㉦ 실수 중에서 유리수가 아닌 수는 모두 무리수이다.
- ㉧ a 가 자연수일 때, $\sqrt{a}$ 가 무리수인 경우가 있다.
- ㉨ $\sqrt{n}$ 이 무리수가 되는 것은 n 이 소수일 때이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉣

▶ 정답 : ㉤

▶ 정답 : ㉨

해설

- ㉠ 무한소수 중 순환소수는 유리수이다.
- ㉡ 무한소수는 순환소수와 비순환소수로 나타낼 수 있다.
- ㉢ 모든 양수가 2 개의 ‘무리수’ 제곱근을 갖는 것은 아니다.
예) 양수 4 는 2 개의 유리수 제곱근 (± 2)을 갖는다.
- ㉣ $\sqrt{4} = 2$
- ㉤ $\sqrt{6}$ 은 무리수이지만 6 은 소수가 아니다.

10. $a = 6 - \sqrt{5}$, $b = 1 + 2\sqrt{5}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $a + b < 0$ ② $a - b > 0$ ③ $a - 4 < 0$
④ $b - 4 < 0$ ⑤ $2a + b > 15$

해설

- ① $a + b = 6 - \sqrt{5} + 1 + 2\sqrt{5} = 7 + \sqrt{5} > 0$
② $a - b = 6 - \sqrt{5} - 1 - 2\sqrt{5} = 5 - 3\sqrt{5} < 0$
④ $b - 4 = 1 + 2\sqrt{5} - 4 = 2\sqrt{5} - 3 > 0$
⑤ $2a + b = 12 - 2\sqrt{5} + 1 + 2\sqrt{5} = 13$

11. $A = \sqrt{\frac{5}{169}}$, $B = \frac{\sqrt{5}}{3}$, $C = \sqrt{1.25}$ 일 때, A , B , C 를 작은 순서대로 나열한 것은?

① A, B, C

② A, C, B

③ B, A, C

④ C, A, B

⑤ C, B, A

해설

$$A = \sqrt{\frac{5}{169}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{169}} = \frac{\sqrt{5}}{13}$$

$$B = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$C = \sqrt{1.25} = \sqrt{\frac{125}{100}} = \frac{\sqrt{125}}{\sqrt{100}} = \frac{5\sqrt{5}}{10} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

따라서 $A < B < C$ 이다.

12. $a = \sqrt{3}, b = \sqrt{5}$ 라 할 때, $\sqrt{675}$ 를 a, b 를 써서 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : a^3b^2

해설

$$\sqrt{675} = \sqrt{27 \times 25} = \sqrt{3^3} \sqrt{5^2} = a^3b^2$$

13. 다음 식을 간단히 하면?

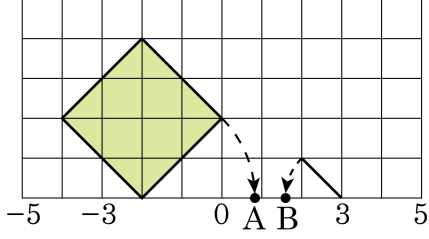
$$\frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{5}{\sqrt{2}} - \sqrt{2}(2 + \sqrt{6})$$

- ① $\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$ ② $\sqrt{2} - \sqrt{3}$ ③ $\sqrt{2} - 2$
④ $2\sqrt{2} - \sqrt{3}$ ⑤ $2\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{5}{\sqrt{2}} - \sqrt{2}(2 + \sqrt{6}) \\ &= \frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{5\sqrt{2}}{2} - (2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}) \\ &= 4\sqrt{2} - (2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}) \\ &= 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

14. 다음 수직선 위에 대응하는 두 점 A, B 에서 $\frac{B}{A}$ 의 값은? (작은 사각형 하나는 정사각형임)



- ① $\frac{2\sqrt{2}-1}{2}$
- ② $\frac{4\sqrt{2}-5}{2}$
- ③ $\frac{3\sqrt{2}+1}{2}$
- ④ $\frac{2\sqrt{2}+1}{2}$
- ⑤ $\frac{2\sqrt{2}+1}{4}$

해설

$A = -2 + 2\sqrt{2}$, $B = 3 - \sqrt{2}$ 이므로

$$\begin{aligned}\frac{B}{A} &= \frac{3 - \sqrt{2}}{-2 + 2\sqrt{2}} \\ &= \frac{(3 - \sqrt{2})(-2 - 2\sqrt{2})}{(-2 + 2\sqrt{2})(-2 - 2\sqrt{2})} \\ &= \frac{2\sqrt{2} + 1}{2}\end{aligned}$$

15. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 일 때, $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(39) + f(40)$ 의 값을 구하면?

① $\sqrt{40} - 1$

② $\sqrt{40} + 1$

③ $\sqrt{41} - 1$

④ $\sqrt{41} + 1$

⑤ $\sqrt{41} - \sqrt{40}$

해설

$$f(1) = \sqrt{2} - 1 = -1 + \sqrt{2}$$

$$f(2) = \sqrt{3} - \sqrt{2} = -\sqrt{2} + \sqrt{3}$$

$$f(3) = \sqrt{4} - \sqrt{3} = -\sqrt{3} + \sqrt{4} \cdots$$

$$f(39) = \sqrt{40} - \sqrt{39} = -\sqrt{39} + \sqrt{40}$$

$$f(40) = \sqrt{41} - \sqrt{40} = -\sqrt{40} + \sqrt{41}$$

$$\therefore f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(39) + f(40)$$

$$= (-1 + \sqrt{2}) + (-\sqrt{2} + \sqrt{3}) + (-\sqrt{3} + \sqrt{4}) + \cdots + (-\sqrt{39} +$$

$$\sqrt{40}) + (-\sqrt{40} + \sqrt{41}) = -1 + \sqrt{41}$$

16. 다음 식을 만족하는 유리수 k 의 값을 구하여라.

$$\frac{1}{\sqrt{8}} + \frac{6}{\sqrt{18}} - \sqrt{32} = k\sqrt{2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = -\frac{11}{4}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{2}}{4} + \sqrt{2} - 4\sqrt{2} &= \frac{5\sqrt{2} - 16\sqrt{2}}{4} \\ &= -\frac{11\sqrt{2}}{4}\end{aligned}$$

$$-\frac{11\sqrt{2}}{4} = k\sqrt{2} \text{ 이므로}$$

$$k = -\frac{11}{4} \text{ 이다.}$$

17. x, y 가 유리수일 때, $x(2-2\sqrt{2})+y(3+2\sqrt{2})$ 의 값이 유리수가 된다고 한다. $\frac{y}{x}$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식}) &= 2x - 2x\sqrt{2} + 3y + 2y\sqrt{2} \\ &= (2x + 3y) + (-2x + 2y)\sqrt{2}\end{aligned}$$

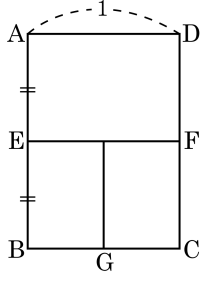
이 식이 유리수가 되기 위해서는

$-2x + 2y = 0$ (x, y 는 유리수)이 되어야 한다.

즉, $x = y$

$$\therefore \frac{y}{x} = \frac{x}{x} = 1$$

18. 복사 용지로 많이 사용되고 있는 A4 용지는 A3 용지를 반으로 잘라서 만든 것이고, A5 용지는 A4 용지를 반으로 잘라서 만든 것이다. 따라서, A3 용지와 A4 용지, A5 용지는 서로 닮음이다. 다음 그림에서 □ABCD 가 A3 용지라 하고, A3 용지의 가로, 세로의 길이를 1 이라고 할 때, A3 용지의 가로, 세로의 길이와 A5 용지의 가로, 세로의 길이의 합은?



- ① $\frac{(1 + \sqrt{2})}{2}$ ② $\frac{(2 + \sqrt{2})}{2}$ ③ $\frac{3(1 + \sqrt{2})}{2}$
 ④ $\frac{3(1 - \sqrt{2})}{2}$ ⑤ 2

해설

□ABCD 와 □DAEF 는 서로 닮음인 도형이므로

$$\overline{AB} = x, \overline{DF} = \frac{1}{2}x \text{ 라 하면}$$

$$1 : x = \frac{1}{2}x : 1, \frac{1}{2}x^2 = 1, x^2 = 2$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2} (\because x > 0)$$

∴ (A3 , A5 용지의 가로, 세로의 길이의 합)

$$= (1 + \sqrt{2}) + \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \frac{3(1 + \sqrt{2})}{2}$$

19. 연립방정식 $\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 7\sqrt{6} \\ \sqrt{3}x - \sqrt{2}y = -4 \end{cases}$ 를 풀어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 2\sqrt{3}$

▷ 정답 : $y = 5\sqrt{2}$

해설

$$\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 7\sqrt{6} \cdots \textcircled{A} \\ \sqrt{3}x - \sqrt{2}y = -4 \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

$\textcircled{A} \times \sqrt{2} + \textcircled{B} \times \sqrt{3}$ 을 하면

$$\begin{array}{r} 2x + \sqrt{6}y = 14\sqrt{3} \\ +) 3x - \sqrt{6}y = -4\sqrt{3} \\ \hline 5x = 10\sqrt{3} \end{array}$$

$$\therefore x = 2\sqrt{3}$$

$\textcircled{B}$ 에 $x = 2\sqrt{3}$ 을 대입하면

$$6 - \sqrt{2}y = -4, \quad \sqrt{2}y = 10$$

$$y = 5\sqrt{2}$$

20. $f(n) = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$ 일 때, $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(8)$ 의 값은?

① 2

② 3

③ $2\sqrt{2} - 1$

④ $2\sqrt{2} + 1$

⑤ $3\sqrt{2}$

해설

$f(n) = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ 이므로
(준식) $= \sqrt{2} - 1 + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \cdots + \sqrt{9} - \sqrt{8}$
 $= -1 + 3 = 2$